

# MODELOS PLÁSTICOS MACROSCÓPICOS HOMOGENEIZADOS UTILIZANDO O CONCEITO DE EVR PARA MATERIAIS POROSOS

## Homogenized Plastic Macroscopic Models using the RVE concept for porous materials

Leandro Damas de Oliveira<sup>1</sup>, Luiz Gustavo Barichello<sup>2</sup>, José Julio de Cerqueira Pituba<sup>3</sup>



### PALAVRAS CHAVE:

EVR;  
Microestrutura;  
Materiais Porosos;  
Modelos macroscópicos plásticos.

### KEYWORDS:

RVE;  
Microstructure;  
Porous Materials;  
Plastic Macroscopic Models.

**RESUMO:** Este trabalho trata da obtenção de modelos constitutivos macroscópicos de materiais heterogêneos utilizando o conceito de homogeneização de Elemento de Volume Representativo (EVR) para emprego em análise de estruturas levando a análises de baixo custo computacional quando comparadas àquelas com total acoplamento entre escalas. Para tanto, estados de deformação macroscópicas são impostas ao EVR de modo a obter modelos representados por curvas tensão plástica homogeneizada versus deformação plástica imposta. Os EVRs são representativos de microestruturas de materiais porosos com matriz de comportamento dúctil. Uma técnica de homogeneização é empregada em conjunto com o modelo de von Mises. Os resultados demonstram que é possível obter modelos constitutivos para materiais complexos sem recorrer a modelos fenomenológicos complexos e com muitos parâmetros a identificar, tornando inviável a utilização em aplicações da prática da Engenharia.

**ABSTRACT:** This work deals with macroscopic constitutive models for analysis of porous materials using the concept of Representative Volume Element (RVE) and homogenization technique leading to low computational cost when compared to full coupled multiscale analyses. For this propose, macroscopic strain states are imposed to the RVE to obtain models expressed by homogenized plastic stress versus plastic strain relationship. The RVEs represent porous microstructures with ductile matrix. A homogenization technique is used in conjunction with von Mises' model. The results show the obtained constitutive models for complex materials to be applied in analysis of structures composed of porous materials overcoming the using of complex phenomenological models with many parameters to be identified, making their use in engineering applications unfeasible.

\* Contato com os autores:

Publicado em 28 de dezembro de 2023

<sup>1</sup> e-mail: leandro\_oliveira@live.com (L. D. de Oliveira)

Engenheiro Civil, Mestrando, Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Catalão

<sup>2</sup> e-mail: luizgustavobarichello@live.com (L. G. Barichello)

Engenheiro Civil, Graduação, Universidade Federal de Catalão

<sup>3</sup> e-mail: julio\_pituba@ufcat.edu.br (J. J. C. Pituba)

Engenheiro Civil, Prof Associado, Laboratório de Modelagem Computacional, Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Catalão

## 1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a crescente evolução da tecnologia juntamente com o desenvolvimento da álgebra linear e dos cálculos vetorial e tensorial acarretaram grande progresso na área da análise de estruturas. As comunidades científicas estão fazendo parcerias com as indústrias e gerando como resultado o desenvolvimento de novas tecnologias, novos materiais e novas ferramentas. Desta maneira, problemas mais complexos estão se tornando passíveis de solução e rapidamente, o tempo de processamento vem sendo reduzido. Com o avanço da tecnologia, criam-se demandas por novas metodologias e conseqüentemente, por recursos computacionais que possibilitem estudar estruturas sujeitas a carregamentos mais complexos, levando a uma constante busca pelo desenvolvimento de novas tecnologias.

Por sua vez, engenheiros de materiais e metalúrgicos buscam produzir e fabricar diversos tipos de materiais que possam atender às exigências de serviço que essas análises sugerem, isto é, faz-se necessário conhecer as características do material e projetar o membro a partir do qual ele é feito de maneira que qualquer deformação resultante não seja excessiva e não cause fratura. O comportamento mecânico de um material reflete a relação entre sua resposta ou deformação a uma carga ou força aplicada. Isso envolve necessariamente a compreensão da relação entre a microestrutura de um material e suas propriedades mecânicas. As propriedades mecânicas dos materiais podem ser verificadas quanto a sua resistência em laboratórios de materiais, aplicando cargas que simulam as condições às quais o material seria exposto em serviço.

Por outro lado, as propriedades de um material compósito são influenciadas pelas propriedades dos componentes que o compõem, a saber: a matriz, na qual é geralmente contínua, bem como pela quantidade de cada componente e pela forma como a fase dispersa é moldada e posicionada. A forma, tamanho, direção e distribuição das partículas compõem a geometria da fase dispersa (Callister e Rethwisch, 2018).

Reis (2014) menciona que existem duas abordagens para modelagem do comportamento de materiais que estão no escopo da não-linearidade física de materiais. Essas abordagens são macroscópicas e micromecânicas, e cada uma tem seus pontos fortes e fracos. A abordagem macroscópica ignora muitos detalhes microestruturais, apesar de ser detalhada em um nível maior. Por outro lado, a micromecânica considera as informações obtidas da microestrutura do material, mas calcula diretamente muitas das propriedades dos materiais. Para materiais heterogêneos, foco do presente trabalho, percebe-se uma limitação da abordagem macroscópica principalmente ao fato de que, independentemente da complexidade das equações, elas não irão contemplar e incluir todos os fenômenos que ocorrem no nível microestrutural. Enquanto que para a micromecânica, as informações são obtidas diretamente a partir de formulações numéricas da microestrutura que estimam as propriedades globais do material.

Considerando a análise macroscópica fenomenológica, a suposição de homogeneidade do material pode ser limitante por muitas razões, independentemente do tipo de material (compósito, polímero, metal, natural). A razão é que ao olhar para a microestrutura do material, é possível ver diferentes características entre o material, incluindo diferentes fases, vazios, microfissuras, fibras e inclusões dentro do material. De fato, fibras e inclusões podem ser introduzidas na microestrutura durante o processo de criação e formação do próprio material, o que pode ter um grande impacto no desempenho geral e nas propriedades do material.

Bensoussan, Papanicolau e Lions (1978) e Sanchez-Palencia (1980) sugeriram que a teoria matemática da homogeneização assintótica seja usada em métodos analíticos. Este método considera uma alternativa a outros métodos e baseia-se no princípio de que os níveis macro e micro são naturalmente distintos (separação de escala). A expansão assintótica aos campos de tensão e deslocamento leva em consideração o tamanho da macroestrutura em relação ao tamanho das heterogeneidades, usando um parâmetro de comprimento natural.

O procedimento de homogeneização numérica ganhou uma popularidade notável dentro da comunidade (Santos, Fernandes e Pituba, 2016, Fernandes et al., 2019 e Santos e Pituba, 2017). A ideia básica é resolver o problema de equilíbrio de um Elemento de Volume Representativo (EVR) quando submetido a condições de contorno cinematicamente admissíveis e em seguida, calcular as propriedades globais por homogeneização sobre o domínio do EVR. Comparado com as abordagens analíticas clássicas, este arcabouço numérico se destaca principalmente porque permite modelar diferentes fenômenos sem tanta limitação da configuração das várias fases da microestrutura como acontece nas abordagens analíticas (Crozarior e Fernandes, 2019).

Contudo, a resolução do problema de equilíbrio de uma estrutura em análise considerando várias escalas requer um alto custo computacional, o que se torna um fator limitante. A literatura fornece diferentes opções de métodos numéricos multiescala a ser aplicado em materiais heterogêneos. Observe que na maioria dos estudos, a formulação multiescala é desenvolvida utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). Pode-se citar: Toro et al (2016), Sun et al (2019), Thilakarathna et al (2020), Havlásek e Jirásek (2016), Blanco et al (2016) e Peric et al (2011). Já Naderi, Tu e Zhang (2021), Naderi e Zhang (2021) e Wang et al (2021) recentemente vêm aplicando as técnicas de homogeneização para a simulação do comportamento de materiais com fortes heterogeneidades, como é o caso do concreto.

Por fim, a análise na microestrutura de um material vem gerando muitos resultados e contribuições importantes (Silva et al, 2022, Pituba et al, 2021), mas ainda há um campo de pesquisa a ser explorado entre os resultados da microestrutura e o comportamento real da estrutura macroscópica. Quando um material se deforma além de sua faixa elástica, paralelamente à deformação na macroestrutura do sólido, ocorrem desenvolvimentos inerentes à microestrutura, tais como mudanças de fase, deterioração interna, aparecimento de fratura e propagação de microfissuras. Todos esses desenvolvimentos dentro da microestrutura devem ser considerados durante a análise para garantir que o componente seja dimensionado adequadamente. Neste estudo, o conceito de EVR é empregado para avaliar a resposta mecânica associada a uma faixa de valores de parâmetros pré-determinados, e, com base nessa análise, as respostas constitutivas da microestrutura são calculadas. Essas respostas podem ser entendidas como modelos constitutivos do material e podem ser usados para analisar o comportamento macroscópico do material. Essa metodologia permite uma compreensão mais completa do material, considerando a sua estrutura em diferentes escalas. Portanto, a contribuição do presente trabalho reside no fato de utilizar o conceito de EVR para analisar a microestrutura de materiais heterogêneos e obter modelos plásticos macroscópicos homogeneizados para materiais metálicos porosos.

### **1.1. OBJETIVOS**

O objetivo geral deste estudo é utilizar o conceito de EVR para analisar a microestrutura de materiais heterogêneos e obter modelos macroscópicos homogeneizados, empregando estes para simular o comportamento de chapas utilizando uma abordagem multiescala hierárquica. Este tipo de análise traz vantagens como por exemplo, baixo custo computacional e utilização de modelos constitutivos simples na modelagem da microestrutura diretamente, sem recorrer a modelos fenomenológicos complexos em formulação e quantidade de parâmetros.

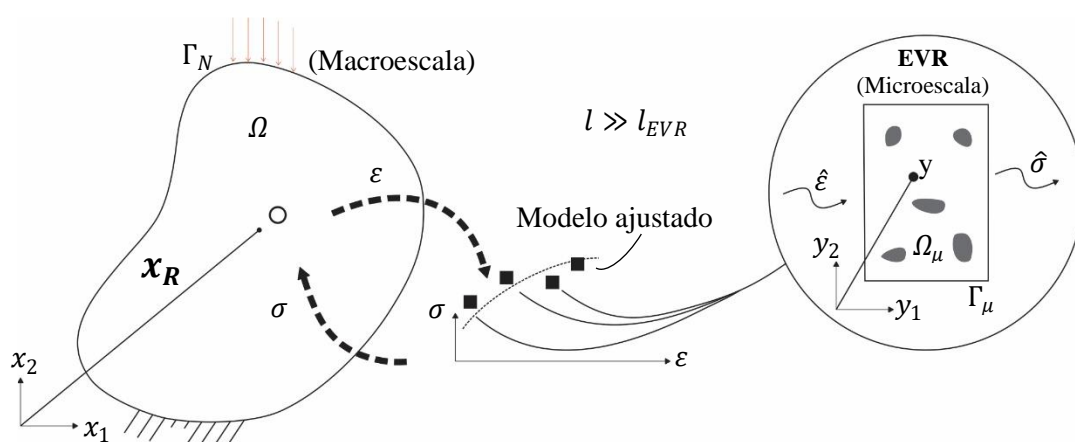
## **2. ANÁLISE MULTIESCALA**

A suposição de homogeneidade é aceitável quando se utilizam metais, compósitos, polímeros ou materiais naturais. No entanto, quando são considerados componentes estruturais, que podem estar sujeitos a condições críticas de carregamento próximas aos seus limites, verifica-se que existe um desvio significativo entre o comportamento previsto e o comportamento experimental observado. Segundo Reis (2014), isso se deve principalmente à forte dependência das propriedades gerais e do desempenho global de um material

em relação aos fenômenos que ocorrem em sua microestrutura. Portanto, nestes casos, deve ser realizada uma análise estrutural que leve em consideração as informações da microestrutura do material. Diante disso, vários métodos analíticos têm sido propostos para quantificar as propriedades gerais de materiais heterogêneos especificamente por meio da análise de sua microestrutura. Os procedimentos de homogeneização numérica ganharam mais notoriedade entre esses métodos, cuja ideia básica é resolver o problema de equilíbrio de EVRs (Hill, 1965).

Já a macroescala é a escala de observação da estrutura como um todo. Nessa escala, a fissuração, tomando como exemplo, está diretamente relacionada à heterogeneidade do material e à presença de microfissuras e vazios vistos em escalas menores. Portanto, é classificado como um fenômeno multiescala, uma vez que os mecanismos que levam ao seu surgimento e evolução são diversos e ocorrem em diferentes escalas de observação. Portanto, as técnicas de análise multiescala envolvem o uso de informações de diferentes escalas de tamanho para modelar materiais, economizando esforço computacional e fornecendo resultados de qualidade semelhante em comparação com a representação de estruturas inteiras em escalas menores. Em geral, diferentes abordagens podem ser utilizadas para classificar métodos que utilizam o conceito EVR. Essas classificações são baseadas em vários critérios, como a precisão das respostas obtidas, o número de variáveis inseridas no modelo e o custo computacional necessário. Segundo Belytschko, Loehnert e Son (2008), as análises multiescala são classificadas em três categorias, de acordo com o grau de acoplamento entre as escalas envolvidas no processo diferindo na maneira como lida com a transferência de informações entre as escalas, podendo ser análises concorrentes, semi-concorrentes e as hierárquicas, sendo esta última o foco do presente artigo. Porém, em comum em cada categoria, cada abordagem envolve escalas macro e micro, onde a escala micro é modelada por meio do conceito de EVR.

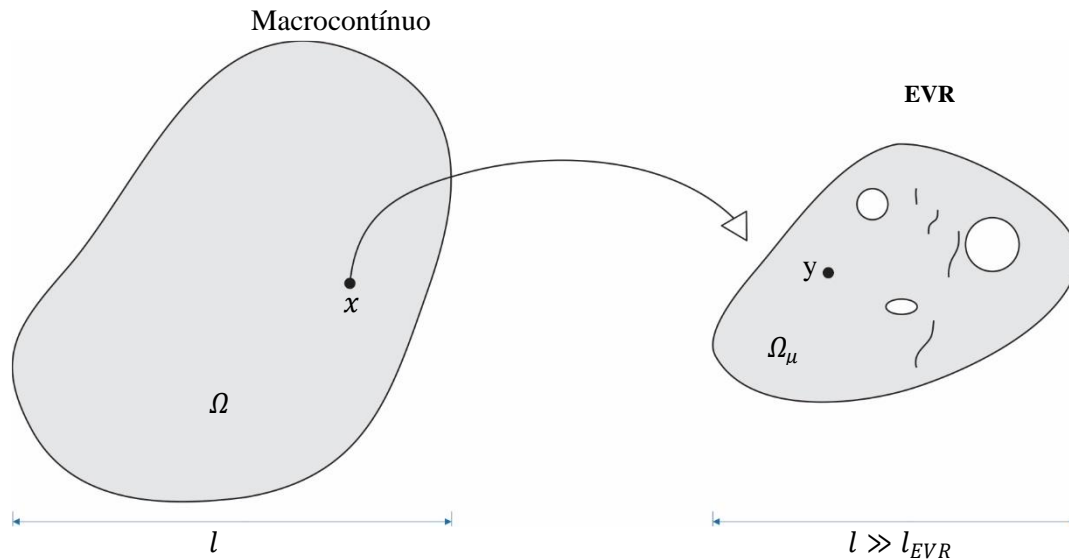
No caso específico da Análise Multiescala Hierárquica, como descrita na Figura 1, o EVR é utilizado para avaliar a resposta mecânica em relação a uma série de parâmetros pré-determinados. Normalmente, os parâmetros pré-definidos podem ser caminhos de deformação macroscópicos impostos e a resposta mecânica pode ser tensões homogeneizadas. Com esse conjunto de respostas, é construído um banco de dados que pode ser gerenciado de várias maneiras. Por exemplo, modelos quase fenomenológicos na macroescala (muitas vezes referidos como baseados na micromecânica) podem ser construídos a partir desse banco de dados de informações pré-computadas. Alternativamente, a malha pode ser construída no espaço de deformação paramétrica e um estado de tensão homogêneo pode ser atribuído a cada nó da malha. Então, por interpolação, pode-se descrever o comportamento constitutivo macroscópico (tensão homogeneizada) para deformações arbitrárias (Toro et al, 2016).



**FIGURA 1:** Estratégia multiescala hierárquica baseada no conceito de EVR.

**FONTE:** Adaptado de TORO et al. (2016).

Em termos da formulação matemática, seja um corpo na macroescala de comprimento  $l$  representado por infinitos pontos  $x$  e domínio  $\Omega$ . Cada ponto  $x$  desse corpo possui um EVR associado de domínio  $\Omega_\mu \subset \mathbb{R}^N$  e comprimento  $l_\mu \ll l$ , onde  $y$  é um dos infinitos pontos da microestrutura do EVR, conforme mostrado na FIGURA 2, onde mais detalhes da formulação abordada aqui podem ser encontrados em Santos, Fernandes e Pituba (2016) e Fernandes et al (2019).



**FIGURA 2:** Macroescala e representação da Microescala.

**FONTE:** Adaptado de BORGES (2015).

O EVR é constituído por uma parte denominada matriz, representada por  $\Omega_\mu^m$ , e dentro dessa matriz encontram-se as inclusões, representada por  $\Omega_\mu^i$  (Giusti et al, 2009). Logo, o domínio da microestrutura  $\Omega_\mu$  é composto pela união do domínio do micro da matriz  $\Omega_\mu^m$  e pelo domínio do micro das inclusões  $\Omega_\mu^i$ . O contorno do domínio da matriz  $\partial\Omega_\mu^m$ , é representado pela união do contorno do EVR  $\partial\Omega_\mu$  com o contorno das inclusões ou vazios  $\partial\Omega_\mu^i$ .

$$\Omega_\mu = \Omega_\mu^m \cup \Omega_\mu^i \quad \text{Eq. [ 1]}$$

$$\partial\Omega_\mu^m = \partial\Omega_\mu \cup \partial\Omega_\mu^i \quad \text{Eq. [ 2]}$$

Por um caminho menos complexo, será considerado que as inclusões não interceptam o contorno do EVR. Ou seja, é tido como um conjunto vazio a interceptação do contorno do EVR  $\partial\Omega_\mu$  com o contorno das inclusões  $\partial\Omega_\mu^i$ . Verifica-se na Equação 3 que não há uma sobreposição dos contornos da inclusão  $\partial\Omega_\mu^i$  com o contorno  $\partial\Omega_\mu$  do EVR.

$$\partial\Omega_\mu \cap \partial\Omega_\mu^i = \emptyset \quad \text{Eq. [ 3]}$$

Seja uma tensão  $\sigma$  em um ponto qualquer do contínuo. Em um certo instante de tempo  $t$  da análise é dada pela deformação  $\epsilon$  até aquele instante, ou seja, tem-se uma tensão associada a ela como sendo função da deformação.

$$\sigma(t) = f(\epsilon^t) \quad \text{Eq. [ 4]}$$

sendo  $\mathbf{f}$  o tensor constitutivo simétrico. A deformação ( $\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u}$ ) é dada pelo gradiente simétrico  $\nabla^s$  do campo de deslocamento  $\mathbf{u}$ . Similarmente, no EVR, tem-se que a deformação no micro em um instante  $t$  qualquer depende daquele instante  $t$  no ponto  $y$  qualquer do EVR. Utilizando o conceito de que a deformação é a variação dos deslocamentos  $\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u}$ , temos:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y, t) = \nabla^s \mathbf{u}_\mu \quad \text{Eq. [ 5]}$$

no qual  $\boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y, t)$  é a deformação no EVR e  $\mathbf{u}_\mu$  o vetor de deslocamento na microestrutura.

Partindo do conceito de média volumétrica na qual a deformação no ponto  $x$  da macroestrutura, em dado instante  $t$  qualquer da análise, é uma média volumétrica das deformações que ocorrem na microestrutura. Temos para a Equação 6:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y, t) dV \quad \text{Eq. [ 6]}$$

A partir da Equação 5 e utilizando o conceito de média volumétrica exposto na Equação 6, temos que a deformação no ponto  $x$  do macro contínuo  $\boldsymbol{\varepsilon}(x, t)$  é igual a média volumétrica ( $\frac{1}{V} \int_{\Omega} dV$ ) das deformações no micro ( $\nabla^s \mathbf{u}_\mu$ ).

Por analogia, a tensão no ponto  $x$  do macro contínuo  $\boldsymbol{\sigma}(x, t)$  é a média volumétrica no domínio do EVR das tensões em cada ponto  $y$  do micro  $\boldsymbol{\sigma}_\mu(y, t)$ .

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \nabla^s \mathbf{u}_\mu dV \quad \text{Eq. [ 7]}$$

$$\boldsymbol{\sigma}(x, t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu(y, t) dV \quad \text{Eq. [ 8]}$$

O procedimento que transforma uma quantidade microscópica em uma quantidade macroscópica é denominado de homogeneização. É dada pela representação de uma quantidade macroscópica a partir de quantidades microscópicas da microestrutura. Dessa forma,  $\boldsymbol{\varepsilon}(x, t)$  se identifica na deformação macroscópica ou homogeneizada e  $\boldsymbol{\sigma}(x, t)$  na tensão macroscópica ou homogeneizada.

Por outro lado, o modelo constitutivo de von Mises foi adotado para modelar o comportamento dúctil da matriz dos EVRs analisados no presente trabalho. O modelo de von Mises baseia-se na determinação da energia de deformação de um material, ou seja, a energia associada à sua mudança de forma. De acordo com este critério, o comportamento estrutural será seguro desde que a energia de deformação máxima por unidade de volume de material permaneça abaixo da energia de deformação por unidade de volume necessária para induzir o escoamento no corpo de prova submetido a tração. Este modelo assume que a plastificação ocorre quando a tensão de cisalhamento octaédrica neste ponto é atingida. De acordo com o critério de von Mises, o processo plástico começa quando a invariante da tensão desviadora  $J_2$  atinge um valor crítico. Matematicamente, esta condição é representada pela seguinte equação:

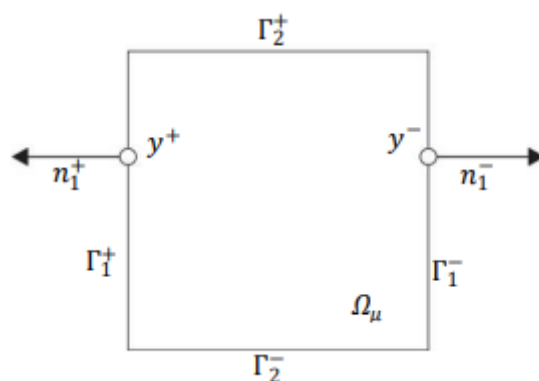
$$J_2 = R(\alpha) \quad \text{Eq. [ 9]}$$

sendo  $R$  o valor crítico, aqui é a função de endurecimento da variável interna  $\alpha$ , que será definida posteriormente.

### 3. METODOLOGIA EMPREGADA NAS ANÁLISES NUMÉRICAS

Neste trabalho, a viabilidade da formulação apresentada é avaliada. Para isso, simulações numéricas são realizadas na microestrutura de materiais porosos para prever seu desempenho mecânico com o auxílio do Método dos Elementos Finitos.

Todos os EVRs analisados possuem medidas de 100mm x 100mm x 1mm. As propriedades do material foram baseadas nos padrões estabelecidos em estudos recentes, tais como Fernandes et. al (2019) e Santos e Pituba (2017). A matriz é composta por um material dúctil com módulo de elasticidade de 200 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,3. Como a plastificação ocorre na matriz, a tensão de escoamento e de encruamento foi fixada em 240 MPa, baseada no modelo de von Mises. Além disso, o modelo de restrição cinemática adotado para todas as análises numéricas dos EVRs foi o de flutuação periódica de deslocamentos devido a sua flexibilidade em comparação com outros modelos. O modelo de flutuação periódica de deslocamentos está descrito na Figura 3, tendo maiores detalhes descritos em Pituba et al (2021) e Giusti et al (2009).



**FIGURA 3:** Definição da restrição cinemática no EVR para modelo periódico de flutuações de deslocamentos.

**FONTE:** Adaptado de Giusti et al., 2009.

Note que no EVR, cada lado  $\Gamma_i^+$  corresponde a um lado igual e oposto  $\Gamma_i^-$ , sendo  $\mathbf{n}_i^+$  a direção normal ao contorno  $\Gamma_i^+$  e  $\mathbf{n}_i^-$  a direção normal ao contorno  $\Gamma_i^-$ , com  $\mathbf{n}_i^+ = -\mathbf{n}_i^-$ . Assim, para cada ponto  $y^+$  pertencente ao contorno  $\Gamma_i^+$  existe um ponto correspondente  $y^-$  do contorno  $\Gamma_i^-$ . Nesse modelo, adota-se que as flutuações do par de pontos  $y^+$  e  $y^-$  são iguais, isto é:

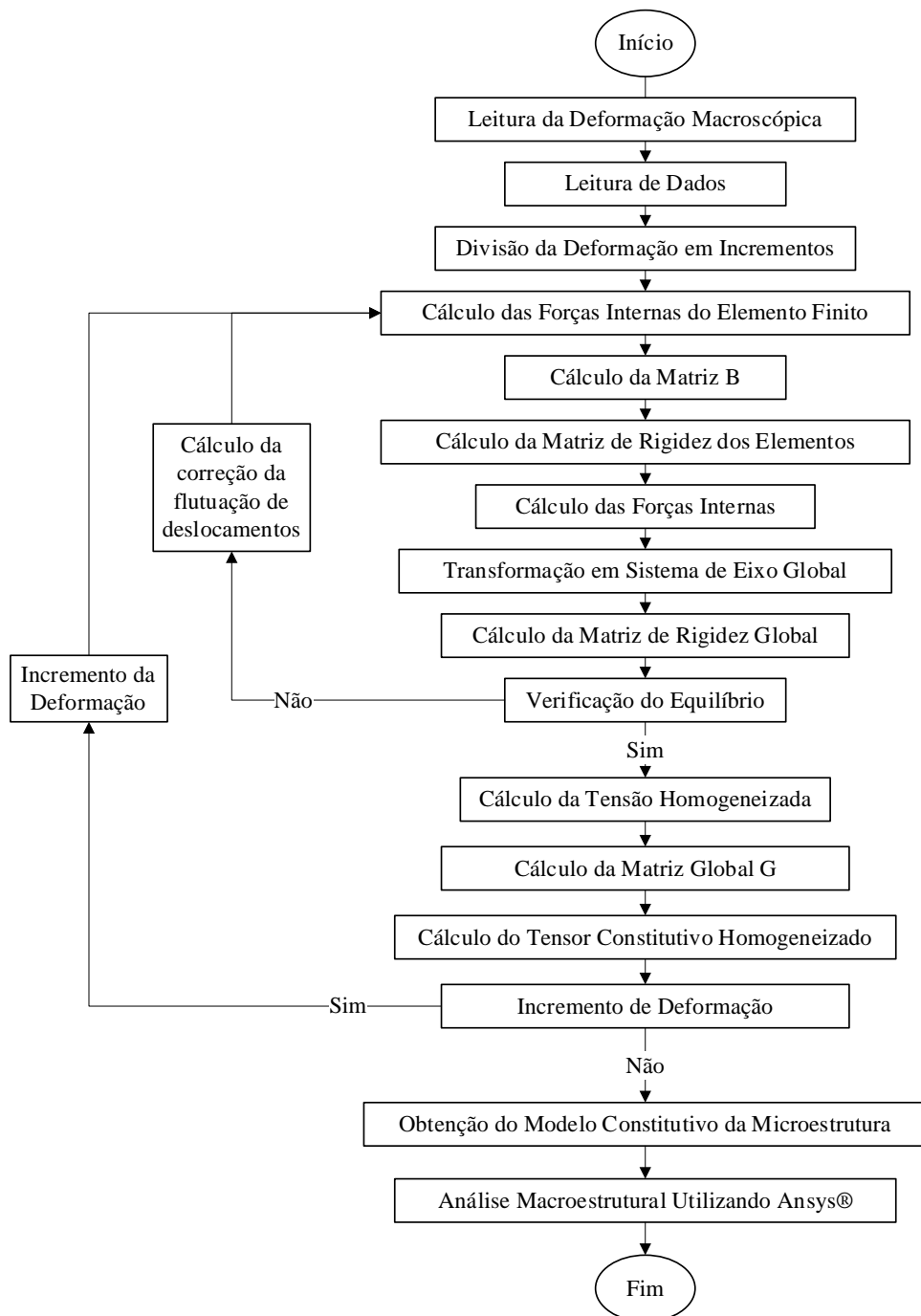
$$\tilde{\mathbf{u}}_\mu(y^+, t) = \tilde{\mathbf{u}}_\mu(y^-, t) \quad \forall \text{ par de pontos } \{y^+, y^-\} \in \partial\Omega_\mu \quad \text{Eq. [10]}$$

Note que  $\tilde{\mathbf{u}}_\mu$  é o campo de flutuação de deslocamentos na microestrutura do material que compõe de forma aditiva os deslocamentos em cada ponto do EVR, conforme a seguir:

$$\mathbf{u}_\mu(y, t) = \mathbf{u}(x, t) + \overline{\mathbf{u}}_\mu(y, t) + \tilde{\mathbf{u}}_\mu(y, t) \quad \text{Eq. [11]}$$

onde  $\mathbf{u}_\mu(y, t)$  é o deslocamento do EVR no ponto  $y$  da microestrutura;  $\mathbf{u}(x, t)$  é a componente do deslocamento associado ao ponto  $x$  da macroestrutura; e  $\overline{\mathbf{u}}_\mu(y, t)$  é o campo de deformação macroscópica que varia linearmente de acordo com a coordenada  $y$ . Logo  $\overline{\mathbf{u}}_\mu(y, t) = \boldsymbol{\varepsilon}(x, t)y$ .

A abordagem descrita no item 2 foi implementada no software Matlab® para realizar análises numéricas, obtendo a resposta homogeneizada de tensão x deformação imposta. Com base nesta curva, é possível gerar uma curva de tensão plástica homogeneizada em relação a deformação plástica imposta. O fluxograma ilustrado na Figura 4 mostra como funciona todo o processo realizado na obtenção do modelo macroscópico homogeneizado até seu emprego em software para análise da macroestrutura.



**FIGURA 4:** Fluxograma do algoritmo empregado na análise multiescala hierárquica.

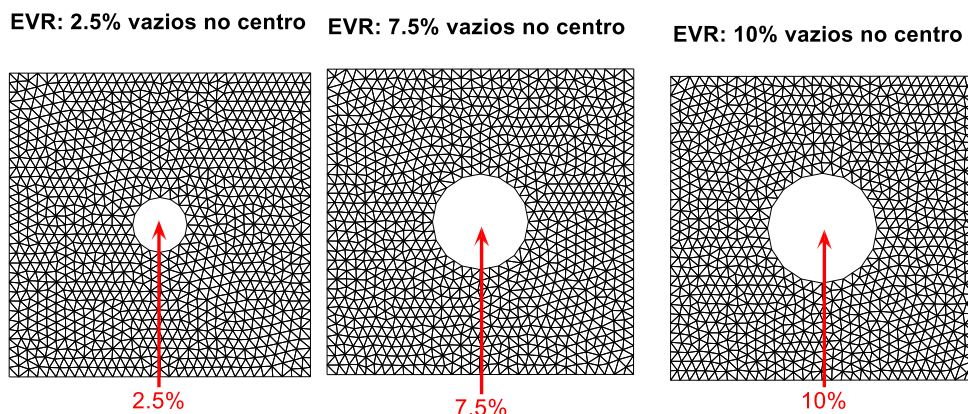
**FONTE:** Autoria própria (2023).

Com o objetivo de avaliar a distribuição de vazios nas microestruturas, foi realizada uma análise do comportamento mecânico de um material compósito de matriz metálica porosa através de modelagem na microescala utilizando EVRs. Essa metodologia já foi aplicada em diversos trabalhos, como em Fernandes et al (2019) e Santos e Pituba (2017). Em todas as análises numéricas foram utilizados elementos finitos planos triangulares com deformação constante, além de ser considerado o estado plano de tensões.

Os EVRs analisados possuem matriz metálica com porosidade e sendo investigados com proporções de vazios de 2,5%, 7,5%, 10,0% e 12,5%. Para avaliar a influência da distribuição de vazios nas microestruturas, são analisadas quatro configurações de EVRs: um com vazio centrado, outro com quatro vazios de frações distintas e dispersas de forma aleatória na matriz, outro com quatro vazios idênticos distribuídos de forma simétrica na matriz e por último, um com 10% de vazios distribuídos de maneira centralizada, aleatória e simétrica na matriz.

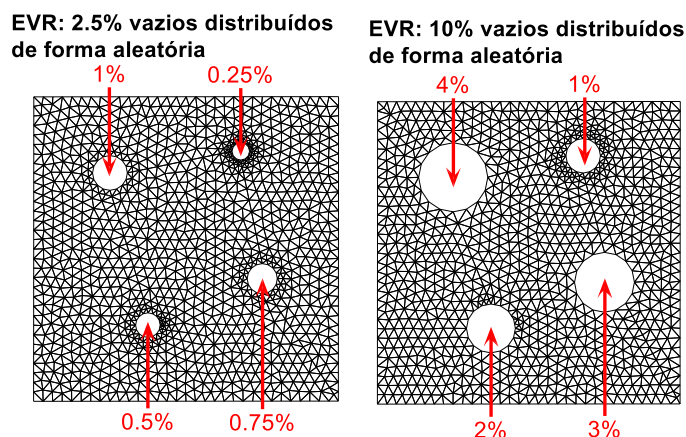


Os EVRs representados na FIGURA apresentam diferentes proporções de vazios na matriz, variando entre 2,5%, 7,5% e 10,0%, com uma distribuição centrada, onde 1908 elementos, 1800 elementos e 1764 elementos foram utilizados, respectivamente. Essas malhas foram adotadas de modo a aproximar o vazio a uma forma circular verificando a resposta encontrada sem a necessidade refinamento de malha a posteriori.



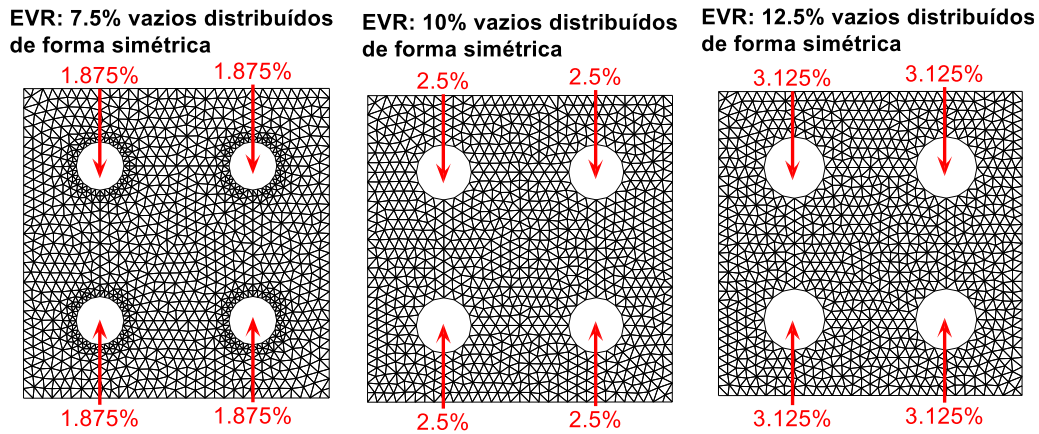
**FIGURA 5:** Configurações de EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10,0% de vazios com distribuição centrada.  
**FONTE:** SANTOS e PITUBA (2017).

A FIGURA apresenta EVRs que possuem quatro vazios com frações distintas e distribuídos de forma aleatória na matriz. O volume de vazios de cada EVR varia entre 2,5% e 10,0%, onde 2261 elementos e 1922 elementos foram utilizados, respectivamente.



**FIGURA 6:** Configurações de EVRs com fração distinta em volume de 2,5% e 10,0% de vazios distribuídos de forma aleatória.  
**FONTE:** SANTOS e PITUBA (2017).

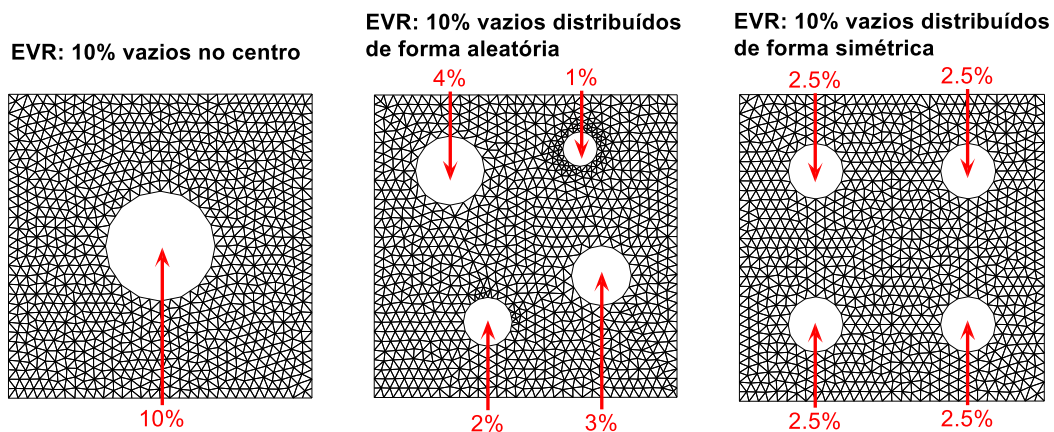
Os EVRs apresentados na FIGURA têm volumes de vazios distintos, variando entre 7,5%, 10,0% e 12,5%, onde 2366 elementos, 1796 elementos e 1800 elementos foram utilizados, respectivamente. Essa variação no volume de vazios permite a avaliação do efeito da porosidade na microestrutura do material e no seu comportamento mecânico. Além disso, a distribuição simétrica dos vazios pode ser comparada com outras distribuições, como a distribuição centralizada e aleatória, para se entender como a disposição dos vazios na matriz afeta sua resistência e rigidez.



**FIGURA 7:** Configurações de EVRs com fração em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica.

**FONTE:** SANTOS e PITUBA (2017).

A FIGURA apresenta três diferentes tipos de distribuição de vazios em EVRs com 10% de porosidade, permitindo avaliar o comportamento mecânico e o efeito da porosidade na microestrutura do material.



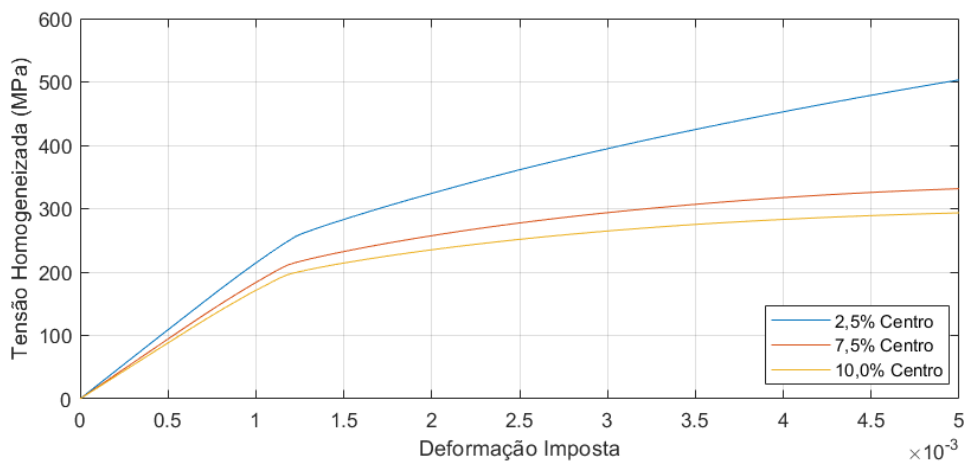
**FIGURA 8:** Configurações de EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica.

**FONTE:** SANTOS e PITUBA (2017).

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

No que segue, são apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação do método descrito, seguindo uma abordagem multiescala, no estudo do comportamento da microestrutura de materiais porosos. Esses resultados fornecem uma visão detalhada sobre a interação entre as características microestruturais na macroestrutura, permitindo uma compreensão mais profunda do comportamento mecânico destes materiais, em especial a obtenção de modelos plásticos macroscópicos homogeneizados que podem ser utilizados em análises de estruturas compostas por esse tipo de material utilizando uma modelagem hierárquica, por exemplo.

A FIGURA apresenta a correlação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta aos EVRs de um material compósito de matriz metálica porosa. Estes EVRs possuem diferentes proporções de vazios na matriz, variando entre 2,5%, 7,5% e 10,0%, com uma distribuição centrada, conforme ilustrado na FIGURA , sendo submetidos a uma deformação total de 0,001 de m/m.

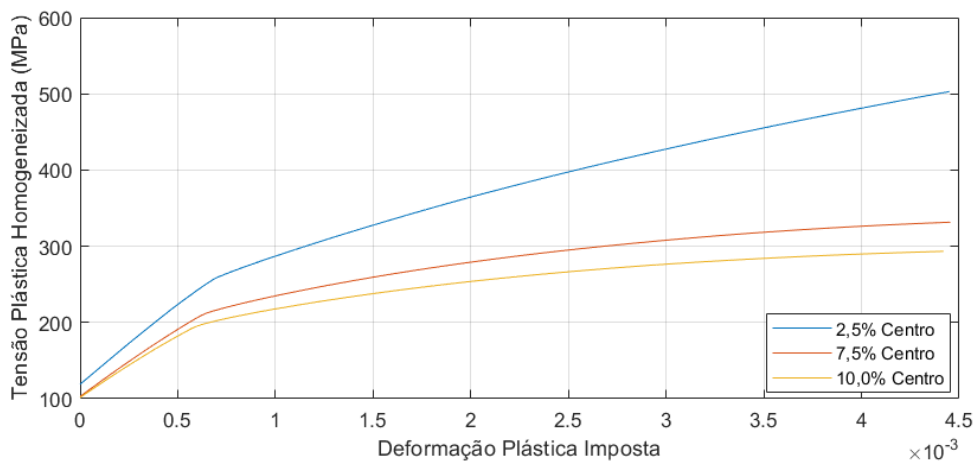


**FIGURA 9:** Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10% de vazios no centro.

**FONTE:** Autoria própria (2023).

É evidente que a presença de vazios centralizados em um material pode significativamente impactar sua resistência, sendo diretamente proporcional ao aumento da fração volumétrica de vazios. De forma geral, quanto mais vazios presentes, menor será a resistência do material.

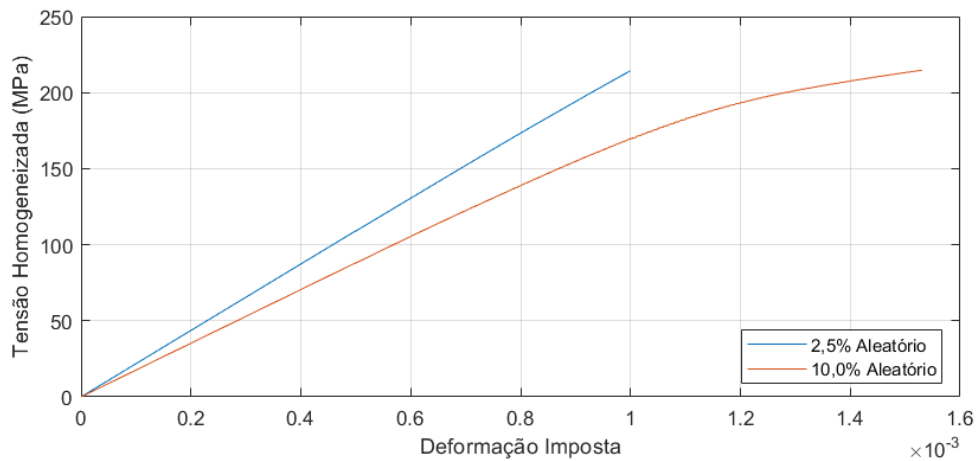
A FIGURA ilustra a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica imposta aos EVRs com frações de volume de 2,5%, 7,5% e 10,0% de vazio centralizado.



**FIGURA 10:** Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10,0% de vazios no centro.

**FONTE:** Autoria própria (2023).

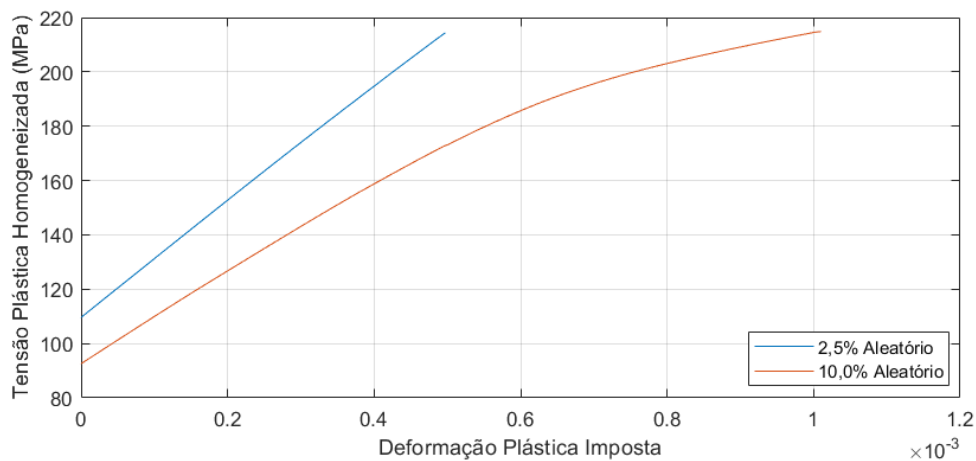
A FIGURA 1 mostra a relação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta aos EVRs que possuem quatro vazios com frações distintas e distribuídos de forma aleatória na matriz, como ilustrado na FIGURA . Estes EVRs foram submetidos a uma deformação total de 0,001 m/m. O volume de vazios de cada EVR varia entre 2,5% e 10,0%.



**FIGURA 11:** Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 2,5% e 10% de vazios distribuídos de forma aleatória.

**FONTE:** Autoria própria (2023).

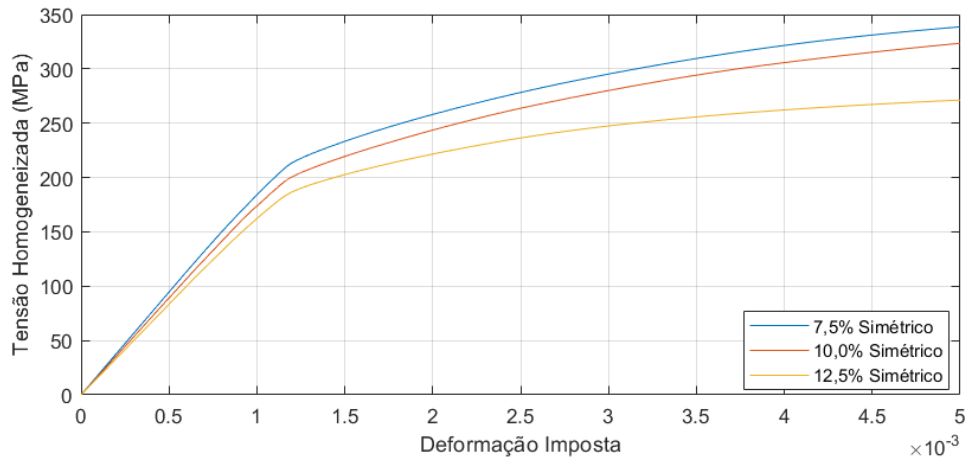
A FIGURA 4 exibe a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica nos EVRs que apresentam frações em volume de 2,5% e 10,0% de vazios distribuídos aleatoriamente.



**FIGURA 4:** Curvas tensão plástica homogeneizada versus deformação plástica imposta de EVRs com fração em volume de 2,5% e 10,0% de vazios distribuídos de forma aleatória.

**FONTE:** Autoria própria (2023).

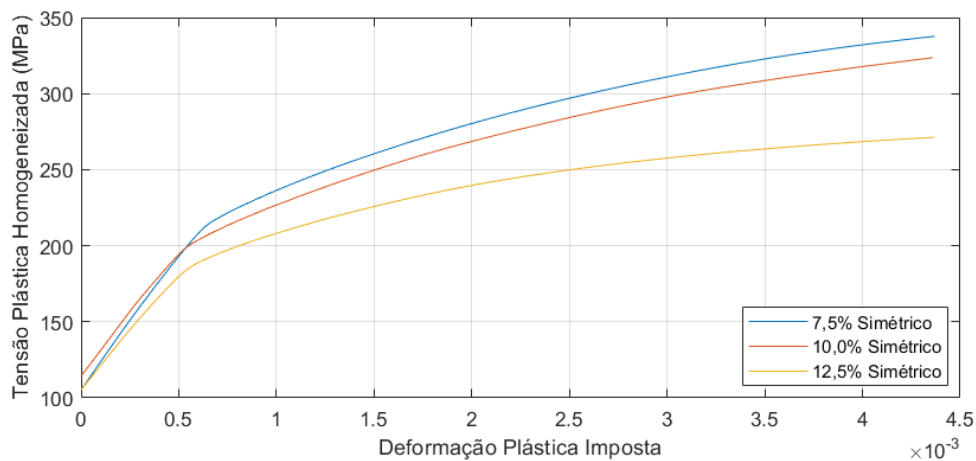
A FIGURA 5 mostra a relação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta nos EVRs que apresentam frações em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica, como ilustrado na FIGURA . Estes EVRs foram submetidos a uma deformação total de 0,001 m/m.



**FIGURA 53:** Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 7,5%, 10% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica.

**FONTE:** Autoria própria (2023).

A FIGURA 6 exibe a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica imposta nos EVRs que possuem frações em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de maneira simétrica.

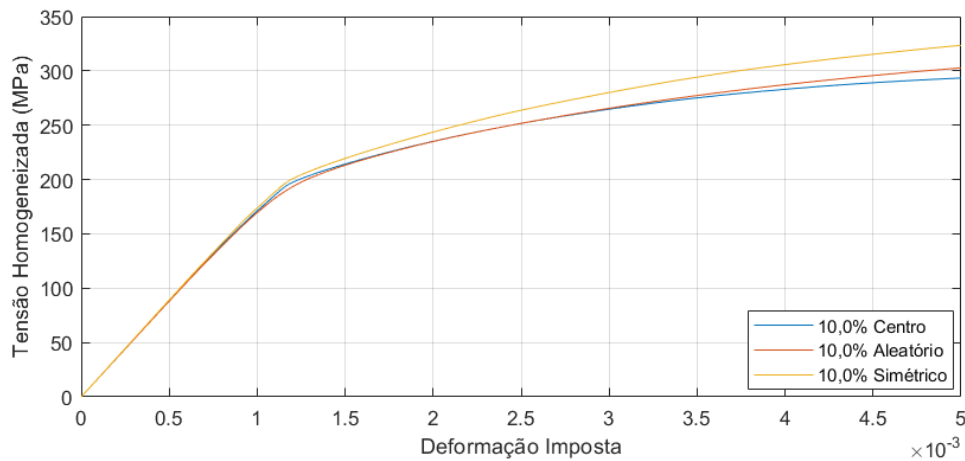


**FIGURA 6:** Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica.

**FONTE:** Autoria própria (2023).

A partir dos gráficos apresentados nas Figuras 9 e 10 para materiais com vazios centralizados, nas Figuras 11 e 12 para vazios com frações distintas e distribuídos aleatoriamente na matriz e nas Figuras 13 e 14, é possível verificar que a presença de vazios em um material pode ter um impacto significativo na sua resistência, diretamente proporcional ao aumento da porcentagem de vazios. De maneira geral, quanto maior a quantidade de vazios presentes, menor será a resistência do material, como esperado.

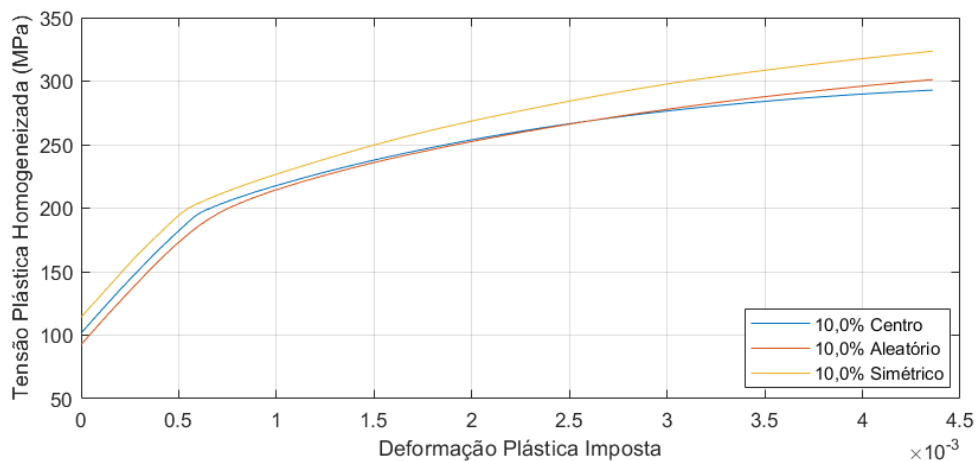
Com o intuito de identificar a distribuição mais adequada, a FIGURA 5 ilustra a correlação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta em EVRs com 10% de porosidade e três diferentes tipos de distribuição de vazios, permitindo entender o comportamento mecânico e o impacto da porosidade na microestrutura do material, como ilustrado na FIGURA , submetidos a uma deformação total de 0,001 m/m.



**FIGURA 15:** Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica.

**FONTE:** Autoria própria (2023).

A FIGURA 7 ilustra a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica imposta dos EVRs com 10% de fração de volume de vazios distribuídos de maneira centralizada, aleatória e simétrica.



**FIGURA 7:** Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica.

**FONTE:** Autoria própria (2023).

Pode ser observado que a presença de poros ou vazios em um material pode ter um impacto direto sobre suas propriedades mecânicas homogeneizadas. Conforme a quantidade de vazios aumenta, é esperado uma diminuição na resistência do material devido à concentração de tensões nestas áreas. No entanto, a localização dos vazios também desempenha um papel importante na microestrutura e nas propriedades mecânicas do material.

Se os vazios estiverem concentrados em uma área específica, isso pode resultar em uma concentração de tensões e uma redução na resistência mecânica, como ilustrado na FIGURA . Por outro lado, se a distribuição de vazios ocorrer de maneira aleatória, pode haver uma distorção na microestrutura e uma diminuição nas suas propriedades mecânicas, como apresentado na FIGURA 1. Por outro lado, uma distribuição simétrica dos vazios, pode resultar em uma distribuição de tensões mais equilibrada, o que pode levar a uma melhor resistência mecânica e desempenho, conforme mostrado na FIGURA 53.

Em resumo, a localização e a fração volumétrica de poros ou vazios são fatores críticos que podem afetar significativamente as propriedades mecânicas e a resistência de um material. É importante ter em mente esses aspectos ao avaliar a qualidade e o desempenho de um material.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os materiais compósitos são utilizados em uma ampla gama de aplicações, incluindo aeroespacial, automotiva, marítima, médica, entre outras. Devido à combinação de suas propriedades únicas, os materiais compósitos são capazes de oferecer desempenho superior em comparação com os materiais convencionais. Além disso, os materiais compósitos apresentam uma série de vantagens, como alta resistência mecânica, baixa densidade, resistência a altas temperaturas e corrosão, entre outras. Por isso, seu uso é cada vez mais amplo em várias indústrias, o que torna importante estudar sua fabricação, processamento, propriedades e comportamento. Outro aspecto importante é que os materiais compósitos são frequentemente compostos por diferentes tipos de fibras, matrizes e vazios, tornando seu comportamento mais complexo do que o de materiais homogêneos. Por isso, é necessário compreender a interação entre as diferentes fases e como elas afetam as propriedades gerais do material.

Em resumo, a importância de estudar materiais compósitos está relacionada à ampla gama de aplicações em que são utilizados, suas vantagens e complexidade, e à necessidade de compreender suas propriedades para melhorar sua fabricação e processamento.

A aplicação do conceito de EVR permite a análise da microestrutura dos materiais porosos e a obtenção de modelos plásticos macroscópicos homogeneizados precisos que podem ser utilizados dentro de uma abordagem multiescala hierárquica na simulação do comportamento de estruturas.

Em conclusão, este trabalho apresenta uma abordagem efetiva para o entendimento do comportamento de estruturas compostas por microestruturas porosas. Em trabalhos futuros, a combinação de modelos hierárquicos e técnicas de análise micro e macroescala permitirá uma compreensão mais profunda dos materiais heterogêneos, mostrando como as propriedades a nível micro influenciam as propriedades a nível macro.

Quanto aos materiais porosos estudados, evidencia-se que a distribuição ideal de vazios em materiais porosos varia de acordo com as aplicações e objetivos de desempenho desejados. Embora uma distribuição simétrica de vazios possa resultar em uma distribuição de tensões equilibrada e melhor desempenho mecânico, outras distribuições, como concentrada ou aleatória, também podem ser desejáveis para propriedades específicas ou para melhorar a segurança estrutural. Por isso, é importante considerar as especificidades de cada aplicação ao escolher a distribuição de vazios ideal. Embora os resultados obtidos sejam significativos, ainda há espaço para aprimorar os modelos e empregar a metodologia proposta em análises comparativas com resultados experimentais de materiais metálicos porosos.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BELYTSCHKO T., LOEHNERT S., SONG J.H. Multiscale aggregating discontinuities: A method for circumventing loss of material stability. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 73:869–894, 2008.

BENSOUSSAN, Alain; PAPANICOLAU, George; LIONS, J.-L. Asymptotic analysis for periodic structures, **North-Holland Publishing**, Amsterdam, 1978.

BLANCO, P.J., SÁNCHEZ, P.J., DE SOUZA NETO, E.A., FEIJÓO, R.A. Variational Foundations and Generalized Unified Theory of RVE-Based Multiscale Models. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 23, p. 191–253, 2016.

BORGES, D. C. Estudo e avaliação de uma proposta de modelagem do comportamento micromecânico do concreto. 2015. 111f. **Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)** - Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

- CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e engenharia de materiais: Uma introdução**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018. 1014 p. ISBN 978-85-216-3236-8.
- CROZARIOL, Luís Henrique de Rezende; FERNANDES, Gabriela Rezende. Analysis of the constitutive response of heterogeneous materials by the Boundary Element Method, considering different RVE microstructures. **Matéria**, [S. l.], ano 2020, v. 25, n. 1, p. 1-17, 27 ago. 2019.
- FERNANDES, G. R.; SILVA, M. J. M. ; VIEIRA, J. F. ; Pituba, J.J. C. A 2D RVE formulation by the boundary element method considering phase debonding. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 104, p. 259-276, 2019.
- GIUSTI, S. M.; BLANCO, P. J.; DE SOUZA NETO, E. A.; FEIJÓO, R. A. An assessment of the Gurson yield criterion by a computational multi-scale approach. **Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software**, v. 26, n.3, p. 281-301, 2009.
- HAVLÁSEK, P., JIRÁSEK, M. Multiscale modeling of drying shrinkage and creep of concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 85, p. 55-74, 2016.
- HILL, R. A self-consistent mechanics of composite materials. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 13, n. 4, p. 213-222, 1965.
- NADERI, S., ZHANG, M. Meso-scale modelling of static and dynamic tensile fracture of concrete accounting for real-shape aggregates. **Cement and Concrete Composites**, v. 116, 103889, 2021.
- NADERI, S., TU, W., ZHANG, M. Meso-scale modelling of compressive fracture in concrete with irregularly shaped aggregates. **Cement and Concrete Research**, v. 140, 106317, 2021.
- PERIC, D., DE SOUZA NETO, E.A., FEIJÓO, R.A., PARTOVI, M., MOLINA, A.C. On micro-to-macro transitions for multiscale analysis of heterogeneous materials: unified variational basis and finite element implementation. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 87, p. 149-170, 2011.
- PITUBA, J. J. C., SANTOS, W. F., RIBEIRO, G. A. , FERNANDES, G. R.. Computational homogenisation approach applied to improve mechanical properties of heterogeneous materials. **Computational and Applied Mathematics**, v. 40, p. 187, 2021.
- REIS, F. J. P. **Multi-Scale Modelling and Analysis of Heterogeneous Solids at Finite Strains**. 2014. 205 f. Thesis (Doctorate of Philosophy in Mechanical Engineering) – Faculty of Engineering University of Porto, Porto, 2014.
- SÁNCHEZ-PALENCIA, Enrique. Non-homogeneous media and vibration theory. **Lecture Note in Physics**, Springer-Verlag, v. 320, p. 57-65, 1980.
- SANTOS, W. F.; FERNANDES, G. R.; PITUBA, J. J. C.. Analysis of the influence of plasticity and fracture processes on the mechanical behavior of Metal Matrix Composites microstructures. **Materia** **21:577-598**, set. 2016. DOI <https://doi.org/10.1590/S1517-707620160003.0056>.
- SANTOS, W. F.; PITUBA, J. J. C. Yield surfaces of material composed of porous and heterogeneous microstructures considering phase debonding. **Latino American Journal of Solids and Structures**. v. 14, n. 8, p. 1387-1415, 2017.
- SILVA, M. J. M.; PITALUGA, C. G.; FERNANDES, G. R.; PITUBA, J. J. C. Meso-scale modeling of the compressive mechanical behavior of concrete by a RVE-based BEM formulation. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**. <https://doi.org/10.1080/15376494.2022.2144974>, 2022.
- SUN, Y., DU, C., ZHOU, C., ZHU, X., CHEN, J. Analysis of load-induced top-down cracking initiation in asphalt pavements using a two-dimensional microstructure-based multiscale finite element method. **Engineering Fracture Mechanics**. V. 216, 106497, 2019.
- THILAKARATHNA, P.S.M., KRISTOMBU BADUGE, K.S., MENDIS, P., CHANDRATHILAKA, E.R.K., VIMONSATIT, V., LEE, H. Understanding fracture mechanism and behaviour of ultra-high strength concrete using mesoscale modelling. **Engineering Fracture Mechanics**, v.234, 107080, 2020.
- TORO, S.; SÁNCHEZ, P. J.; BLANCO, P. J.; SOUZA NETO, E. A.; HUESPE, A. E.; FEIJÓO, R. A. Multiscale formulation for material failure accounting for cohesive cracks at the macro and micro scales. **International Journal of Plasticity**, v. 76, p. 75-110, 2016.
- WANG, J., LI, X., JIVKOV, A.P., LI, Q.M., ENGELBERG, D.L. Interfacial transition zones in concrete meso-scale models – Balancing physical realism and computational efficiency. **Construction and Building Materials**, v.293, 123332, 2021.