



Modelos não lineares para caracterizar a produção cumulativa de gás utilizando a técnica *in vitro* em silagem de capim *Brachiaria* colhida em três idades de corte

[Nonlinear models to characterize cumulative gas production using the *in vitro* technique in *Brachiaria* grass silage harvested at three cutting ages]

Emanuela Rodrigues do Nascimento^{*1} , Guilherme Rocha Moreira¹ , Milene Vieira Figueira¹ , Daniel Moura Silva¹ , Moacyr Cunha Filho¹ , Anderson Cristiano Ferreira Costa¹ , Manuel João Castigo¹ , Carlos Eduardo Neves de Oliveira¹ , Felipe Antunes Magalhães² , Lúcio Carlos Gonçalves³ 

1 Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife, Brasil 

2 Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Minas Gerais, Brasil 

3 Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Brasil 

*autor correspondente: emanuela.rodrigues@ufrpe.br

Recebido: 06 de março de 2025. Aceito: 09 de dezembro de 2025. Publicado: 23 de fevereiro de 2026.

Editor: Rondineli P. Barbero

Resumo: O sistema de produção de ruminantes no Brasil, que se baseia em pastagens nativas ou cultivadas, ressalta a importância da silagem para a conservação do alimento nas regiões tropicais. Este estudo teve como objetivo avaliar diferentes modelos matemáticos para a produção cumulativa de gás *in vitro* em silagens de capim *Brachiaria decumbens* em três idades de corte distintas (56, 84 e 112 dias). A técnica de produção de gás *in vitro* forneceu informações sobre a cinética da fermentação, que foram analisadas utilizando modelos matemáticos. A metodologia incluiu testes estatísticos para avaliar a normalidade, independência e heterocedasticidade dos resíduos, bem como, a aplicação de diversos critérios para a seleção do modelo. Os resultados indicaram que modelos como o Logístico, von Bertalanffy, Gompertz, Richards, Brody e France foram adequados, mas os modelos de France e Brody apresentaram o melhor ajuste geral. Com base nos critérios adotados, o modelo de Brody foi considerado o mais adequado para descrever a produção cumulativa de gás em todas as idades de corte do capim *Brachiaria*. A produção cumulativa de gás foi maior aos 56 dias de crescimento, com o modelo de Brody indicando capacidade de produção superior durante esse período (191,14 mL/g de matéria seca). Em conclusão, a escolha adequada do modelo matemático é importante para a representação precisa da cinética de produção de gás na silagem de gramíneas do tipo *Brachiaria*.

Palavras-chave: fermentação; forragem tropical; seleção de modelos.

Abstract: The Brazilian ruminant production system, which relies on native or cultivated pastures, underscores the importance of silage for feed preservation in the tropical regions. This study aimed to evaluate different mathematical models for cumulative *in vitro* gas production in *Brachiaria decumbens* grass silages at three distinct cutting ages (56, 84, and 112 d). The *in vitro* gas production technique provided information on fermentation kinetics, were analyzed using mathematical models. The methodology included statistical tests to evaluate normality, independence, and heteroscedasticity of

the residuals, as well as the application of various criteria for model selection. The results indicated that models such as Logistic, von Bertalanffy, Gompertz, Richards, Brody, and France were appropriate, but the France and Brody models provided the best overall fit. Based on the adopted criteria, the Brody model was found to be the most suitable for describing cumulative gas production across all cutting ages of *Brachiaria* grass. Cumulative gas production was highest at 56 days of growth, with the Brody model indicating superior production capacity during this period (191.14 mL/g dry matter). In conclusion, an appropriate choice of mathematical model is important for the accurate representation of gas production kinetics in *Brachiaria* grass silage.

Keywords: fermentation; tropical forage; model selection.

1. Introdução

O sistema brasileiro de produção de ruminantes é baseado predominantemente no uso de matas nativas ou pastos cultivados, caracterizado por recorrente desgaste hídrico, levando a flutuações sazonais de disponibilidade de forragem ⁽¹⁾. Em períodos de escassez de forragem, é essencial recorrer a fontes alternativas de suprimento, sendo a silagem uma ferramenta fundamental para preservar gramíneas não convencionais, tais como a do gênero *Brachiaria* ⁽²⁾.

A técnica de produção de gás *in vitro*, é um instrumento valioso para analisar a cinética da fermentação de componentes solúveis estruturais e não-estruturais ⁽²⁾. Assim, a partir da produção de gás *in vitro*, é possível medir a taxa de digestão ruminal associada com a produção de gás, bem como a fermentação dos alimentos ⁽³⁾. Entretanto, a interpretação desses dados complexos pode ser feita através de modelos matemáticos que oferecem uma representação simplificada do fenômeno estudado ⁽⁴⁾.

Modelos matemáticos não-lineares destacam-se por fornecer uma interpretação mais refinada do fenômeno investigado, fazendo uso de vários parâmetros com relevância biológica ⁽⁵⁾. Ademais, ajustando a produção de gás ao modelo matemático não-linear, são obtidas informações cruciais, como taxa de produção de gás, tempo de colonização e produção assintótica de gás ⁽⁶⁾. Vários autores ^(1, 2, 7, 8) propuseram diferentes modelos, que proporcionam melhor ajuste aos dados de produção de gás, incluindo os modelos de Gompertz, o Logístico e o Logístico Modificado ⁽¹⁰⁾, dentre outros.

Nesse contexto, o presente estudo tem como objetivo avaliar a aplicabilidade de diferentes modelos matemáticos no ajuste cinético de produção cumulativa de gases *in vitro* na silagem de capim *Brachiaria decumbens* em três idades diferentes de corte.

2. Material e métodos

2.1 Dados

Os dados de produção de gás cumulativo da silagem de capim *Brachiaria* sob três idades de corte, que foram utilizados, estão na Tabela 1.

Tabela 1. Produção cumulativa de gás (mL/g) de matéria seca após 6, 12, 24, 48 e 96 horas da silagem de capim *Brachiaria decumbens* colhido aos 56, 84 e 112 dias de crescimento.

Idade de Corte (dias)	Período de fermentação (horas)				
	6	12	24	48	96
	Produção cumulativa de gás (mL/g)				
56 dias	6,91	28,93	94,17	147,03	182,12
84 dias	6,58	18,34	69,50	125,92	167,80
112 dias	8,43	27,36	78,20	127,92	165,17

2.2 Análise residual

Foram utilizados os testes Shapiro-Wilk ⁽¹¹⁾ para verificar a normalidade, o teste Durbin-Watson ⁽¹²⁾ para testar a independência e o teste Breusch-Pagan ⁽¹³⁾ para examinar a heterocedasticidade dos resíduos.

2.3 Modelos não-lineares avaliados

A produção cumulativa de gás da silagem de capim *Brachiaria decumbens* foi ajustada usando os modelos matemáticos presentes na tabela 2.

Tabela 2. Descrição dos modelos estatísticos avaliados

Modelos	Parâmetro	Equações
<i>Brody</i>	3	$W_{(t)} = A[1 - b e^{-kt}] + \varepsilon$
<i>Von Bertalanffy</i>	3	$W_{(t)} = A[1 - b e^{-kt}]^3 + \varepsilon$
<i>Gompertz</i>	3	$W_{(t)} = A e^{[1 - b e^{-kt}]} + \varepsilon$
<i>France</i>	4	$W_{(t)} = A \left\{ 1 - e^{[-b(t-\lambda) - c(\sqrt{t} - \sqrt{\lambda})]} \right\} + \varepsilon$
<i>Logístico</i>	3	$W_{(t)} = \frac{A}{1 + e^{[-(b+kt)]}} + \varepsilon$
<i>Logístico Modificado</i>	3	$W_{(t)} = \frac{A}{1 + e^{[2-4k(t-\lambda)]}} + \varepsilon$
<i>Logístico Bicompartimental</i>	5	$W_{(t)} = \frac{A_1}{1 + e^{[2-4k_1(t-\lambda)]}} + \frac{A_2}{1 + e^{[2-4k_2(t-\lambda)]}} + \varepsilon$
<i>Richards</i>	3	$W_{(t)} = A(1 - b e^{-kt})^D + \varepsilon$
<i>Santos 2018</i>	3	$W_{(t)} = A \left(1 - b e^{-\lambda e^{kt}} \right) + \varepsilon$
<i>Santos 2019</i>	4	$W_{(t)} = A_1(1 - b_1 e^{k_1 t})^3 + A_2(e^{b_2 e - k_2 t}) + \varepsilon$
<i>Santos 2023</i>	4	$W_{(t)} = A_1 \{ (1 + e^{[2-4k_1(t-\lambda)]})^{-1} + A_2 \{ (1 + e^{[2-4k_2(t-\lambda)]})^{-1} + \varepsilon$
<i>Figueiredo 2023</i>	3	$W_{(t)} = A(1 - b e^{-D}(1 - b e^{-kt})^3) + \varepsilon$

Onde: $W_{(t)}$ é o volume acumulado (mL) no tempo t ; A , volume total de gás produzido (mL); A_1 , volume de gás produzido pela degradação da fração $A + B_1$; A_2 , volume de gás produzido pela degradação da fração B_2 ; k , taxa específica de produção de gás; k_1 , taxa específica da produção de gás pela degradação da fração $A + B_1$; k_2 , taxa específica da produção de gás pela degradação da fração B_2 ; D é o parâmetro de forma da curva ao longo do tempo (dias); t , tempo de fermentação; λ , fase de latência; b e c , parâmetro de forma, sem interpretação biológica; e , exponencial; ε , erro experimental associado a cada observação.

2.4 Critério de seleção de modelo

Os critérios adotados para verificar qual modelo tem melhor qualidade de ajuste foram:

O quadrado médio residual - RMS foi calculado pela divisão da soma dos quadrados dos resíduos pelos graus de liberdade do resíduo $n - p$, ou seja:

$$RMS = \sum_{i=1} \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}$$

que pode ser definido como a média das diferenças absolutas entre os valores atuais e os valores estimados no modelo ($\hat{y}_i$), onde n é o número de observações e p o número de parâmetros usados.

A diferença absoluta média - MAD foi obtida através da média das distâncias entre cada ponto e a média, definida como a média das diferenças absolutas entre os valores observados (y_i) e os valores estimados pelo modelo ($\hat{y}_i$), dividida por n (número de observações), obtida pela seguinte fórmula:

$$MAD = \frac{\sum |y_i - \hat{y}_i|}{n}$$

O critério de informação – AIC ⁽¹⁴⁾ e o Critério de Informação Bayesiano – BIC ⁽¹⁵⁾ constituem critérios que maximizam a probabilidade de identificação do modelo verdadeiro entre os analisados (valores menores indicam melhor ajuste), definidos por:

$$AIC = -2\log L + 2(p + 1)$$

$$BIC = -2\log L + (p + 1)\log(n)$$

O erro percentual absoluto da média - MAPE, calcula a média do erro percentual absoluto entre o valor estimado e o valor observado, usando a seguinte fórmula:

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|$$

Onde y_i é o valor observado, $\hat{y}_i$ é o valor estimado e n é o número de observações.

O Penalização Adaptativa da Verossimilhança – PAL é um método de selecionar modelos ao adicionar uma penalidade adaptativa à função de verossimilhança, auxiliando na estimativa da complexidade adequada do modelo.

$$PAL = -2\ln L_n + n\ln(\hat{n}) \frac{\ln(r_n + 1)}{\ln(p_n + 1)}$$

Onde r_n e p_n são razões de verossimilhança generalizadas, n é o número de parâmetros, e $\hat{n}$ é o maior número de parâmetros entre os modelos considerados.

O gráfico da distribuição dos resíduos foi utilizado para ilustrar a qualidade do ajuste fornecida por cada função.

3. Resultados

A Tabela 3 resume as estimativas dos parâmetros para cada modelo, acompanhada pelo critério de avaliação presente na Tabela 4, que descrevem com maior precisão a curva de produção média cumulativa de gás observada durante o período experimental de 56 dias.

Todos os modelos apresentam normalidade dos resíduos ($p > 0.05$) de acordo com o teste de Shapiro-Wilk. Segundo o teste de Durbin Watson, todos os modelos são independentes. Em relação ao teste Breusch-Pagan, o modelo de *Von Bertalanffy* ($p = 0.0289$) e o modelo de *Gompertz* ($p = 0.041$) não são heterocedásticos; os demais modelos apresentam homogeneidade

de variância ($p > 0.05$) para o corte de 56 dias. As estimativas dos parâmetros (Tabela 3) foram todas significativas ($p < 0.05$) para os modelos de *Brody* e de *Von Bertalanffy*, indicando que esses modelos podem ser usados para estimar a curva de crescimento cumulativo médio de gás para o corte de 56 dias. Para os modelos de *France*, *Logístico*, *Logístico Modificado* e de *Santos*, somente o parâmetro A foi significativo ($p < 0.05$). Para os modelos de *Gompertz* e de *Richards*, os parâmetros A e K foram significativos ($p < 0.05$) e B foi significativo ($p < 0.1$). Entretanto, para o modelo de *Figueiredo*, nenhum dos parâmetros foi significativo ($p > 0.1$).

Tabela 3. Estimativa de parâmetros para produção cumulativa de gás (mL/g) no período de 56 dias, onde A representa a fração potencialmente degradável, B o potencial de fração potencialmente degradável sob ação microbiana sem tempo de colonização e K a taxa de degradação.

Modelo	A	B	K
<i>Brody</i>	191,1483	1,2157	0,03454
<i>Von Bertalanffy</i>	179,7491	0,9129	0,0608
<i>Logístico</i>	168,0822	25,3333	0,1404
<i>Gompertz</i>	178,824	4,2386	0,0744
<i>Logístico Modificado</i>	168,0823	0,0351	8,7772
<i>France</i>	183,6858	0,06011	-0,1841
<i>Richards</i>	181,3705	2,3980	0,0559
<i>Santos 2018</i>	164,5423	0,0328	0,1359
<i>Figueiredo</i>	233,9104	0,9348	0,0452

O R^2 indica a proporção de variabilidade total na variável resposta (volume cumulativo de gás), explicada pela variável explicativa (tempo em horas) e similar entre os modelos (Tabela 4). Isto é, os valores de R^2 foram elevados (acima de 0.97), sugerindo que o ajuste de modelo adequado aos dados observados, mostrado na Figura 1, que inclui as curvas de produção cumulativa de gás até o tempo de 96 horas, com média de 91.83 ml/g, variando aproximadamente de 182.12 ml/g a 6.91 ml/g, correspondendo às equações de ajuste dos respectivos modelos para o corte de 56 dias.

Entretanto, o modelo de *France* apresentou o menor valor de Desvio Absoluto Médio (MAD) (Tabela 4), indicando a melhor qualidade de ajuste para esse critério, seguido pelos modelos de *Figueiredo* e de *Brody*. Examinando a soma dos Quadrados Médios dos Resíduos (RMS), dentre os quatro modelos analisados, observou-se que o modelo de *Richards* apresentou o melhor ajuste para as estimativas de crescimento (Tabela 4). Ou seja, o RMS pode ser classificado como um indicador da qualidade do ajuste, diretamente relacionado à variância do erro; quanto maior o seu valor, maior a variabilidade do erro, comprometendo a qualidade do modelo a ser utilizado.

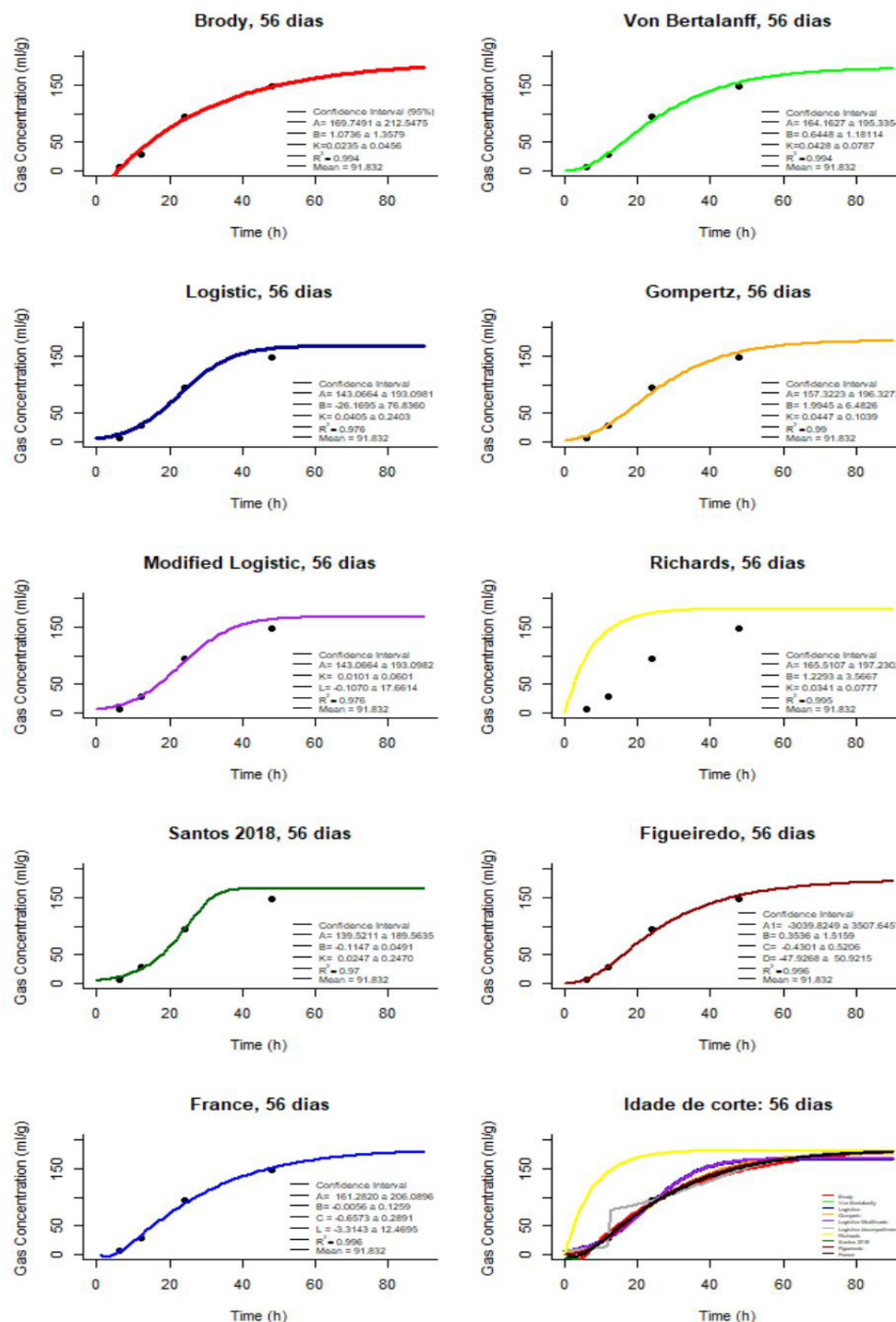


Figura 1. Curvas de produção acumulada (ml/g) para o corte de 56 dias pelo tempo (horas).

De acordo com os Critérios de Informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), o modelo de *France* evidenciou o melhor ajuste, com valores de 37,66 e 35,70, respectivamente (Tabela 4). No que se refere ao critério PAL, o modelo de *Brody* demonstrou superior desempenho. Ressalta-se que o Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE) apresentou valores negativos em todos os modelos aplicados à silagem de *Brachiaria* no recorte de 56 dias. Ademais, observa-se que o modelo de *France* apresentou a menor base, indicando valores mais próximos da nulidade.

Tabela 4. Critério de seleção para identificar o melhor modelo não-linear para produção cumulativa de gás (mL/g) na idade de corte de 56 dias.

Modelo	R ²	RMS	MAD	AIC	BIC	PAL	MAPE
<i>Brody</i>	0.994	58,659	3,7696	37,9663	36,4040	29,9662	-14,9831
<i>Von Bertalanffy</i>	0.994	59,690	4,4008	38,0538	36,4915	49,6285	-15,0269
<i>Logístico</i>	0.976	264,775	8,4679	45,5023	43,9401	37,3431	-18,7512
<i>Gompertz</i>	0.990	107,416	6,0349	40,9915	39,4292	Inf	-16,4957
<i>Logístico Modificado</i>	0.976	264,775	8,4679	45,5023	43,9401	39,8395	-18,7512
<i>France</i>	0,996	73,9331	3,5025	37,658	35,7051	32,2559	-13,829
<i>Richards</i>	0,995	51,6443	4,1905	37,3298	35,7675	Inf	-14,6449
<i>Santos 2018</i>	0,970	325,9679	8,7880	46,5419	44,9796	41,6778	-19,2709
<i>Figueiredo</i>	0,996	85,1556	3,6713	38,3646	36,4117	Inf	-14,1823

Nota: Quadrado Médio Residual (RMS), Critério de Informação de Akaike (AIC), Critério de Informação Bayesiano (BIC), Desvio Absoluto Médio (MAD), Penalização Adaptativa da Verossimilhança (PAL), Erro Percentual Médio Absoluto (MAPE).

A Tabela 5 sintetiza os parâmetros estimados para cada modelo, bem como os critérios empregados na avaliação daquele que melhor descreveu a média da curva de crescimento cumulativo de gás referente para o corte de 84 dias. Todos os modelos evidenciaram normalidade dos resíduos ($p > 0,05$), conforme o teste de Shapiro-Wilk, e demonstraram independência segundo o teste de Durbin-Watson. Em relação ao teste de Breusch-Pagan, apenas o modelo de *France* ($p = 0,04867$) apresentou heterocedasticidade, os demais mostram homogeneidade de variância ($p > 0,05$).

Tabela 5. Estimativa de parâmetros para produção cumulativa de gás (mL/g) na idade de corte de 84 dias, onde A representa a fração potencialmente degradável, B a fração potencialmente degradável sob ação microbiana sem tempo de colonização e K a taxa de degradação.

Modelo	A	B	K
<i>Brody</i>	189,4062	1,1555	0,0247
<i>Von Bertalanffy</i>	170,6983	0,8814	0,0482
<i>Logístico</i>	164,7697	15,5338	0,0872
<i>Gompertz</i>	167,7781	4,0486	0,0586
<i>Logístico Modificado</i>	164,769	0,0218	8,5163
<i>France</i>	174,4825	0,0501	-0,1809
<i>Richards</i>	172,4801	2,2932	0,0442
<i>Santos 2018</i>	-3,2830	0,0113	0,02159
<i>Figueiredo</i>	256,5095	0,9038	0,0383

Os valores de R² foram semelhantes entre os modelos (Tabela 6), quase todos apresentando valores elevados (acima de 0,98), somente o modelo de *Santos 2018* apresentou um R² inferior (0,76). Observa-se que houve ajuste adequado dos modelos aos dados observados, conforme mostrado na Figura 2, que inclui as curvas de produção cumulativa de gás até 96 horas, com média de 77,628 mL/g, variando aproximadamente de 167,80 mL/g a 6,56 mL/g, correspondendo às equações ajustadas dos respectivos modelos para o corte de 84 dias.

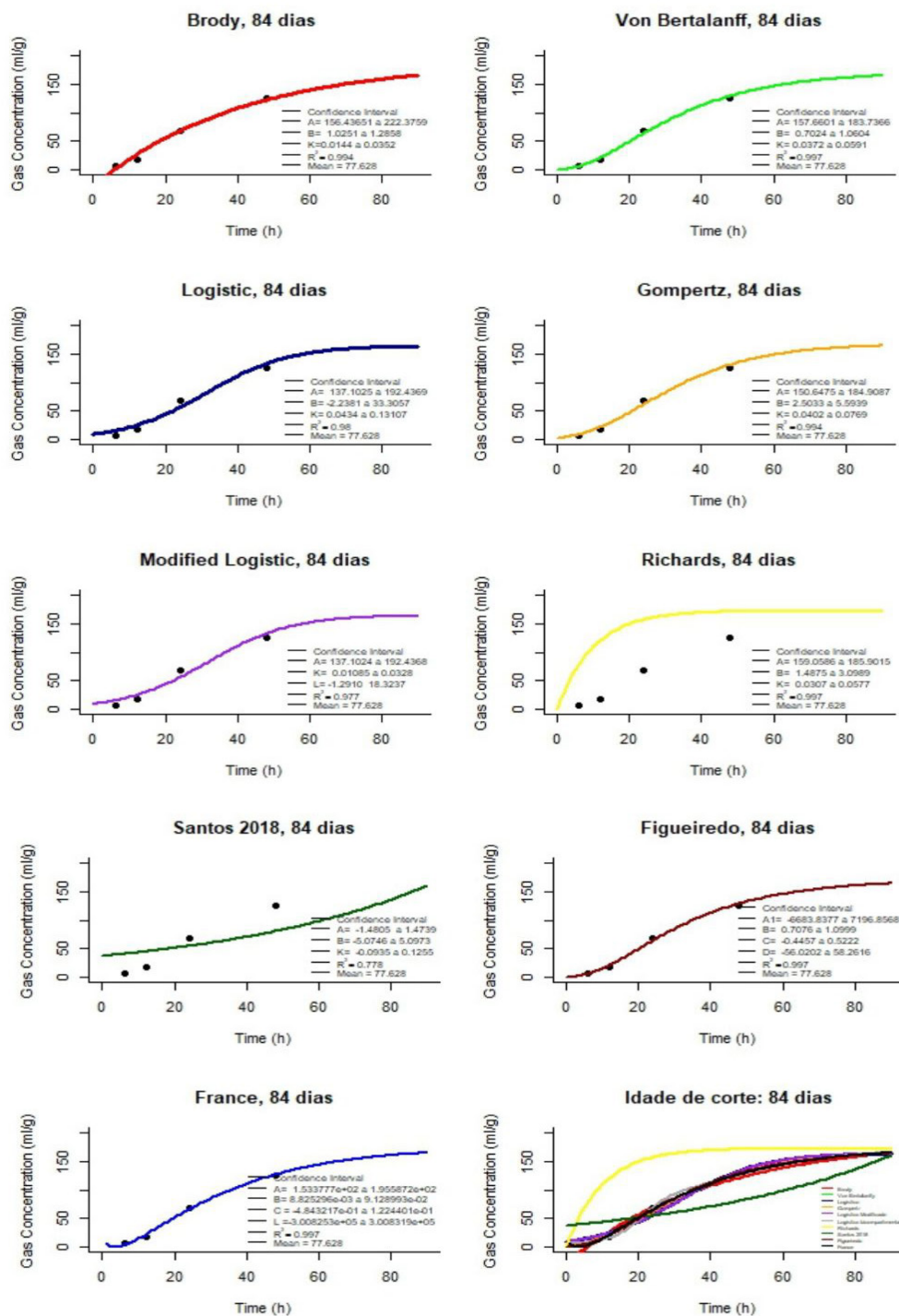


Figura 2. Curvas de produção acumulada (ml/g) para o corte de 84 dias pelo tempo (horas).

O modelo de *France* apresentou o menor valor de Desvio Absoluto Médio (MAD) (Tabela 6), evidenciando a melhor qualidade de ajuste segundo esse critério, seguido pelos modelos de *Richards* e de *Figueiredo*. Considerando a soma dos Quadrados Médios dos Resíduos (RMS), dentre os quatro modelos avaliados, verificou-se que o modelo de *Richards* apresentou o melhor ajuste para as estimativas de acúmulo de gás (Tabela 6).

De acordo com os Critérios de Informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), o modelo de *France* demonstrou o melhor ajuste, com valores de 32,91 e 30,95, respectivamente (Tabela 6). No que se refere ao critério PAL, os modelos de *France*, de *Richards* e de *Brody* apresentaram desempenho superior. Ressalta-se que o Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE) foi negativo em todos os modelos aplicados à silagem de *Brachiaria* no recorte de 84 dias. Ademais, constatou-se que o modelo de *France* apresentou uma base menor.

Tabela 6. Critério de seleção para identificar o modelo não-linear mais apropriado para produção cumulativa de gás (mL/g) na idade de corte de 84 dias.

Modelo	R2	RMS	MAD	AIC	BIC	PAL	MAPE
<i>Brody</i>	0,994	725,71	3,924	38,0033	36,4410	30,0032	-15,0016
<i>Von Bertalanffy</i>	0,997	28,437	2,8537	34,3465	32,7842	38,7225	-13,1732
<i>Logístico</i>	0,980	189,566	8,1493	43,8316	42,2694	38,9767	-17,9158
<i>Gompertz</i>	0,994	59,576	4,557	38,0442	36,4820	Inf	-15,0221
<i>Logístico Modificado</i>	0,997	189,566	8,1494	43,8316	42,2694	38,5241	-17,9158
<i>France</i>	0,997	38,2998	2,4584	34,3694	32,4166	30,5982	-12,1847
<i>Richards</i>	0,997	22,9209	2,5605	37,3298	35,7675	Inf	-12,6340
<i>Santos 2018</i>	0,778	2117,372	26,0355	46,5419	44,9796	51,5136	-23,9487
<i>Figueiredo</i>	0,997	45,8686	2,6156	35,2711	33,3183	Inf	-12,6355

A Tabela 7 apresenta as estimativas dos parâmetros para cada modelo e os critérios utilizados para avaliar o modelo que melhor representa esses dados. Todos os modelos exibem normalidade dos resíduos ($p > 0,05$), de acordo com o teste de Shapiro-Wilk, e são independentes com base no teste de Durbin-Watson. Em relação ao teste de Breusch-Pagan, os modelos apresentam homogeneidade de variância ($p > 0,05$) para o corte de 112 dias.

Tabela 7. Estimativa de parâmetros para produção cumulativa de gás (mL/g) na idade de corte de 112 dias, onde A representa a fração potencialmente degradável, B a fração potencialmente degradável sob ação microbiana sem tempo de colonização e K a taxa de degradação.

Modelo	A	B	K
<i>Brody</i>	178,1226	1,1566	0,0292
<i>Von Bertalanffy</i>	165,9811	0,8117	0,0508
<i>Logístico</i>	159,7907	12,4783	0,0909
<i>Gompertz</i>	163,4376	3,6078	0,0611
<i>Logístico Modificado</i>	159,7904	0,0227	5,7631
<i>France</i>	170,8596	0,04586	-0,1198
<i>Richards</i>	168,5694	1,9480	0,0442
<i>Santos 2018</i>	-1,0930	0,0038	0,0148
<i>Figueiredo</i>	236,5209	0,8503	0,0396

Os valores de R^2 foram semelhantes entre os modelos (Tabela 8), quase todos com valores elevados (superiores a 0,98), exceto o modelo de *Santos 2018*, que apresentou R^2 inferior (0,76). Verifica-se que os modelos apresentaram ajuste satisfatório aos dados observados, conforme ilustrado na Figura 3, que inclui as curvas de produção cumulativa de gás até 96 horas, com média de 81,416 mL/g, variando aproximadamente entre 165,17 mL/g e 8,43 mL/g, correspondendo às equações ajustadas dos respectivos modelos para o corte de 112 dias.

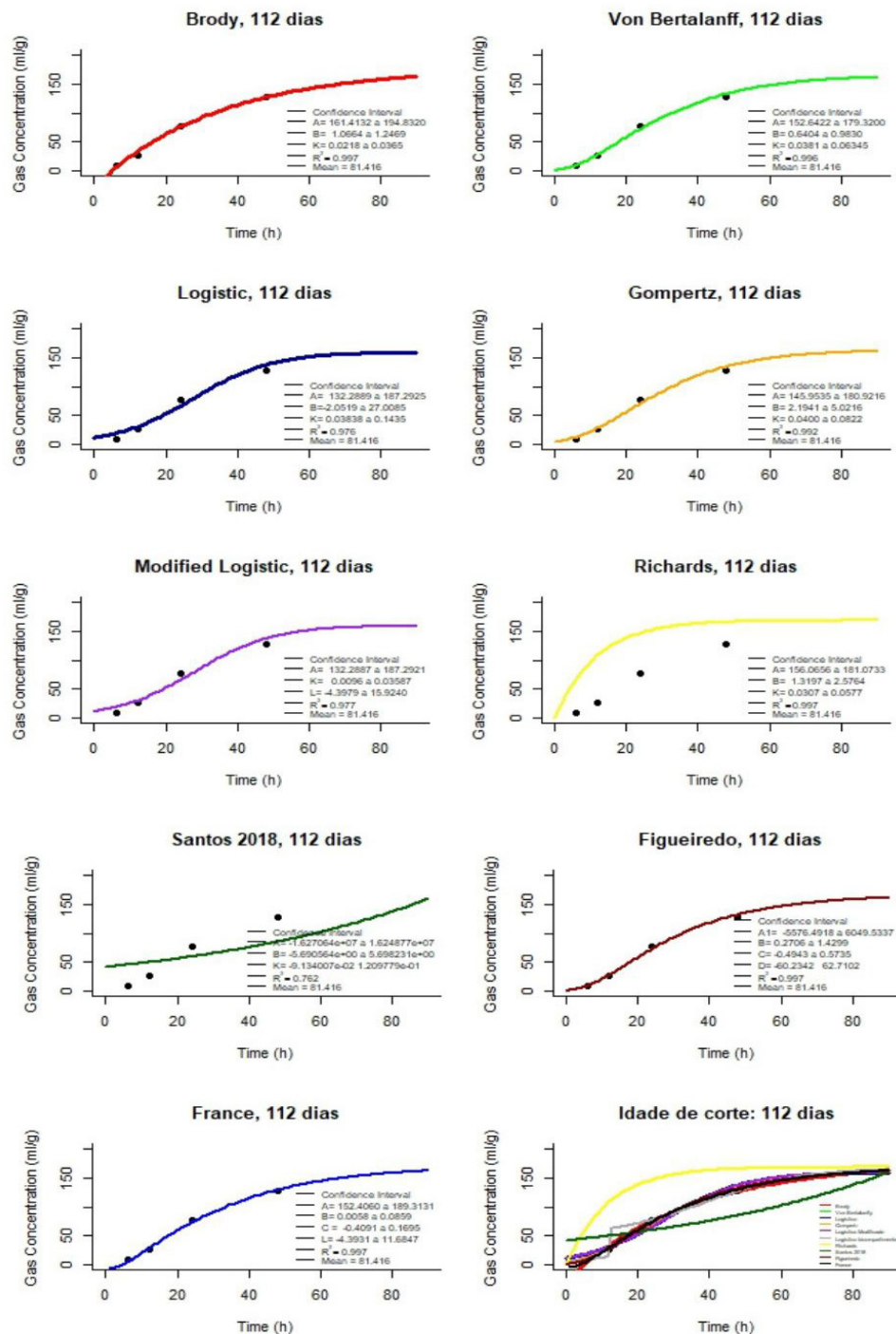


Figura 3. Curvas de produção acumulada (ml/g) para o corte de 112 dias pelo tempo (horas).

O modelo de *France* apresentou o menor valor de Desvio Absoluto Médio (MAD) (Tabela 8), indicando a melhor qualidade de ajuste segundo esse critério, seguido pelos modelos de *Brody* e de *Figueiredo*. Considerando a soma dos Quadrados Médios dos Resíduos (RMS), dentre os quatro modelos avaliados, verificou-se que os modelos de *France* e de *Brody* proporcionaram o melhor ajuste para as estimativas de acúmulo de gás (Tabela 8).

De acordo com os Critérios de Informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), o modelo de *France* demonstrou o melhor ajuste, com valores de 32,91 e 30,95, respectivamente (Tabela 8). No que se refere ao critério PAL, os modelos de *France*, de *Richards* e de *Brody* apresentaram desempenho superior. Ressalta-se que o Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE) foi negativo em todos os modelos aplicados à silagem de *Brachiaria* no recorte de 112 dias.

Tabela 8. Critério de seleção para identificar o modelo não-linear mais apropriado para produção cumulativa de gás (mL/g) na idade de corte de 112 dias.

Modelo	R ²	RMS	MAD	AIC	BIC	PAL	MAPE
Brody	0,997	23,979	2,4335	33,4938	31,9315	25,4938	-12.7469
Von Bertalanffy	0,996	34,092	3,3302	35,2532	33,6910	45,7212	-13.6266
Logístico	0,976	202,147	8,3824	44,1529	42,5906	Inf	-18.0764
Gompertz	0,992	68,779	4,7947	38,7624	37,2002	Inf	-15.3812
Logístico Modificado	0,977	271,068	8,3824	44,1529	42,5906	38,9093	-18.0764
France	0,998	23,9788	2,1331	32,9077	30,9549	29,0381	-11,4538
Richards	0,997	103,3533	5,6742	32,9774	31,4151	Inf	-12,4887
Santos 2018	0,762	2070,879	26,1675	55,7865	74,2243	51,4916	-23,8932
Figueiredo	0,997	51,4425	2,8876	35,8445	33,8917	Inf	-12,9222

Considerando os níveis elevados dos coeficientes de determinação obtidos e a significância de 5% dos parâmetros, o modelo de Brody (Figura 4) pode ser considerado adequado para todos os cortes de capim *Brachiaria*, conforme apresentado na Tabela 9, com a equação do modelo e os respectivos valores de R².

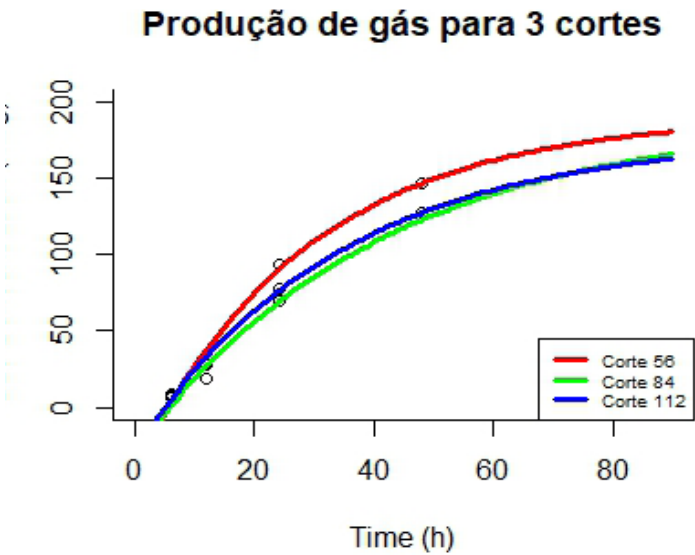


Figura 4. Curvas de produção cumulativa de gás (mL/g) para 56, 84 e 112 dias de idade de corte pelo tempo (horas), dos dados observados e ajustados pelo modelo de *Brody*.

Tabela 9. Equações geradas para análise de regressão do modelo de *Brody* para dados de produção cumulativa de gás de silagem de capim *Brachiaria decumbens* colhido aos 56, 84 e 112 dias de crescimento.

Idade	Equação	R ²
Corte 56	$W(t) = 191.14(1 - 1.2157e^{-0.034454t})$	0,99
Corte 84	$W(t) = 189.40(1 - 1.1554e^{-0.02477t})$	0,99
Corte 112	$W(t) = 178.12(1 - 1.1566e^{-0.02919t})$	0,99

4. Discussão

Os modelos aplicados à cinética da digestão ruminal fornecem uma interpretação direta dos fenômenos em estudo por meio de parâmetros com significado biológico ⁽⁶⁾. Diversos modelos têm sido propostos e testados em diferentes substratos ^(4,16, 17), cada um baseado em premissas e aproximações diferentes, descrevendo as mudanças do sistema como uma função do tempo de incubação ⁽³⁾. No entanto, modelos com diferentes estruturas matemáticas podem gerar resultados distintos a partir da mesma curva de produção de gás, como foi observado anteriormente.

Na colheita de 56 dias, as diferenças entre os parâmetros dos modelos foram menos significativas do que as observadas aos 84 e 112 dias. No entanto, os índices mostram claramente que o modelo de Santos 2018 produziu resultados distintos dos demais. Embora o modelo de Richards tenha se mostrado graficamente diferente, os índices não revelaram essa distinção de forma tão evidente quanto no caso do modelo de Santos 2018.

Com base no critério de R^2 , os modelos apresentaram resultados semelhantes aos 56 dias. Aos 84 e 112 dias, entretanto, o modelo de Santos 2018 teve desempenho inferior aos demais, indicando que não seria uma opção elegível sob este critério. Situação semelhante ocorreu com o RMS, em que o modelo de Santos 2018 apresentou valores discrepantes em todas as colheitas, enquanto os modelos Logístico e Logístico Modificado também exibiram valores mais elevados em comparação aos outros modelos.

Em todos os critérios avaliados, o modelo de Santos 2018 produziu consistentemente resultados inferiores, demonstrando que não é adequado para esta situação. Isso se torna ainda mais evidente ao examinar os gráficos das funções combinadas. Embora os valores de R^2 dos modelos Logístico e Logístico Modificado tenham sido comparáveis aos demais, eles não apresentaram a mesma eficiência nos demais critérios.

Vários índices foram aplicados para garantir uma avaliação mais rigorosa, uma vez que é necessário verificar se eles reproduzem informações consistentes. Segundo Mello ⁽⁴⁾, um MAPE negativo indica subestimação dos parâmetros. Como todos os modelos apresentaram valores negativos, isso sugere que os valores dos parâmetros foram subestimados em todos os casos. A principal diferença está na magnitude absoluta desses valores, já que valores menores indicam melhor ajuste.

É importante destacar que o modelo de *Brody* apresentou os melhores resultados. Apesar de sua formulação matemática mais simples, foi capaz de descrever o fenômeno de forma mais adequada. Com base no modelo de *Brody*, o material colhido aos 56 dias apresentou a maior capacidade de produção de gás (191,14 mL/g de matéria seca), seguido pelas silagens de capim colhido aos 84 e 112 dias, com 189,12 e 178,12 mL/g de matéria seca, respectivamente. Castro ⁽¹⁸⁾ relatou que a degradação efetiva da matéria seca diminui com o avanço da idade da planta em silagens de capim-tanzânia produzidas aos 42 e 126 dias. De forma semelhante, Silva ⁽¹⁹⁾ observou que os valores de produção de gás decrescem com o aumento da maturidade do capim-elefante colhido aos 60 e 90 dias.

Os resultados indicaram que a degradabilidade efetiva da matéria seca diminuiu com o avanço da idade no capim *Braquiária* ⁽²⁾ e nas silagens de capim Elefante ⁽²⁰⁾. Essa tendência pode ser explicada pela forte correlação entre a produção de gás e a degradabilidade da matéria seca, conforme demonstrado por Ribeiro et al. ⁽²¹⁾ em silagens de capim *Andropogon* de diferentes idades. Portanto, à medida que aumenta a idade de corte, observa-se que a capacidade de decomposição da silagem diminui devido ao aumento da relação colmo-folha, levando a um acréscimo na proporção de celulose, hemicelulose e lignina, reduzindo assim a proporção de nutrientes potencialmente digestíveis (carboidratos solúveis, proteínas) e resultando em uma acentuada queda na digestibilidade. Frequentemente, há perda de material durante a fermentação o silo, ocasionando menor produção de gás em comparação ao material verde.

A maior capacidade de produção de gás *in vitro* foi observada na idade de corte de 56 dias, refletindo uma maior proporção de carboidratos solúveis no conteúdo celular e, consequentemente, maior disponibilidade para os microrganismos ruminais. Assim, recomenda-se o corte do capim *Brachiaria decumbens* nesse estágio para ensilagem.

5. Conclusão

Considerando todos os critérios de seleção baseados nos parâmetros, o modelo de Brody apresenta o melhor ajuste às curvas de produção cumulativa de gás das silagens de *Brachiaria decumbens* colhidas aos 56, 84 e 112 dias de crescimento. Os modelos de Santos 2018, Logístico e Logístico Modificado não se ajustaram bem aos dados e, portanto, não são recomendados para esse tipo de silagem.

Declaração de conflito de interesses

Os autores declaram não haver conflitos de interesses.

Declaração de disponibilidade de dados

O conjunto completo de dados que suporta os resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo e no repositório <https://hdl.handle.net/1843/BUOS-98LFGY>.

Contribuições do autor

Conceituação: Moreira, G. R. Validação: Moreira, G. R. Metodologia: Nascimento, E. R. Curadoria de dados: Magalhães, F. A. e Gonçalves, L. C. Análise formal: Nascimento, E. R., Figueira, M. V. e Costa, A. C. F. Redação (rascunho original): Nascimento, E. R., Figueira, M. V., Silva, D. M. e Castigo, M. J. Redação (revisão e edição): Moreira, G. R., Cunha Filho, M. e Oliveira, C. E. N. Redação (revisão e edição – versão em inglês): Figueira, M. V. e Silva, D. M.

Declaração de uso de IA generativa

Nenhuma ferramenta de Inteligência Artificial Generativa foi utilizada na elaboração deste manuscrito.

Referências

1. Pereira-Flores ME, Justino F, Rodrigues JM, et al. Seasonal climate impact on Brazilian pasture (*Brachiaria brizantha* cv. Marandu): growth rate, CO efflux, and irrigation strategies. Theor. appl. climatol. 2023;151. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00704-022-04295-y>
2. Magalhães, FA. Produção acumulada de gases pela técnica *in vitro* da silagem do capim *Brachiaria decumbens* em diferentes idades de corte. [Tese] Belo Horizonte (MG): Doutorado em Zootecnia, Escola de Veterinária, Universidade Federal de Minas Gerais; 2013 [citado em 23 de março de 2013]. Disponível em: <https://hdl.handle.net/1843/BUOS-98LFGY>
3. Assis JR, Fernandes GA, Mousquer CJ, et al. Modelos matemáticos aplicados à cinética de digestão ruminal e produção de gás *in vitro*. In: Galati RL, Queiroz MFS. Inovações na nutrição animal: desafios da produção de qualidade. 1st ed. Guarujá: Científica Digital; 2021. p. 164–179. Disponível em: <https://doi.org/10.37885/210404121>
4. Mello R, Magalhães ALR, Breda FC, Regazzi AJ. Modelos para ajuste da produção de gases em silagens de girassol e milho. Pesq. agropec. bras. 2008;2. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0100-204X2008000200016>
5. Santos ALP, Moreira GR, Brito CCR, et al. Method to generate growth and degrowth models obtained from differential equations applied to agrarian sciences. Semina: Ciênc. agr. 2018;39. Disponível em: <https://doi.org/10.5433/1679-0359.2018v39n6p2659>
6. Emiliano PC, Vivanco MJ, Menezes FS. Information criteria: How do they behave in different models? Comput. stat. and dat. anal. 2014;69. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.csda.2013.07.032>
7. Santos ALP, Brito CCR, Moreira GR, et al. New model of evaluation of sunflower and corn silages by the *in vitro* gas production technique. Semina: ciênc. agr. 2020;41. Disponível em: <https://doi.org/10.5433/1679-0359.2020v41n4p1373>
8. Figueiredo MPS, Moreira GR, Brito CCR, et al. Method to generate growth and degrowth models obtained from existing models compositions applied to animal sciences – the athens-canadian chicken growth case. Livest. sci. 2023;269. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.livsci.2023.105162>
9. Laird AK. Dynamics of relative growth. Growth. 1965;29.
10. Schofield P, Pitt RE, Pell AN. Kinetics of fiber digestion from *in vitro* gas production. J. anim. sci. 1994;72. Disponível em: <https://doi.org/10.2527/1994.72112980x>
11. Shapiro SS, Wilk MB. An analysis of variance test for normality (complete samples), Biometrika. 1965;52. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/biomet/52.3-4.591>
12. Morettin PA, Toloi CMC. Análise de séries temporais. 2nd ed. São Paulo: Blucher; 2006. 564p. Português.

13. Breusch AR, Pagan TS. A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. *Econometrica*. 1979;47.
14. Akaike H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transact. Autom. Cont.* 1974;19. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>
15. Schwarz G. Estimating the dimension of a model. *Ann. Statist.* 1978;6. Disponível em: <https://doi.org/10.1214/aos/1176344136>
16. França AFS, Silva ANR, Oliveira LG, et al. *In vitro* gas production from pearl millet cultivars under nitrogen levels, *Rev. bras. saúde prod. anim.* 2024;25. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/s1519-994020230034>
17. Uçkardes F, Efe E. Investigation o the usability of some mathematical models in *in vitro* gas production techniques *Slovak j. anim sci.* 2014;47. Disponível em: <https://office.sjas-journal.org/index.php/sjas/article/view/231>
18. G. Castro. Características produtivas, agronômicas e nutricionais do capim-tanzânia em cinco diferentes idades ao corte. *Arq. bras. med. vet. zootec.* 2010;62. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0102-09352010000300022>
19. Silva NV, Santos MVF, Silva VJ, et al. Morphological characteristics and kinetics of *in vitro* gas production of tall and dwarf elephant grass genotypes as affected by harvest frequencies. *J. Agric. Sci.* 2025;16. Disponível em: <https://doi.org/10.1017/S0021859625000231>
20. Cavalcanti AC, Saliba EOS, Couto Filho CC, et al. Avaliação de fenos produzidos com *Andropogon gayanus* em diferentes idades empregando-se a técnica de produção de gases. *Rev. facult. agr.* 2018;117. Disponível em: <https://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/74058>
21. Ribeiro GOJ, Velasco FO, Faria Junior WG, et al. Cinética de degradação in situ das silagens de capim *Andropogon gayanus* produzidas em três idades de corte. *Arq bras. med. vet. zootec.* 2014;66. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1678-6780>