

# ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS E DOS MOMENTOS FLETORES NAS FUNDAÇÕES E NOS PILARES DE PONTES RETAS EM CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO A INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

Analysis of the displacements and bending moments in the foundations and in the columns of a bridge in reinforced concrete considering the soil-structure interaction

Mariana Silva Freitas<sup>1</sup>, Karen Andreza Marcelino<sup>2</sup>, José Neres da Silva Filho<sup>3</sup>, Rodrigo Barros<sup>4</sup>



## PALAVRAS CHAVE:

Pontes;  
Pilares;  
Fundações;  
Interação solo-estrutura;  
Método dos elementos finitos.

## KEYWORDS:

Bridges;  
Columns;  
Foundations;  
Soil-structure interaction;  
Finite element method.

**RESUMO:** Este artigo apresenta um estudo analítico e numérico relativo aos deslocamentos e momentos flettores resultantes no conjunto pilar-tubulão de pontes em concreto armado, considerando a interação solo-estrutura (ISE). No estudo analítico, foram utilizados o método de Matlock e Reese (1961) e a equação diferencial em base elástica e, no estudo numérico, foram realizadas modelagens via método dos elementos finitos (MEF). A partir dos resultados, pode-se constatar que a forma de obtenção da constante horizontal do solo – por meio de equações empíricas ou resultados de provas de carga – interfere nos deslocamentos resultantes. Além disso, o método de Matlock e Reese (1961) apresentou resultados semelhantes àqueles obtidos numericamente, através do modelo com apoios elásticos lineares ao longo da profundidade da fundação. Em contrapartida, o modelo numérico com apoios elásticos resultou em valores maiores do que o dobro dos deslocamentos médios obtidos através do modelo numérico que considera o solo com rigidez infinita. Isso mostra que, no caso específico em análise, a ponte estaria com níveis de deslocamentos bem superiores àqueles previstos em projeto, o que potencializaria o efeito de segunda ordem na estrutura, podendo provocar desgastes estruturais irreparáveis ou, até mesmo, o colapso estrutural.

**ABSTRACT:** This article presents an analytical and numerical study on the resulting displacements and bending moments in the column-caisson foundation set of reinforced concrete bridges, considering the soil-structure interaction (SSI). In the analytical study, the method of Matlock and Reese (1961) and the differential equation on elastic basis were used and, in the numerical study, modeling was carried out via the finite element method (FEM). From the results, the way of obtaining the horizontal soil constant – through empirical equations or results of load tests – interferes with the resulting displacements. Furthermore, the method by Matlock and Reese (1961) presented results similar to those obtained numerically, through the model with linear elastic supports along the depth of the foundation. On the other hand, the numerical model with elastic supports resulted in values greater than twice the average displacements obtained through the numerical model that considers the soil with infinite stiffness. This shows that, in the specific case under analysis, the bridge would have displacement levels much higher than those predicted in the project, which would enhance the second order effect on the structure, potentially causing irreparable structural wear or even structural collapse.

\* Contato com os autores:

Publicado em 28 de dezembro de 2023

<sup>1</sup> e-mail: [marianasfg8@gmail.com](mailto:marianasfg8@gmail.com) ( M. S. Freitas )

Engenheira Civil, Mestre em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

<sup>2</sup> e-mail: [karen.marcelino.106@ufrn.edu.br](mailto:karen.marcelino.106@ufrn.edu.br) ( K. A. Marcelino )

Engenheira Civil, Mestranda do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (PPCivAm/UFRN)

<sup>3</sup> e-mail: [jneres@ect.ufrn.br](mailto:jneres@ect.ufrn.br) ( J. N. Silva Filho )

Engenheiro Civil, Doutor, Professor do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

<sup>4</sup> e-mail: [rodrigo.barros@ufrn.br](mailto:rodrigo.barros@ufrn.br) ( R. Barros )

Engenheiro Civil, Doutor, Professor da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

ISSN: 2179-0612 DOI: 10.5216/reec.V19i2.76887

© 2023 REEC - Todos os direitos reservados.

## 1. INTRODUÇÃO

O sistema estrutural de pontes composto por longarinas e transversinas – de concreto armado e/ou protendido – apoiadas em pilares é comumente empregado em todo o mundo. Devido à necessidade de transposição de barreiras cada vez mais complexas, tornou-se fundamental buscar soluções, sob o ponto de vista estrutural, para problemas antes desconhecidos ou pouco estudados relativos a essa tipologia de ponte. É nesse campo que as técnicas de modelagem e de análise – que se tornam cada vez mais sofisticadas – são necessárias, a fim de prever o comportamento de tais estruturas tanto na ruptura quanto em serviço.

Com base nisso, é crescente a demanda por projetos integrados que levem em consideração não apenas a transferência de cargas e tensões entre os elementos estruturais das pontes, como também a interação destes com o meio sobre o qual se apoiam. Essa interação entre o elemento estrutural de fundação com o solo circundante, denominada interação solo-estrutura (ISE), deve ser levada em consideração no dimensionamento e na verificação da estabilidade global da estrutura.

A heterogeneidade do solo pode ser considerada como o principal fator que rege a complexidade do comportamento e a análise de fundações. Um dos precursores do estudo da interação-solo estrutura foi Winkler (1867), que propôs o uso de molas independentes como elementos representativos da deformabilidade do solo. Reese e Matlock (1956) apresentaram uma metodologia de cálculo para uma estaca de grande comprimento solicitada por uma força horizontal e por um momento fletor, na superfície do terreno. Posteriormente, Matlock e Reese (1961) apresentaram os efeitos da carga e do momento aplicados separadamente, os quais seriam, então, superpostos.

Estudos mais recentes da ISE consideram uma análise iterativa tridimensional, na qual o solo e a estrutura são idealizados como um sistema único. Segundo Sousa e Reis (2008), nesse tipo de análise, o solo pode ser considerado até os limites em que os efeitos de tensão possam ser desprezados e, nesse caso, a existência de apoios nos limites do modelo não possui efeito sobre a resposta da ISE.

Seguindo a linha da presente pesquisa, Sousa et al. (2017) propuseram a análise de um solo estratificado ao longo da profundidade, com condição de engastamento bloco-estaca variável, a fim de analisar, de forma comparativa, os métodos de análise da ISE. Os autores concluíram, no estudo da estratificação do solo, que o uso de métodos simplificados de cálculo que desconsideram as curvas p-y, como a determinação do módulo de elasticidade transversal do solo a partir de correlações envolvendo o  $N_{SPT}$ , tenderam a apresentar resultados mais conservadores em termos de deslocamentos horizontais em serviço e momento fletor, sendo aconselhável sua utilização em estudos preliminares de desempenho em serviço.

Ademais, Melo (2017) realizou um estudo analítico e numérico da interação solo-estrutura de pilares de pontes em concreto armado, a fim de avaliar os deslocamentos horizontais e os efeitos de segunda ordem da estrutura. O autor indica que fatores como arranjo, geometria dos pilares e tipo de solo no qual estão inseridas as fundações podem influenciar nos valores dos deslocamentos, mostrando a convergência entre resultados numéricos e analíticos.

Sendo assim, o presente trabalho teve por objetivo realizar análises comparativas, analíticas e numéricas, relativas aos deslocamentos horizontais e momentos fletores resultantes nas fundações (tubulões) e nos pilares de pontes retas em concreto armado, considerando a interação solo-estrutura.

## 2. MÉTODOS DE ANÁLISE

Os métodos utilizados para a análise do comportamento de elementos de fundação de pontes submetidos a cargas horizontais e momentos fletores, considerando a interação solo-estruturas (ISE), foram: (a) Matlock e Reese (1961); (b) a equação diferencial em base elástica resolvida com base na série de Fourier; e (c) o método dos elementos finitos (MEF).

## 2.1 MÉTODO DE MATLOCK E REESE (1961)

O método de Matlock e Reese (1961) apresenta o cálculo do deslocamento horizontal, do momento fletor, da força cortante, da rotação e da reação do solo para o caso de uma estaca solicitada, na superfície do terreno, por uma força horizontal ( $H$ ) e por um momento fletor ( $M$ ). Para isso, o módulo de reação horizontal do solo ( $K_h$ ), que é obtido através do produto entre o coeficiente de reação horizontal do solo ( $k_h$ ) e o diâmetro ou largura da estaca ( $D$ ), deve variar linearmente com a profundidade e a estaca deve ser flexível. Esse método aplica o princípio da superposição de efeitos, considerando, separadamente, o efeito da carga horizontal no topo da fundação (estaca ou tubulão) e o momento fletor aplicado.

Sendo assim, o deslocamento horizontal final da fundação é dado pela Equação 1, enquanto o momento fletor é calculado por meio da Equação 2.

$$y = y_H + y_M = \frac{HT^3}{EI} C_H^y + \frac{MT^2}{EI} C_M^y \quad \text{Eq. [1]}$$

$$M = M_H + M_M = HTC_H^M + MC_M^M \quad \text{Eq. [2]}$$

Em que:

$y$  = deslocamento horizontal total da fundação;

$y_H$  e  $y_M$  = deslocamentos provenientes da atuação da força horizontal e do momento fletor, respectivamente;

$M$  = momento fletor total da fundação;

$M_H$  e  $M_M$  = momentos fletores totais provenientes da atuação da força horizontal e do momento fletor, respectivamente;

$T$  = fator de rigidez relativa da estaca, dada pela relação  $\sqrt[5]{EI/n_h}$ ;

$EI$  = rigidez flexional da estaca;

$n_h$  = constante de horizontal do solo;

$C_H^y$ ,  $C_M^y$ ,  $C_H^M$  e  $C_M^M$  = coeficientes adimensionais para o cálculo dos deslocamentos horizontais e dos momentos fletores devidos à força horizontal e ao momento fletor, respectivamente, os quais são dados em função da profundidade de análise e fornecidos por Matlock e Reese (1961);

## 2.2 EQUAÇÃO DIFERENCIAL EM BASE ELÁSTICA RESOLVIDA COM BASE NA SÉRIE DE FOURIER

Neste modelo, parte-se do princípio de que o comportamento do sistema solo-estrutura de fundação é semelhante àquele de uma viga sob apoio elástico. Sendo assim, o tratamento analítico é realizado através de integrações sucessivas da equação diferencial da linha elástica e da consideração da reação do solo representada por uma carga distribuída ao longo do fuste da fundação profunda. Incorporando a hipótese de Winkler (1867), a equação diferencial do problema é dada pela Equação 3, em que  $p$  é calculado pela Equação 4.

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{p}{EI} = 0 \quad \text{Eq. [3]}$$

$$p = k_h(h - x)yb \quad \text{Eq. [4]}$$

Em que:

$h$  = comprimento do conjunto pilar-fundação;

$b$  = base da seção transversal do pilar ou o diâmetro em pilares de seção circular.

Marchetti (2008) apresenta uma solução particular para a Equação 3, através da utilização da série de Fourier, bem como da superposição dos efeitos da força horizontal e do momento fletor aplicado, com o objetivo de determinar o deslocamento total do conjunto pilar-fundação.

Sendo assim, o deslocamento final no topo do pilar é dado pela Equação 5.

$$\Delta_{final} = \frac{H_0 h_e (2h_e + 3h_0)(2h_e + \pi h_0)}{12EI (1 + 0,01407k_r h_e^5)} + \frac{H_0 h_e^3}{3EI} + \frac{nt}{G_n A_n} \quad \text{Eq. [5]}$$

Em que:

$H_0$  = força horizontal atuante no topo do pilar;

$h_e$  = altura da fundação;

$h_0$  = altura do pilar;

$k_r$  = constante relativa ao coeficiente lateral do terreno, igual a  $k_h b/EI$ ;

$n$  = número de camadas do aparelho de apoio elastomérico;

$t$  = espessura de cada camada do aparelho de apoio;

$G_n$  = módulo de elasticidade transversal do aparelho de apoio;

$A_n$  = área da seção transversal do aparelho de apoio.

### 2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O método dos elementos finitos é uma ferramenta numérica empregada na determinação de soluções aproximadas referentes a problemas de valores sobre o contorno de equações diferenciais. A metodologia por trás desse método consiste na subdivisão do domínio de um problema em partes menores, denominadas elementos finitos, os quais são aplicados, geralmente, em problemas para os quais as soluções obtidas por métodos analíticos não são satisfatórias ou, até mesmo, possíveis.

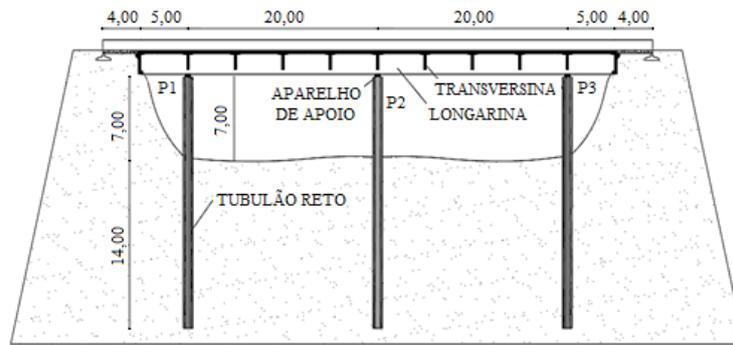
Nesta pesquisa, a modelagem numérica foi empregada com o auxílio de dois programas computacionais: SAP2000 (versão 19) e CSiBridge (versão 17).

## 3. METODOLOGIA

A ponte em estudo foi modelada, inicialmente, através do programa computacional CSiBridge, versão 17, considerando apoios rígidos nos pilares de sustentação, a fim de obter os esforços verticais e horizontais resultantes. Em seguida, foi realizada a modelagem do conjunto pilar-tubulão, no programa computacional SAP2000, versão 19, considerando a interação solo-estrutura (ISE) para investigar os deslocamentos e momentos fletores do conjunto.

### 3.1 GEOMETRIA DOS MODELOS

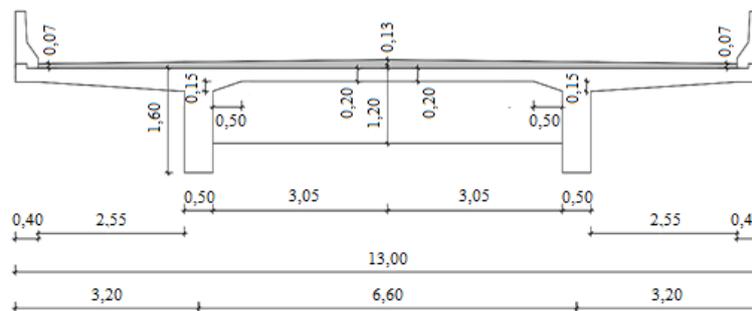
A ponte modelo do presente estudo é constituída por concreto armado com resistência característica à compressão de 30 MPa (C30), com duas longarinas retas de alma cheia e lajes de transição apoiadas no tabuleiro. A ponte possui extensão total de 50 m e é subdividida em dois vãos de 20 m, dois balanços de 5 m e acessos por lajes de transição com 4 m de comprimento em cada bordo (Figura 1). As longarinas se apoiam em pilares de seção circular com 101 cm de diâmetro, os quais apresentam um comprimento total de 21 m, sendo 7 m de extensão livre e 14 m enterrados no solo, funcionando como uma fundação em tubulão reto. A ligação entre as longarinas e os pilares é realizada por meio de aparelhos de apoio elastoméricos.



**FIGURA 1:** Seção longitudinal da ponte.

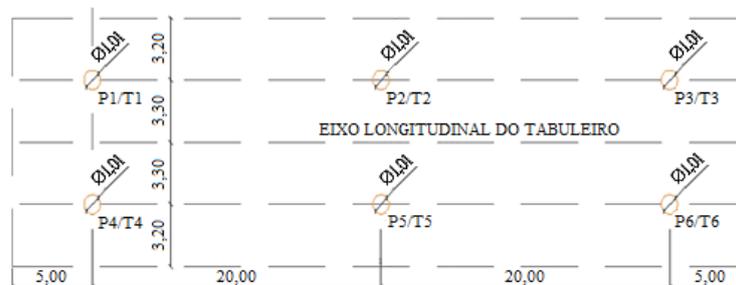
**FONTE:** Autoria própria.

A seção transversal da ponte possui 13 m de extensão, sendo 6,6 m entre os eixos das longarinas e 3,2 m em balanço de cada lado. Além disso, o revestimento asfáltico possui inclinação de 1% a partir do eixo do tabuleiro, com espessura mínima de 7 cm (Figura 2). A Figura 3 apresenta a locação dos pilares e fundações.



**FIGURA 2:** Seção transversal da ponte no meio do vão (em metros).

**FONTE:** Autoria própria.



**FIGURA 3:** Locação dos pilares e fundação da ponte (em metros).

**FONTE:** Autoria própria.

### 3.2 AÇÕES ATUANTES

Foram inseridas, nos modelos, cargas verticais estáticas – peso próprio da estrutura – e móveis – trem-tipo TB-450 e carga de multidão, conforme a NBR 7188 (ABNT, 2013). Seguindo as prescrições da NBR 7187 (ABNT, 2021), as cargas horizontais e longitudinais introduzidas nos modelos foram aceleração e frenagem, vento longitudinal, empuxo de terra, retração do concreto e efeito da variação de temperatura, ao passo que, na direção transversal à ponte, foi considerado o efeito do vento transversal. Os efeitos referentes à retração foram calculados analiticamente, com base em uma espessura fictícia  $h_{fic}$  (Equação 6), segundo os critérios da norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2023).

$$h_{fic} = \gamma \cdot A_c / u_{ar}$$

Eq. [6]

Em que:

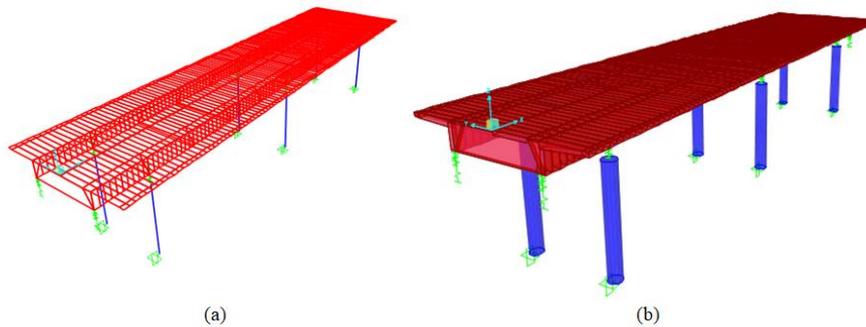
$A_c$  = área da seção transversal da peça;

$u_{ar}$  = parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar;

$\gamma$  = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente, para o qual adotou-se o valor de 2.

### 3.3 MODELAGEM DA PONTE CONSIDERANDO APOIOS RÍGIDOS

As longarinas e as transversinas foram modeladas como pórtico espacial por meio de elementos de barra (*frame*) com 2 nós e 6 graus de liberdade, enquanto o tabuleiro foi representado por elementos planos de casca (*shell*) do tipo quadrangular com 4 nós e 6 graus de liberdade. Os pilares também foram modelados como elementos de barra, com apoios rígidos no nó inferior e molas no nó superior, representativos dos aparelhos de apoio. A Figura 4 apresenta a modelagem dos elementos citados.



**FIGURA 4:** Modelagem da ponte em estudo: (a) modelo padrão e (b) modelo extrudado.

**FONTE:** Autoria própria.

Os parâmetros utilizados para caracterizar o solo que circunda as fundações, na modelagem, foram definidos com base nos dados de sondagens e de ensaios de provas de carga lateral realizados por Araújo (2013), em um terreno localizado na interseção entre as avenidas Lima e Silva e Prudente de Moraes, no bairro de Lagoa Nova, em Natal, Rio Grande do Norte. Em tal pesquisa, foram realizadas sondagens SPT em duas regiões de estudo, denominadas região A, onde foram executadas 4 sondagens, e região B, onde foram executadas 10 sondagens. Em ambos os casos, o nível do lençol freático não foi encontrado.

Foi possível, então, simular os modelos no programa computacional CSiBridge e obter os esforços internos atuantes nos pilares em estudo (Tabelas 1 e 2), considerando os solos A e B, respectivamente.

**TABELA 1:** Resumo das ações e momentos no nível do solo da região A.

Pilar	L (m)	Ação horizontal longitudinal (kN)	Ação horizontal transversal (kN)	Ação horizontal resultante (kN)	$M_x$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	Ação vertical (kN)
P1/P4	7	103,45	78,75	130,02	724,17	551,28	3838,27
P2/P5	7	55,48	0,00	55,48	388,33	0,00	5501,95
P3/P6	7	103,45	78,75	130,02	724,17	551,28	3838,27

**FONTE:** Autoria própria.

**TABELA 2:** Resumo das ações e momentos no nível do solo da região B.

Pilar	L (m)	Ação horizontal longitudinal (kN)	Ação horizontal transversal (kN)	Ação horizontal resultante (kN)	$M_x$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	Ação vertical (kN)
P1/P4	7	101,56	78,75	128,52	710,93	551,28	3838,27
P2/P5	7	53,58	0,00	53,58	375,08	0,00	5501,95
P3/P6	7	101,56	78,75	128,52	710,93	551,28	3838,27

**FONTE:** Autoria própria.

### 3.4 MODELAGEM DA PONTE CONSIDERANDO A INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

O programa computacional SAP2000 foi empregado na modelagem do conjunto pilar-tubulão. A estrutura foi lançada como elemento de barra com o comprimento total de 21 m, divididos em elementos com comprimento de 1 m. Para representar o solo no entorno da estrutura de fundação, considerando o modelo de Winkler (1867), foram utilizados apoios elásticos em cada nó nos 14 m inferiores do modelo. Esses apoios elásticos foram posicionados no sentido horizontal e paralelos aos eixos globais X e Y com seus respectivos valores de  $K_{mh}$ , referente à reação horizontal do solo à tendência de movimento da estrutura após a aplicação das cargas horizontais. Analogamente, também foram inseridas molas verticais paralelas ao eixo global Z com os seus respectivos valores de  $K_{ms}$ , referente à reação vertical do solo oposta à força normal de compressão. Os carregamentos aplicados no topo da estrutura (horizontais e verticais) foram obtidos a partir da modelagem tridimensional da ponte com apoios rígidos no CSI Bridge (conforme apresentado nas Tabelas 1 e 2).

### 3.5 ASPECTOS RELATIVOS À INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

A partir dos dados dos solos – provenientes da pesquisa de Araújo (2013) –, foi possível classificá-los conforme os critérios da NBR 6484 (ABNT, 2020) e de Terzaghi e Peck (1948) como areia fofa a compacta, na região A, e areia fofa a muito compacta, na região B.

O módulo de reação horizontal ( $K_h$ ) das molas inseridas nos modelos foram calculados a partir dos valores dos coeficientes de reação horizontal do solo ( $k_h$ ), os quais foram obtidos de duas formas: (a) através de equações empíricas (Equações 7 a 10) que correlacionam ao valor  $N_{SPT}$  do solo (Tabela 3) e (b) através dos resultados de provas de carga extraídos de Araújo (2013).

**TABELA 3:** Equações empíricas dos parâmetros utilizados para solos arenosos.

Parâmetro	Equação	
Coeficiente de reação horizontal do solo ( $k_h$ )	$k_h = n_h \frac{z}{B}$	Eq. [7]
Constante de reação horizontal do solo ( $n_h$ )	$n_h = \left( \frac{N_{SPT}}{N_{SPT} \cdot 0,18 + 22} \right)^2 + 0,08$	Eq. [8]
Constantes de molas horizontais ( $K_{mh}$ ) e verticais ( $K_{ms}$ )	$K_{mi} = k \cdot A_i$	Eq. [9]
Coeficiente vertical de reação do solo ( $k_s$ )	$k_s = \frac{k_h}{\nu}$	Eq. [10]

FONTE: Autoria própria.

Em que:

$n_h$  = a constante de reação horizontal do solo;

$z$  = a profundidade;

$B$  = o diâmetro da estaca;

$K_{mi}$  = a rigidez relativa no nó i;

$k$  = o coeficiente de reação do solo, sendo  $k_s$  (vertical) ou  $k_h$  (horizontal);

$A_i$  = a área de influência do nó i (diâmetro da estaca multiplicada pela distância entre nós);

$\nu$  = o coeficiente de Poisson do solo, tomado como 0,29.

Os valores fornecidos por Araújo (2013), referentes às provas de carga estáticas laterais em estacas, foram utilizados para o cálculo das constantes de mola por meio das Equações 7, 9 e 10.

Ademais, a partir das expressões de Matlock e Reese (1961), Alizadeh e Davisson (1970) apresentam a relação entre o coeficiente de reação horizontal do solo ( $n_h$ ) e o deslocamento da estaca na superfície do solo ( $y_0$ ) (Equação 11).

$$n_h = \frac{4,42 \cdot H^{5/3}}{y_0^{5/3} \cdot EI^{2/3}} \quad \text{Eq. [11]}$$

Com base nos gráficos  $y_0$  versus  $n_h$  apresentados por Araújo (2013) para as provas de carga realizadas em estacas do tipo hélice contínua (HC), adotou-se um valor intermediário de 9 mm de deslocamento para a curva HC-média. Os valores resultantes para o parâmetro  $n_h$  das regiões A e B foram, respectivamente, 37200 kN/m<sup>3</sup> e 105900 kN/m<sup>3</sup>.

Os valores dos coeficientes de mola foram utilizados no programa computacional SAP2000, a fim de gerar os diagramas de momentos fletores e gráficos de deslocamentos. Os valores de  $n_h$  obtidos por equações empíricas relativas ao valor de  $N_{SP_T}$  do solo, bem como os resultados de provas de carga de Araújo (2013), foram utilizados no cálculo da ISE pelo método de Matlock e Reese (1961) e pela equação diferencial de viga em base elástica.

A Tabela 4 apresenta o resumo dos modelos desenvolvidos na pesquisa com suas respectivas nomenclaturas. De modo geral, os modelos de análise foram: método de Matlock e Reese (MAC 01); método da equação diferencial de viga em base elástica, EDBE (MAC 02); método dos elementos finitos com elevada rigidez da fundação (MEF\_R); e o método dos elementos finitos (MEF), considerando a interação solo-estrutura (ISE).

**TABELA 4:** Resumo dos modelos desenvolvidos na pesquisa.

Região	Solo		Modelo
	$n_h$	Método	
A	Propriedades do solo	Matlock e Reese	MAC 01_AATPs
		EDBE	MAC 02_AATPs
		MEF rígido	MEF_R_AATPs
		MEF	MEF_AATPs
	Provas de carga	Matlock e Reese	MAC 01_AATPC
		EDBE	MAC 02_AATPC
		MEF rígido	MEF_R_AATPC
		MEF	MEF_AATPC
B	Propriedades do solo	Matlock e Reese	MAC 01_BATPs
		EDBE	MAC 02_BATPs
		MEF rígido	MEF_R_BATPs
		MEF	MEF_BATPs
	Provas de carga	Matlock e Reese	MAC 01_BATPC
		EDBE	MAC 02_BATPC
		MEF rígido	MEF_R_BATPC
		MEF	MEF_BATPC

**FONTE:** Autoria própria.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 CONSTANTES DE MOLA DETERMINADAS POR MEIO DAS PROPRIEDADES DO SOLO E DAS PROVAS DE CARGA

As Tabelas 5 e 6 apresentam os valores das constantes de mola determinados através de correlações de propriedades dos solos das regiões A e B, respectivamente. Em ambos os casos, para

representar as molas atuantes na profundidade de 0 m, foram utilizados os valores de  $k_h$  e  $k_s$  referentes à profundidade de 1 m.

**TABELA 5:** Valores das constantes de mola determinados através de correlações com as propriedades do solo na região A.

Prof. (m)	N <sub>60</sub>	N <sub>SPT</sub>	$n_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$A_i$ (m <sup>2</sup> )	$k_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_{mh}$ (kN/m)	$k_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_{ms}$ (kN/m)
0	6	6	2125,48	0,507	2096,13	1062,74	7228,05	3664,62
1	6	6	2125,48	1,014	2096,13	2125,48	7228,05	7329,24
2	13	12	4300,47	1,014	8482,19	8600,94	29248,94	29658,42
3	8	7	2450,94	1,014	7251,32	7352,83	25004,54	25354,60
4	13	12	4300,47	1,014	16964,38	17201,88	58497,87	59316,84
5	17	16	5957,09	1,014	29374,19	29785,43	101290,32	102708,39
6	34	31	12716,57	1,014	75245,96	76299,40	259468,82	263101,38
7	27	25	9963,07	1,014	68778,62	69741,52	237167,65	240488,00
8	20	18	6822,47	1,014	53826,20	54579,77	185607,60	188206,10
9	18	16	5957,09	1,014	52873,55	53613,78	182322,58	184875,10
10	22	20	7705,34	1,014	75989,54	77053,40	262032,91	265701,37
11	24	22	8601,48	1,014	93309,94	94616,28	321758,41	326263,03
12	22	20	7705,34	1,014	91187,45	92464,08	314439,49	318841,64
13	24	22	8601,48	1,014	110275,38	111819,24	380259,94	385583,58
14	25	23	9053,41	0,507	124997,76	63373,86	431026,76	218530,57

FONTE: Autoria própria.

**TABELA 6:** Valores das constantes de mola determinados através de correlações com as propriedades do solo na região B.

Prof. (m)	N <sub>60</sub>	N <sub>SPT</sub>	$n_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$A_i$ (m <sup>2</sup> )	$k_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_{mh}$ (kN/m)	$k_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_{ms}$ (kN/m)
0	0	0	800,00	0,507	788,95	400,00	2720,53	1379,31
1	0	0	800,00	1,014	788,95	800,00	2720,53	2758,62
2	0	0	800,00	1,014	1577,91	1600,00	5441,07	5517,24
3	0	0	800,00	1,014	2366,86	2400,00	8161,60	8275,86
4	6	6	2125,48	1,014	8384,54	8501,92	28912,19	29316,97
5	10	9	3152,04	1,014	15542,58	15760,18	53595,11	54345,44
6	14	13	4703,32	1,014	27830,30	28219,92	95966,54	97310,07
7	19	17	6387,30	1,014	44093,77	44711,08	152047,48	154176,14
8	23	21	8151,98	1,014	64315,46	65215,87	221777,44	224882,33
9	28	26	10420,14	1,014	92486,43	93781,24	318918,72	323383,58
10	36	33	13636,05	1,014	134477,78	136360,47	463716,50	470208,53
11	37	34	14095,22	1,014	152906,68	155047,38	527264,43	534646,13
12	37	34	14095,22	1,014	166807,29	169142,59	575197,56	583250,32
13	41	37	15468,59	1,014	198315,23	201091,64	683845,62	693419,46
14	43	39	16379,40	0,507	226145,60	114655,82	779812,40	395364,89

FONTE: Autoria própria.

As Tabelas 7 e 8 apresentam os valores dos coeficientes de mola calculados para cada profundidade, sendo as molas a 0 m referentes à profundidade de 1 m.

**TABELA 7:** Valores das constantes de mola determinados através de provas de carga na região A.

Prof. (m)	$n_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$A_i$ (m <sup>2</sup> )	$k_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_{mh}$ (kN/m)	$k_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_{ms}$ (kN/m)
0	37200	0,507	36686,39	18600,00	126504,79	64137,93
1	37200	1,014	36686,39	37200,00	126504,79	128275,86
2	37200	1,014	73372,78	74400,00	253009,59	256551,72
3	37200	1,014	110059,17	111600,00	379514,38	384827,59
4	37200	1,014	146745,56	148800,00	506019,18	513103,45
5	37200	1,014	183431,95	186000,00	632523,97	641379,31
6	37200	1,014	220118,34	223200,00	759028,77	769655,17
7	37200	1,014	256804,73	260400,00	885533,56	897931,03
8	37200	1,014	293491,12	297600,00	1012038,36	1026206,90
9	37200	1,014	330177,51	334800,00	1138543,15	1154482,76
10	37200	1,014	366863,91	372000,00	1265047,95	1282758,62
11	37200	1,014	403550,30	409200,00	1391552,74	1411034,48
12	37200	1,014	440236,69	446400,00	1518057,54	1539310,34
13	37200	1,014	476923,08	483600,00	1644562,33	1667586,21
14	37200	0,507	513609,47	260400,00	1771067,13	897931,03

FONTE: Autoria própria.

**TABELA 8:** Valores das constantes de mola determinados através de provas de carga na região B.

Prof. (m)	$n_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$A_i$ (m <sup>2</sup> )	$k_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_{mh}$ (kN/m)	$k_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_{ms}$ (kN/m)
0	105900	0,507	104437,87	52950,00	360130,59	182586,21
1	105900	1,014	104437,87	105900,00	360130,59	365172,41
2	105900	1,014	208875,74	211800,00	720261,17	730344,83
3	105900	1,014	313313,61	317700,00	1080391,76	1095517,24
4	105900	1,014	417751,48	423600,00	1440522,34	1460689,66
5	105900	1,014	522189,35	529500,00	1800652,93	1825862,07
6	105900	1,014	626627,22	635400,00	2160783,51	2191034,48
7	105900	1,014	731065,09	741300,00	2520914,10	2556206,90
8	105900	1,014	835502,96	847200,00	2881044,68	2921379,31
9	105900	1,014	939940,83	953100,00	3241175,27	3286551,72
10	105900	1,014	1044378,70	105900,00	3601305,86	3651724,14
11	105900	1,014	1148816,57	1164900,00	3961436,44	4016896,55
12	105900	1,014	1253254,44	1270800,00	4321567,03	4382068,97
13	105900	1,014	1357692,31	1376700,00	4681697,61	4747241,38
14	105900	0,507	1462130,18	741300,00	5041828,20	2556206,90

FONTE: Autoria própria.

## 4.2 ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS DO CONJUNTO PILAR-TUBULÃO

### 4.2.1 Análise do efeito do valor de $n_h$ na obtenção dos deslocamentos calculados por propriedades do solo ou por provas de carga

A Tabela 9 exibe os valores dos deslocamentos finais tanto ao nível do solo quanto no topo do pilar das pontes localizadas nas regiões A e B, respectivamente, considerando o valor de  $n_h$  calculado a partir dos resultados das provas de carga estáticas ( $n_h$  PC) e a partir de equações empíricas que utilizam os valores de  $N_{SPT}$  ( $n_h$  PS). Os deslocamentos finais no topo do pilar foram tomados como a soma entre os deslocamentos do conjunto pilar-tubulão e do aparelho de apoio.

TABELA 9: Deslocamentos horizontais finais nas regiões A e B.

Modelo	Desloc. na fundação (mm)		Desloc. no pilar (mm)		Desloc. no aparelho de apoio (mm)		Desloc. pilar + fundação (mm)		Desloc. final (mm)	
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
MAC 01 - $n_h$ PC	6,1	3,7	21,7	21,4	11,4	11,2	27,8	25,2	39,2	36,4
MAC 01 - $n_h$ PS	23,8	38,2	21,7	21,4	11,4	11,2	45,5	59,6	56,9	70,8
MAC 02 - $n_h$ PC	0,4	0,1	11,7	11,0	11,4	11,2	12,1	11,2	23,5	22,3
MAC 02 - $n_h$ PS	2,3	2,0	15,7	15,0	11,4	11,2	18,1	17,0	29,4	28,2
MEF_R - $n_h$ PC	0,0	0,0	10,8	10,7	11,4	11,2	10,8	10,7	22,2	21,8
MEF_R - $n_h$ PS	0,0	0,0	10,8	10,7	11,4	11,2	10,8	10,7	22,2	21,8
MEF - $n_h$ PC	4,3	2,2	26,9	22,0	11,4	11,2	31,2	24,3	42,5	35,4
MEF - $n_h$ PS	17,9	28,3	46,3	56,8	11,4	11,2	64,3	85,1	75,6	96,3

FONTE: Autoria própria.

A partir da análise dos valores apresentados, observa-se que a forma de cálculo do valor de  $n_h$  gera resultados diferentes tanto para os modelos analíticos quanto para os modelos numéricos. Constata-se, de maneira geral, que os deslocamentos horizontais, à exceção do modelo MEF com elevada rigidez da fundação (MEF\_R), sofrem um aumento considerável quando calculados utilizando o valor de  $n_h$  determinado por propriedades do solo. Quanto a isso, destaca-se que esse efeito é ainda mais evidente na região B, onde os valores de  $N_{SPT}$  nas primeiras camadas foram tomados como zero e, em consequência, os valores das constantes de reação horizontal do solo foram menores, resultando em maiores deslocamentos. No caso do modelo MEF, na região B, por exemplo, o valor do deslocamento final para os casos de  $n_h$  calculado por meio de provas de carga foi de 35,4 mm, ao passo que, para valores de  $n_h$  calculados por meio das propriedades do solo, foi de 96,3 mm.

A Figura 5 apresenta as curvas dos deslocamentos horizontais obtidos para as regiões A e B a partir dos valores apresentados na Tabela 9.

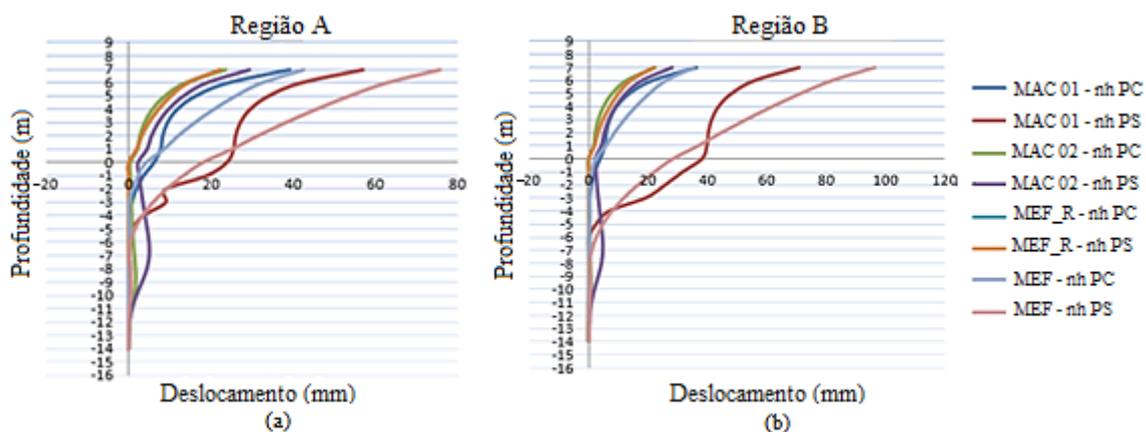


FIGURA 5: Deslocamentos horizontais resultantes: (a) região A e (b) região B.

FONTE: Autoria própria.

Analisando apenas os deslocamentos na fundação, os valores de deslocamento com  $n_h$  calculado a partir de propriedades do solo foram aproximadamente o triplo dos valores de deslocamento com  $n_h$  calculado por provas de carga estáticas para o solo da região A. Em contrapartida, para a região B, tal relação é de aproximadamente 10 vezes. Essa diferença significativa para a região B é justificada pelo método de cálculo empregado, que considera, basicamente, o valor do  $N_{SPT}$ . As camadas superficiais do solo apresentaram  $N_{SPT}$  igual a zero, que pode ter sido causado por uma falha na execução do ensaio de sondagem, por exemplo. Essa condição interferiu, em consequência, nos valores das constantes de mola horizontais, que apresentaram valores significativamente inferiores.

#### 4.2.2 Análise comparativa entre os valores de deslocamentos resultantes da estrutura na região A versus na região B

A Tabela 10 apresenta os resultados de deslocamentos do conjunto pilar-tubulão, nas regiões A e B, com os valores de  $n_h$  obtidos por provas de carga e por propriedades do solo.

**TABELA 10:** Deslocamentos horizontais resultantes com  $n_h$  obtido por provas de carga (PC) e por propriedades do solo (PS).

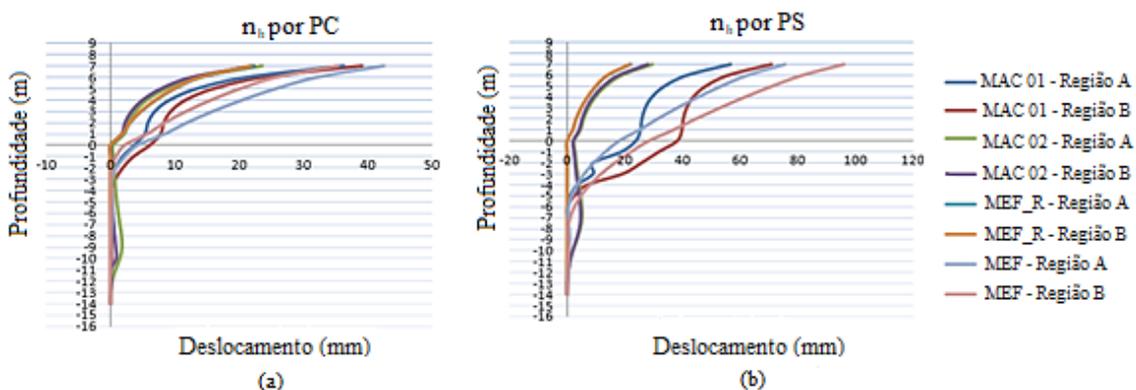
Modelo	Desloc. na fundação (mm)		Desloc. no pilar (mm)		Desloc. no aparelho de apoio (mm)		Desloc. pilar + fundação (mm)		Desloc. final (mm)	
	PC	PS	PC	PS	PC	PS	PC	PS	PC	PS
MAC 01 - A	6,1	23,8	21,7	21,7	11,4	11,4	27,8	45,5	39,2	56,9
MAC 01 - B	3,7	38,2	21,4	21,4	11,2	11,2	25,2	59,6	36,4	70,8
MAC 02 - A	0,4	2,3	11,7	15,7	11,4	11,4	12,1	18,1	23,5	29,4
MAC 02 - B	0,1	2,0	11,0	15,0	11,2	11,2	11,2	17,0	22,3	28,2
MEF_R - A	0,0	0,0	10,8	10,8	11,4	11,4	10,8	10,8	22,2	22,2
MEF_R - B	0,0	0,0	10,7	10,7	11,2	11,2	10,7	10,7	21,8	21,8
MEF - A	4,3	17,9	26,9	46,3	11,4	11,4	31,2	64,3	42,5	75,6
MEF - B	2,2	28,3	22,0	56,8	11,2	11,2	24,3	85,1	35,4	96,3

FONTE: Autoria própria.

Considerando os valores de deslocamento horizontal com valores de  $n_h$  obtidos a partir de provas de carga, observa-se que, devido à variação da rigidez lateral do solo com constantes de reação horizontal  $n_h$  de 37.200 kN/m<sup>3</sup> e 105.900 kN/m<sup>3</sup> para as regiões A e B, respectivamente, os deslocamentos na fundação e os deslocamentos finais foram maiores na região A do que na região B tanto nos modelos analíticos como nos modelos numéricos, à exceção do modelo MEF\_R, que considera rigidez infinita do solo.

Além disso, da análise dos resultados baseados nos valores de  $n_h$  obtidos a partir das propriedades do solo, pode-se observar um comportamento contrário àquele supracitado, pois a região B possui um perfil de sondagem com valores de  $N_{SPT}$  iguais a zero nas primeiras camadas de solo. Conseqüentemente, os deslocamentos na fundação e no topo do pilar foram maiores na região B do que na região A. Os aumentos de deslocamento na fundação foram de 61% para o modelo MAC 01 e 58% para o MEF. No entanto, o modelo MAC 02 não seguiu essa tendência, visto que, no cálculo dos deslocamentos, é considerado o valor médio do coeficiente de reação horizontal do solo  $k_h$ , e não as suas variações ao longo da profundidade. Logo, o modelo MAC 02 apresentou um valor de deslocamento da fundação, na região A, 15% maior do que o valor da região B.

A Figura 6 apresenta as curvas de deslocamento para as regiões A e B, considerando  $n_h$  determinado por provas de carga e por propriedades do solo.



**FIGURA 6:** Deslocamentos resultantes para  $n_h$  determinado por: (a) provas de carga e (b) propriedades do solo.

FONTE: Autoria própria.

A partir das curvas apresentadas, destaca-se que os deslocamentos finais na região B foram maiores do que os deslocamentos da região A para valores de  $n_h$  obtidos por propriedades do solo. Nas curvas com  $n_h$  calculado através de provas de carga, a diferença entre os deslocamentos horizontais das pontes localizadas nas regiões A e B não foram muito significativas, de modo que houve uma variação percentual máxima de 20% nas curvas dos modelos MEF.

Esses resultados deixam clara a relevância de se considerar a deformabilidade do solo para os deslocamentos finais da estrutura, situação que nem sempre é considerada por projetistas estruturais. Foi possível observar, também, que o incremento de deslocamento do modelo com molas linearmente elásticas (MEF), quando comparado com o MEF rígido (MEF\_R), foi, em média, de 166% para a ponte na região A e de 202% para a ponte na região B. Isso significa que, nesse caso específico, a ponte estaria com níveis de deslocamentos superiores aos previstos em projeto caso a deformabilidade do solo não fosse considerada, podendo provocar desgastes estruturais irreparáveis ou até mesmo o colapso da estrutura.

A utilização da equação diferencial de viga sobre base elástica (MAC 02) também apresentou valores de deslocamentos finais inferiores àqueles dos modelos MEF. O acréscimo de deslocamento para o modelo MEF foi, em média, de 119% para a região A e de 150% para a região B. Isso reforça a necessidade de se considerar a deformabilidade do solo de maneira mais refinada em projetos estruturais.

### 4.3 ANÁLISE DOS MOMENTOS FLETORES NO CONJUNTO PILAR-TUBULÃO

#### 4.3.1 Análise do efeito do valor de $n_h$ na obtenção dos momentos fletores calculados por propriedades do solo ou por provas de carga

A Tabela 11 apresenta os resultados de momentos fletores máximos no conjunto pilar-tubulão e ao nível do solo para valores de  $n_h$  obtidos por provas de carga ( $n_h$  PC) e por propriedades do solo ( $n_h$  PS).

TABELA 11: Momentos fletores finais para as regiões A e B.				
Modelo	Momento máximo (kN.m)		Momento no nível do solo (kN.m)	
	A	B	A	B
MAC 01 - $n_h$ PC	1008,36	980,81	910,09	899,60
MAC 01 - $n_h$ PS	1138,98	1183,95	910,09	899,60
MAC 02 - $n_h$ PC	1022,92	1173,94	878,54	1018,59
MAC 02 - $n_h$ PS	1130,29	1110,82	950,39	934,07
MEF_R - $n_h$ PC	910,09	899,60	910,09	899,60
MEF_R - $n_h$ PS	768,94	899,60	768,94	899,60
MEF - $n_h$ PC	910,09	899,60	910,09	899,60
MEF - $n_h$ PS	1065,86	1189,33	910,09	899,60

FONTE: Autoria própria.

A Figura 7 apresenta os momentos fletores ao longo da profundidade da estrutura pilar-tubulão para as pontes localizadas nas regiões A e B.

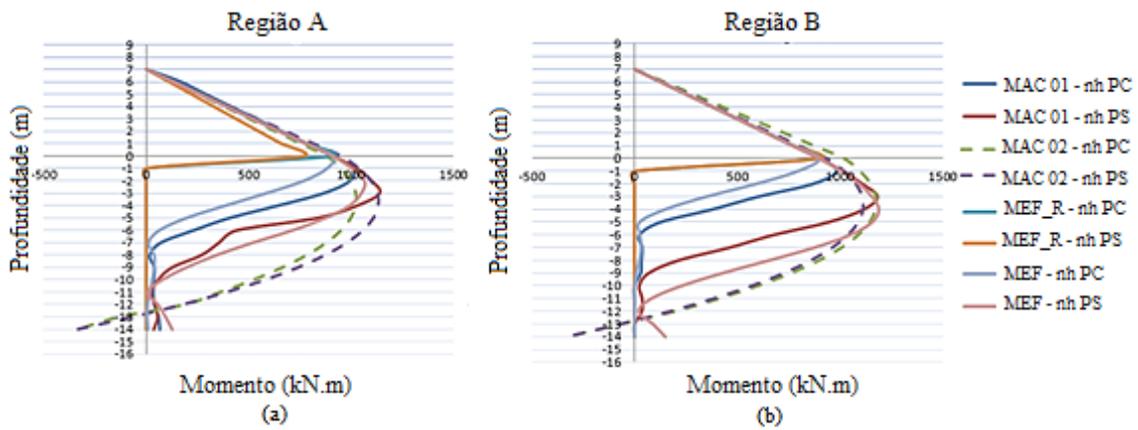


FIGURA 7: Momentos fletores resultantes: (a) região A e (b) região B.

FONTE: Autoria própria.

A partir dos valores apresentados na Tabela 11 e das curvas de momentos fletores, é possível afirmar que, conforme já verificado para os deslocamentos, a forma de cálculo da constante  $n_h$  por meio de propriedades do solo resultou em momentos fletores máximos maiores do que aqueles relativos ao valor de  $n_h$  obtido por meio das provas de carga. Na região A, esse acréscimo foi de 17% nas curvas do modelo MEF, 13% nas curvas do modelo MAC 01 e 11% nas curvas do modelo MAC 02. Por outro lado, na região B, os acréscimos foram de 32% nas curvas do modelo MEF, 21% nas curvas do modelo MAC 01 e um decréscimo de 6% nas curvas do modelo MAC 02.

#### 4.3.2 Análise comparativa entre os valores de momentos fletores da estrutura na região A versus na região B

A Tabela 12 apresenta os momentos fletores máximos e ao nível do solo do conjunto pilar-tubulão das pontes localizadas nas regiões A e B, considerando o valor de  $n_h$  obtido a partir dos resultados de provas de carga e a partir das propriedades do solo.

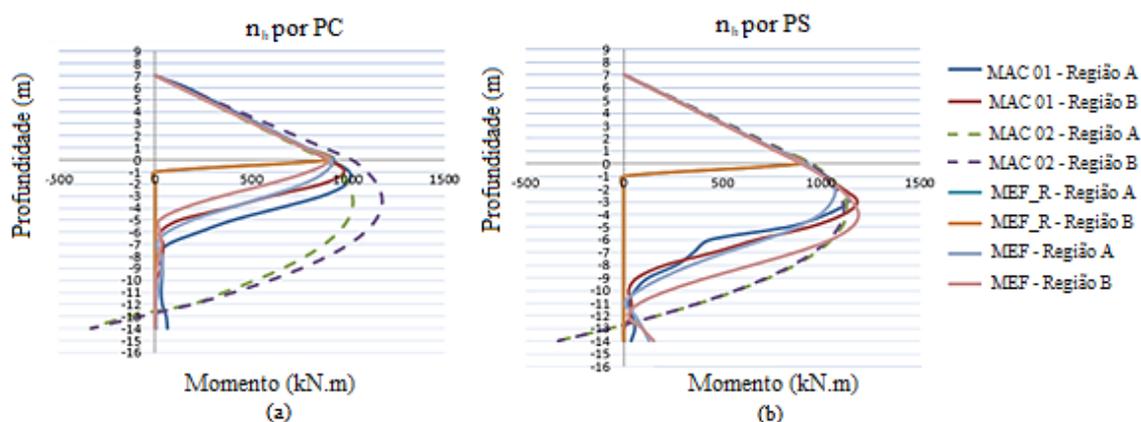
TABELA 12: Momentos fletores resultantes com  $n_h$  obtido por provas de carga (PC) e propriedades do solo (PS).

Modelo	Momento máximo (kN.m)		Momento no nível do solo (kN.m)	
	PC	PS	PC	PS
MAC 01 - A	1008,36	1138,98	910,09	910,09
MAC 01 - B	980,81	1183,95	899,60	899,60
MAC 02 - A	1022,92	1130,29	878,54	950,39
MAC 02 - B	1173,94	1110,82	1018,59	934,07
MEF_R - A	910,09	768,94	910,09	768,94
MEF_R - B	899,60	899,60	899,60	899,60
MEF - A	910,09	1065,86	910,09	910,09
MEF - B	899,60	1189,33	899,60	899,60

FONTE: Autoria própria.

Observa-se que, para o valor de  $n_h$  calculado a partir de provas de carga, os momentos fletores ao nível do solo, na região A, variaram de 878,54 kN.m a 910,09 kN.m e, na região B, de 899,60 kN.m a 1018,59 kN.m. Em contrapartida, os valores de momentos fletores para o  $n_h$  calculado a partir das propriedades do solo variaram de 768,94 kN.m a 950,39 kN.m, na região A, e de 899,60 kN.m a 934,07 kN.m, na região B. Tais valores são correspondentes aos valores obtidos em pesquisas anteriores.

A Figura 8 apresenta as curvas de momentos fletores ao longo da profundidade, com o valor de  $n_h$  obtido por provas de carga e por propriedades do solo.



**FIGURA 8:** Momentos fletores para  $n_h$  determinado por: (a) provas de carga e (b) propriedades do solo.

**FONTE:** Autoria própria.

No caso em que a constante  $n_h$  foi determinada por provas de carga, o solo da região B foi considerado menos deformável (mais rígido) do que o solo da região A, uma vez que a constante de reação horizontal foi maior, resultando em momentos fletores ligeiramente menores. Os acréscimos de momentos fletores máximos da região A, em comparação com a região B, foram de 1,16% para as curvas do modelo MEF e de 2,80% para as curvas do modelo MAC 01.

Para a situação em que o  $n_h$  foi calculado através das propriedades do solo, a diferença entre os momentos fletores máximos entre as regiões A e B foi maior, com média de 5,76%, mas com os momentos máximos na região B maiores do que os momentos máximos na região A. Os acréscimos de momentos fletores máximos da região B, em comparação com a região A, foram de 11,58% para as curvas do modelo MEF, 3,94% para as curvas do modelo MAC 01 e 1,75% para as curvas do modelo MAC 02.

Comparando os momentos fletores máximos com os momentos fletores ao nível do solo, observa-se que os momentos fletores máximos nos modelos que consideram a deformabilidade do solo ocorrem nos nós que estão abaixo do nível do solo e foram, em média, 7% maiores do que os momentos fletores ao nível do solo com o  $n_h$  obtido por provas de carga e 15% maiores com o  $n_h$  obtido por propriedades do solo, na região A. Na região B, os momentos máximos foram, em média, 6% maiores do que os momentos no nível do solo, considerando o  $n_h$  determinado por provas de carga, e 21% maiores para o  $n_h$  determinado por propriedades do solo.

## 5. CONCLUSÕES

A partir dos resultados apresentados, pode-se, primeiramente, constatar que a forma de obtenção da constante horizontal do solo  $n_h$  interfere nos valores de deslocamento. Quando essa constante foi obtida através de provas de carga estática (com dados provenientes de experimentos), o solo apresentou maior rigidez, resultando em deslocamentos significativos, porém, inferiores aos deslocamentos obtidos com o  $n_h$  calculado a partir das propriedades do solo. Tendo em vista que os ensaios com provas de carga estática em estacas lateralmente carregadas não são comumente realizados, pode-se afirmar que os resultados obtidos de forma empírica estão a favor da segurança, sendo uma possível opção para o cálculo dos deslocamentos horizontais a partir de ensaios de sondagem à percussão.

Quanto aos modelos de estudo, destaca-se que o método de Matlock e Reese (1961) (MAC 01) apresentou valores bem próximos aos resultados numéricos do modelo que considera apoios elásticos lineares ao longo da profundidade (MEF). Além disso, a consideração da ISE foi importante para explicitar

deslocamentos horizontais significativos no nível do solo e que, eventualmente, são considerados nulos, assim como foi realizado no modelo numérico que desconsidera a deformabilidade do solo (MEF\_R).

Outro aspecto a ser observado é a diferença de se considerar ou não a deformabilidade do solo para os deslocamentos finais da estrutura. Nesta pesquisa, pode-se perceber que os deslocamentos do modelo MEF com molas linearmente elásticas resultaram em mais do que o dobro dos deslocamentos médios obtidos a partir do modelo que considera o solo com rigidez infinita (MEF\_R). Isso realça o risco de que a ponte real possa apresentar níveis de deslocamentos bem superiores caso a análise de projeto seja realizada para pilares com apoios indeslocáveis.

Assim como ocorreu nos deslocamentos, os diagramas de momentos fletores na fundação para o método de Matlock e Reese (1961) (MAC 01) foram bem próximos aos resultados numéricos da fundação obtidos por meio do modelo MEF. Isso se justifica pelo fato de que o método analítico apresenta valores de coeficientes adimensionais calibrados para os possíveis tipos de solo, o que converge para valores próximos da modelagem numérica.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALIZADEH, M.; DAVISSON, M. T. **Lateral load tests on piles**. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, Vol. 96, 1970, 1583-1604 p.

ALONSO, U. R. **Dimensionamento de fundações profundas**. São Paulo: Blucher, 2012.

ARAÚJO, A. G. D. **Provas de carga estática com carregamento lateral em estacas escavadas hélice contínua e cravadas metálicas em areia**. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN. Natal, RN, 2013, 221 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos**. Rio de Janeiro, 2023.

\_\_\_\_\_. NBR 6484: **Solo - Sondagens de simples reconhecimento com SPT - Método de ensaio**. Rio de Janeiro, 2020.

\_\_\_\_\_. NBR 7187: **Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto**. Rio de Janeiro, 2021.

\_\_\_\_\_. NBR 7188: **Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro, 2013.

MARCHETTI, O. **Pontes de concreto armado**. São Paulo: Blucher, 2008.

MATLOCK, H.; REESE, L. C. **Foundation analysis of offshore pile supported structures**. Proceedings of the V International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 2, 1961, 91-97 p.

MELO, S. T. **Estudo analítico e numérico via método dos elementos finitos dos deslocamentos horizontais de pilares de pontes em concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, UnB. Brasília, 2017, 136 p.

REESE, L. C.; MATLOCK, H. **Non-dimensional solutions for laterally loaded piles with soil modulus assumed proportional to depth**. Proceedings of the VIII Texas Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1956, 1-23 p.

SOUSA, A. M. D.; SILVA FILHO, J. N.; MACIEL, D. N.; COSTA, Y. D. J.; FREITAS, M. S. **Estudo da estratificação do solo e coeficientes de engastamento estaca-bloco na interação solo-estrutura em fundações de pontes**. 59° Congresso Brasileiro do Concreto - CBC2017, 2017, Bento Gonçalves - RS. Anais do 59° Congresso Brasileiro do Concreto, 2017.

SOUZA, R. A.; REIS, J. H. C. **Interação solo-estrutura para edifícios de fundações rasas**. Acta Sci. Technol, Vol. 30, 2008, 1583-1604 p.

TERZAGHI, K.; PECK, R. B. **Soil exploration, soil mechanics in engineering practice**. John Wiley and Sons Inc, 1948.

WINKLER, E. **Die lehre von der elastizität und festigkeit**. Verlag von H. Dominicus, 1867.