

ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE BLOCOS RÍGIDOS E FLEXÍVEIS

Reliability analysis of rigid and flexible pile caps

Thiago Cunha da Silva ¹



PALAVRAS CHAVE:

Método de Monte Carlo;
Análise de confiabilidade;
Bloco sobre estaca;
Bloco flexível;

KEYWORDS:

Monte Carlo Method;
Reliability analysis;
Pile cap;
Flexible pile cap;

RESUMO: Neste artigo é analisado o índice de confiabilidade de um bloco de duas estacas dimensionado por três modelos estruturais diferentes, sendo eles: modelo de bielas e tirantes, modelo de viga biapoiada e de viga engastada e livre. Para cada modelo foi alterada a altura do bloco, em cada caso analisado, de tal forma a estudar o índice de confiabilidade para ângulos de inclinação de biela variando de 30° a 60°. Pôde-se analisar que, mesmo satisfazendo o critério de bloco rígido e das tensões admissíveis, o modelo de bielas e tirantes não produziu índice de confiabilidade satisfatório em determinados ângulos de bloco rígido. Foi verificado que o modelo flexível de viga engastada e livre e o modelo de bielas e tirantes resultaram em taxas de armadura principal próximas. Constatou-se a necessidade de, além de seguir as premissas de dimensionamento recomendadas pelas normas técnicas, adotar a análise de confiabilidade para elementos de fundação.

ABSTRACT: In this paper, the reliability index of a pile cap with two piles is designed by three different structural models, namely: strut and tie model, simply supported beam and cantilever beam. The height of the pile cap was altered for each model, in each case analyzed, in such a way to study the reliability index for strut inclination angles ranging from 30 ° to 60 °. It was possible to analyze that even satisfying the rigid block criterion and the allowable stresses, the strut and tie model did not produce satisfactory reliability indexes in certain rigid block strut angles. It was verified that the flexible model of cantilever beam and the strut and tie model resulted in close main reinforcement rates. It was found necessary, in addition to following the design assumptions recommended by the technical standards, the application of reliability analysis for foundation elements.

* Contato com os autores:

¹thiagocunha@gmail.com (T. C. Silva)

Engenheiro Civil, Mestre em Engenharia Civil (UFF), Engenheiro Civil no ETU/UFRJ, UFF

Publicado em 01 de dezembro de 2021

1. INTRODUÇÃO

As fundações são os elementos mais importantes de qualquer estrutura, haja vista que as resultantes de todas as cargas são direcionadas aos pilares que transmitem o carregamento ao solo por meio de elementos de fundações, representados muitas vezes por bloco de estacas ou sapatas.

Os métodos de cálculo normalmente utilizados para determinar a dimensão e resistência das fundações são obtidos, muitas vezes, empregando-se métodos empíricos, resultado de diversos estudos ao longo dos anos e que contém em sua formulação muitas incertezas em relação aos parâmetros adotados.

A variação das solicitações e resistências em elementos estruturais é natural e deve ser levado em consideração no dimensionamento das estruturas, pois muitas vezes parâmetros que inicialmente parecem ter pouca influência no dimensionamento estrutural podem acarretar no mau desempenho do elemento ao longo de sua vida útil.

A análise de confiabilidade busca tornar o dimensionamento e verificação dos elementos estruturais mais próximos da realidade, fornecendo respostas precisas do nível de segurança da estrutura, além da possibilidade de considerar demais incertezas inerentes ao projeto. Entretanto, a análise de confiabilidade ainda é pouco utilizada, devido, principalmente, ao esforço computacional elevado que surge ao se verificar estruturas mais complexas (pórticos espaciais, edificações de grande porte, etc), sendo sua utilização mais usual para a verificação de elementos simples que possam ser analisados por meio de modelos menos sofisticados.

Considerando-se que as fundações são os elementos mais importantes numa estrutura e que grande parte das solicitações às quais elas estão sujeitas são aleatórias, além de parâmetros de resistência que possuem certo grau de incerteza, faz-se necessário uma análise mais precisa da confiabilidade dos elementos de fundações, com o intuito de verificar se as mesmas possuem índices de confiabilidade satisfatórios.

Os métodos de análise de confiabilidade mais difundidos no meio acadêmico são o FORM (first order reliability method), SORM (second order reliability method) e o método de Monte Carlo. Neste artigo é utilizado o método de Monte Carlo, devido à sua simplicidade de formulação. Para maiores estudos sobre confiabilidade estrutural e suas aplicações recomenda-se a leitura de Oliveira (2016), Santos *et al* (2014) e Gomes (2001).

1.1 OBJETIVO

O objetivo deste artigo consta em analisar a confiabilidade de bloco de fundação de duas estacas utilizando o método de Monte Carlo para três modelos de cálculo diferentes, sendo eles modelo de bielas e tirantes utilizados em blocos rígidos e modelo de viga biapoiada e de viga engastada e livre utilizado em bloco flexível.

2. MÉTODO DE MONTE CARLO

O método de Monte Carlo é um tipo de método que se baseia em um número massivo de amostragens utilizadas tendo como base o tipo de distribuição adotada, com o intuito de obter o resultado estatístico.

Segundo Pantoja *et al* (2010), um sistema pode ser classificado em série, quando a falha de um dos modos acarreta na falha do sistema como um todo, ou em paralelo, quando a falha do sistema ocorre quando todos os seus modos falham.

Para sistemas simples em análise de estruturas o critério de falha (g) pode ser dado pela função $g = R - S$ onde R é a função resistência e S é a função sollicitação. Quando a função g for menor do que zero (sollicitação superior à resistência) admite-se que a função falhou.

O método de Monte Carlo consiste em gerar N simulações para as funções R e S , onde as simulações são geradas dependendo do tipo de densidade de probabilidade associada às variáveis das funções R e S .

Cada simulação fornece resultados para a função g . Os resultados para os quais a condição $g < 0$ é satisfeita são contabilizados na variável N_f . A probabilidade de falha do sistema é dada pela divisão dos casos em que $g < 0$, ou seja, N_f pelo total de casos N , resultando em $P_f = N_f/N$. Maior precisão para o método de Monte Carlo é obtido em função do número de simulações N .

O índice de confiabilidade β pode ser obtido a partir do resultado P_f obtido pelo método de Monte Carlo. O índice de confiabilidade é dado pela função inversa acumulativa da distribuição normal (Φ^{-1}), ou seja, $\beta = \Phi^{-1}(P_f)$. Segundo Carvalho *et al.* (2017), apesar da possibilidade da função g ter distribuição de probabilidade desconhecida é aceitável determinar o valor de β a partir do inverso da acumulativa da distribuição normal.

3. DIMENSIONAMENTO DE BLOCO DE FUNDAÇÃO SOBRE DUAS ESTACAS

Para o dimensionamento de blocos de fundação rígidos é usualmente utilizado o modelo de bielas e tirantes. Estudos realizados em Araújo (2016) apresentam um modelo iterativo para a determinação das sollicitações na biela, mas devido à complexidade de sua aplicação à confiabilidade estrutural utiliza-se os métodos usuais de dimensionamento, conforme apresentado em Munhoz e Giongo (2007). A Figura 1 apresenta de forma esquemática o fluxo de tensões na biela.

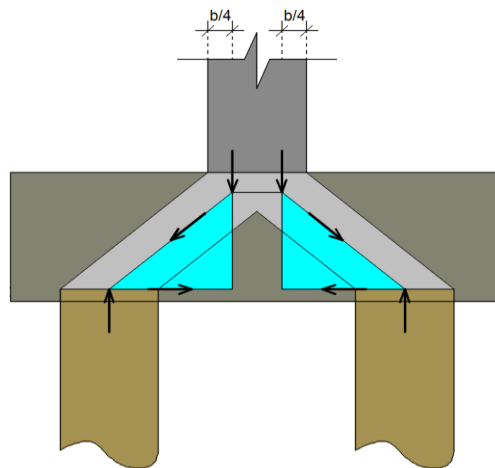


FIGURA 1: Modelo de bielas e tirantes em bloco de fundação.

FONTE: Autoria própria (2021).

As sollicitações atuantes são obtidas através da Figura 2 onde, por simetria, obtém-se a força na biela e no tirante.

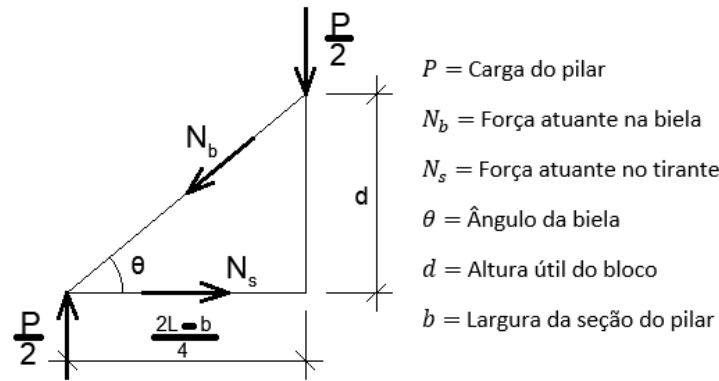


FIGURA 2: Determinação das solicitações na biela e no tirante.

FONTE: Autoria própria (2021).

A força atuante na biela e no tirante são dadas pelas Equações 1 e 2, respectivamente

$$N_b = \frac{P}{2 \operatorname{sen} \theta} \quad \text{Eq. [1]}$$

$$N_s = \frac{P}{2 \tan \theta} \quad \text{Eq. [2]}$$

A área de aço principal é dada por meio da Equação 3.

$$A_{s,p} = \frac{P_d(2l-b)}{8d f_{yd}} \quad \text{Eq. [3]}$$

Em que:

P_d = a carga de cálculo, d é a altura útil;

θ = o ângulo da biela;

f_{yd} = a tensão de escoamento de cálculo do aço;

l = a distância entre estacas.

As armações complementares são adotadas em função da armadura principal ou como porcentagens de sua dimensão, sendo sugerido os seguintes valores, de acordo com Alonso (2010)

Área de aço superior (Equação 4):

$$A_{s,sup} = \frac{A_{s,p}}{5} \quad \text{Eq. [4]}$$

Armadura de costela/pele (Equação 5):

$$A_{s,pele} = 0,1\% \cdot B \cdot H \quad \text{Eq. [5]}$$

Estribos verticais de duas pernas (Equação 6):

$$\frac{A_{s,w}}{S_w} = 0,14\% \cdot B \quad \text{Eq. [6]}$$

Em que:

B = Largura do bloco de fundação;

H = altura do bloco de fundação.

A verificação da biela de concreto em bloco de fundação é realizada analisando a resistência ao esmagamento próximo ao pilar e próximo à estaca, onde a tensão é dada para cada caso da seguinte forma

Biela junto ao pilar (Equação 7):

$$\sigma = \frac{N}{A_{pilar} \cdot \operatorname{sen}^2 \theta} \leq K \cdot f_{ck} \quad \text{Eq. [7]}$$

Biela junto à estaca (Equação 8):

$$\sigma = \frac{N}{n \cdot A_{estaca} \cdot \operatorname{sen}^2 \theta} \leq K \cdot f_{ck} \quad \text{Eq. [8]}$$

Em que:

n = o número de estacas;

K = parâmetro de verificação à ruptura de estacas, obtido por meio dos estudos de Blevot (1957), sendo $K = 0,85$ para o caso de duas estacas.

4. FUNÇÕES DE FALHA EM BLOCOS DE FUNDAÇÃO

4.1 BLOCO RÍGIDO

As funções de falha de um bloco rígido de concreto sobre estacas são dadas admitindo-se que a carga é do tipo centrada, ou seja, não existem momentos fletores atuantes. As variáveis aleatórias utilizadas neste artigo são o f_{ck} , f_u , carregamento acidental e permanente.

4.1.1 Biela junto ao pilar

A força resistente da biela é dada isolando-se o termo N da Equação 7, assim tem-se a Equação 9.

$$R_1 = K \cdot f_{ck} A_{pilar} \cdot \text{sen}^2 \theta \quad \text{Eq. [9]}$$

A força solicitante atuante na biela junto ao pilar é obtida através das relações geométricas na Figura 2, obtendo-se a Equação 10.

$$S_1 = \frac{P}{2 \text{sen} \theta} \quad \text{Eq. [10]}$$

A função de falha para a biela junto ao pilar é dada por meio da Equação 11.

$$g_1 = R_1 - S_1 \quad \text{Eq. [11]}$$

4.1.2 Biela junto à estaca

A força resistente da biela é dada isolando-se o termo N da Equação 8, assim tem-se a Equação 12.

$$R_2 = n \cdot K \cdot f_{ck} A_{estaca} \cdot \text{sen}^2 \theta \quad \text{Eq. [12]}$$

A força solicitante atuante na biela junto à estaca (Equação 13).

$$S_2 = \frac{P}{2 \text{sen} \theta} \quad \text{Eq. [13]}$$

A função de falha da biela junto à estaca é dada por meio Equação 14.

$$g_2 = R_2 - S_2 \quad \text{Eq. [14]}$$

4.1.3 Tirante

A força resistente de tração no tirante é dada por meio Equação 15.

$$R_3 = A_s \cdot f_u \quad \text{Eq. [15]}$$

Em que:

A_s é a área de aço principal existente no bloco de fundação.

A força solicitante atuante na armadura principal é obtida através das relações geométricas do modelo de biela e tirante na Figura 2, logo tem-se a Equação 16.

$$S_3 = \frac{P}{2 \tan \theta} \quad \text{Eq. [16]}$$

A função de falha no tirante é dada por meio Equação 17.

$$g_3 = R_3 - S_3 \quad \text{Eq. [17]}$$

4.1.4 Punção no contorno C1

A tensão resistente de punção é dada, de acordo com estudos de Carvalho *et al.* (2017), de forma similar às lajes de concreto armado (Equação 18)

$$R_4 = 0,27 \cdot \alpha \cdot f_{ck} \quad \text{Eq. [18]}$$

Em que:

α é o fator de efetividade do concreto, dado pela NBR 6118 (2014), conforme Equação 19.

$$\alpha = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{Eq. [19]}$$

A tensão solicitante atuante no contorno C_1 é dada por meio Equação 20.

$$S_4 = \frac{P}{C_1 \cdot d} \quad \text{Eq. [20]}$$

Em que o contorno C_1 é dado pelo perímetro do pilar contido no bloco de fundação. A função de falha por punção é dada por meio Equação 21.

$$g_4 = R_4 - S_4 \quad \text{Eq. [21]}$$

4.2 BLOCO FLEXÍVEL

O dimensionamento como bloco flexível altera as funções de falha do bloco, pois sua concepção estrutural é diferente, devido à flexibilidade admitida no modelo estrutural. A análise de bloco flexível pode se basear no modelo estrutural de viga biapoiada onde as estacas configuram os apoios, ou de viga engastada e livre, onde o engastamento ocorre no pilar.

O modelo estrutural utilizando-se a viga engastada e livre permite que ocorra deslocamentos no bloco de fundação, podendo a estaca ou o bloco de fundação apresentar recalques, entretanto o pilar deve se manter indesejável, ou apresentar recalques uniformes junto ao bloco e estacas.

Essas formas de dimensionamento alteram a área de aço calculada e as verificações necessárias para garantir sua segurança, gerando como consequência também a alteração de suas funções de falha.

Baseando-se no dimensionamento de bloco flexível, que é realizado através da teoria de viga de Bernoulli, obtém-se novas funções de falha para o bloco. As variáveis aleatórias e determinísticas são as mesmas adotadas para o bloco rígido.

Nesse artigo não será verificado a ancoragem da armadura do pilar no bloco de fundação, contudo, ressalta-se que essa é uma das verificações mais importantes para garantir o bom funcionamento estrutural, sendo esse um dos principais fatores que inviabilizam o dimensionamento de blocos flexíveis.

4.2.1 Bloco flexível: modelo de viga biapoiada

A Figura 3 apresenta o modelo estrutural de bloco flexível.

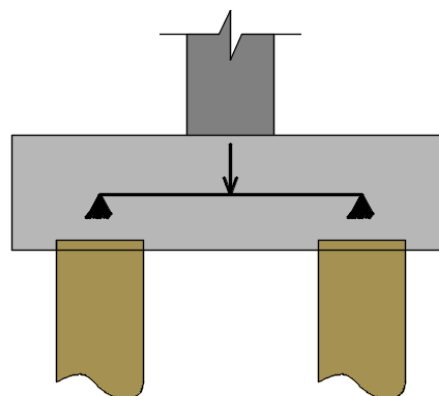


FIGURA 3: Bloco flexível: Modelo de viga biapoiada.

FONTE: Autoria própria (2021).

As funções de falha são determinadas tendo como base a teoria de viga de Bernoulli e suas verificações usualmente empregadas para vigas, conforme apresentado em Morais e Stucchi (2006)

4.2.1.1 Biela

A força resistente da biela de concreto pela teoria de viga é dada por meio da Equação 22.

$$R_1 = 0,27 \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. [22]}$$

A força solicitante atuante na biela é dada por meio da Equação 23.

$$S_1 = \frac{P}{2} \quad \text{Eq. [23]}$$

A função de falha é dada por meio da Equação 24.

$$g_1 = R_1 - S_1 \quad \text{Eq. [24]}$$

4.2.1.2 Cisalhamento

A força resistente de cisalhamento é determinada pela soma das parcelas resistentes do concreto e do aço, assim tem-se a Equação 25.

$$R_2 = 0,6 \cdot b \cdot d \cdot f_{ct} + \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_u \quad \text{Eq. [25]}$$

Em que:

$\frac{A_{sw}}{s}$ = Taxa de armadura vertical (estribos)

A força solicitante de cisalhamento é dada por meio da Equação 26.

$$S_2 = \frac{P}{2} \quad \text{Eq. [26]}$$

A função de falha é dada pela Equação 27.

$$g_2 = R_2 - S_2 \quad \text{Eq. [27]}$$

4.2.1.3 Momento resistente

O momento resistente é dado por:

$$R_3 = A_s \cdot f_u \cdot (d - 0,4x)$$

onde, igualando-se a força do concreto com a força do aço, obtém-se:

$$x = \frac{A_s \cdot f_u}{0,68 \cdot b \cdot f_{ck}}$$

Resultando na Equação 28.

$$R_3 = A_s \cdot f_u \cdot \left(d - \frac{A_s \cdot f_u}{1,7 \cdot b \cdot f_{ck}} \right) \quad \text{Eq. [28]}$$

O momento máximo atuante é dado por meio da Equação 29.

$$S_3 = \frac{P \cdot L}{4} \quad \text{Eq. [29]}$$

A função de falha é dada pela Equação 30.

$$g_3 = R_3 - S_3 \quad \text{Eq. [30]}$$

A função de falha referente à punção é igual à deduzida para bloco rígido

4.2.1.4 Deformação excessiva

Tendo em vista que modelos estruturais flexíveis são, teoricamente, mais suscetíveis à deformação, deve ser estabelecido a verificação da função de falha devido à deformação excessiva que gerem efeitos de segunda ordem prejudiciais à estrutura.

A deformação resistente é dada pela deformação máxima que a estrutura pode sofrer sem gerar solicitações significantes de segunda ordem. Contudo, não se verificou na literatura nenhuma estimativa de deformação máxima permitida, ficando inviável analisar essa função de falha.

4.2.2 Bloco flexível: modelo de viga engastada e livre

A Figura 4 apresenta o modelo estrutural de bloco flexível utilizando o conceito de viga engastada e livre.

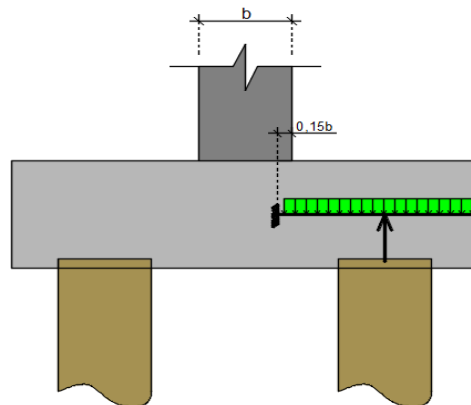


FIGURA 4: Bloco flexível: Modelo de viga engastada e livre.

FONTE: Autoria própria (2021).

A consideração da distância de 15% a partir da face do pilar é dada em Alonso (2010) em função da inércia do pilar. Sendo recomendado o valor de $0,15b$ para pilares de grande inércia ($b \geq 60\text{cm}$) e $0,5b$ para pilares de pequena inércia. A fim de facilitar os cálculos, a carga distribuída devido ao peso próprio é admitida como carregamento permanente oriundo da estrutura.

4.2.2.1 Biela

A força resistente da biela é dada por meio da Equação 31.

$$R_1 = 0,27 \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. [31]}$$

A força solicitante na biela (Equação 32).

$$S_1 = \frac{P}{2} \quad \text{Eq. [32]}$$

A função de falha é dada pela Equação 33.

$$g_1 = R_1 - S_1 \quad \text{Eq. [33]}$$

4.2.2.2 Cisalhamento

A força resistente de cisalhamento é dada por meio da Equação 34.

$$R_2 = 0,6 \cdot b \cdot d \cdot f_{ct} + \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_u \quad \text{Eq. [34]}$$

A força solicitante de cisalhamento é dada por meio da Equação 35.

$$S_2 = \frac{P}{2} \quad \text{Eq. [35]}$$

A função de falha é dada por meio da Equação 36.

$$g_2 = R_2 - S_2 \quad \text{Eq. [36]}$$

4.2.2.3 Momento resistente

O momento resistente é dado pela Equação 37

$$R_3 = A_s \cdot f_u \cdot \left(d - \frac{A_s f_u}{1,7b f_{ck}} \right) \quad \text{Eq. [37]}$$

O momento atuante é dado por meio da Equação 38.

$$S_3 = \frac{P}{2} \left(\frac{L}{2} - \left(\frac{b}{2} - 0,15b \right) \right) \quad \text{Eq. [38]}$$

Em que:

L = distância entre eixos da estaca;

b = seção do pilar.

A função de falha é dada por meio da Equação 39.

$$g_3 = R_3 - S_3 \quad \text{Eq. [39]}$$

A função de falha referente à punção é igual à deduzida para bloco rígido.

5. EXEMPLOS NUMÉRICOS

Realiza-se um estudo comparativo para um mesmo bloco de fundação, considerando-o rígido e verificando sua probabilidade de falha. Um bloco pode ser considerado rígido quando o ângulo de sua biela for maior ou igual a 45° . A NBR 6118/2014 considera o bloco como sendo rígido quando se cumpre o limite estabelecido pela Equação 40.

$$h \geq \frac{A - A_p}{3} \quad \text{Eq. [40]}$$

Em que:

h = a altura do bloco;

A = a dimensão do bloco em uma determinada direção;

A_p = a dimensão do pilar na mesma direção.

As variáveis aleatórias arbitradas neste artigo são o carregamento permanente, carregamento acidental, resistência à compressão do concreto e a resistência à tração do aço. As demais variáveis, por terem pouca variabilidade, são consideradas determinísticas.

O bloco utilizado como exemplo está apresentado na Figura 5. A resistência do concreto é $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$, o carregamento característico do bloco é de 1400 kN , sendo 900 kN oriundo do carregamento permanente e 500 kN oriundo da carga acidental. O pilar do bloco de fundação é quadrado de seção $40 \times 40 \text{ cm}$. Adotou-se estacas de 400 mm de diâmetro (resistência à compressão de 750 kN). O espaçamento entre estacas é dado como 3 vezes o diâmetro da estaca.

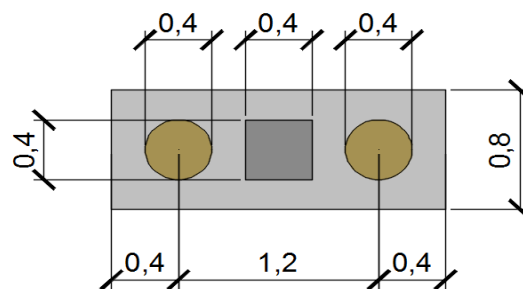


FIGURA 5: Exemplo de bloco de fundação de duas estacas, medidas em metros.

FONTE: Autoria própria (2021).

Inicialmente arbitrou-se como altura útil o mínimo a fim de se obter um bloco rígido, sendo assim para a biela a 45° :

$$d \geq \frac{2l - A}{4} = \frac{2.120 - 40}{4} = 50 \text{ cm}$$

A altura total do bloco, considerando parte da estaca que entra no bloco, é dado por:

$$h = d + 5 = 55 \text{ cm}$$

o peso do bloco é dado por:

$$g = 0,8.2.0,55.25 = 22 \text{ kN}$$

Utilizando os coeficientes de majoração e minoração das resistências pela NBR 6118 (ABNT, 2014) calcula-se a área de aço principal do bloco (Equação 3), assim:

$$A_{s,p} = \frac{(1400 + 22) \cdot 1,4 \cdot (2.120 - 40)}{8.50 \cdot 43,5} = 22,88 \text{ cm}^2$$

Utilizou-se a mesma sistemática acima para o cálculo das armaduras, altura útil e peso do bloco em função da variação da biela.

Foi aplicado método de Monte Carlo para a análise de confiabilidade do bloco de fundação, onde foram geradas 1.000.000 de simulações. Em função do número de simulações ser limitado, devido à capacidade de processamento do software Mathcad, quando o índice de confiabilidade era elevado gerava uma probabilidade de falha nula, para esses casos foi estimado que o índice de confiabilidade fosse maior que 5. A magnitude das variáveis aleatórias é apresentada na Tabela 1. Os valores adotados para o coeficiente de variação tiveram como base estudos de Gomes (2001) e Carvalho *et al.* (2017).

TABELA 1: Variáveis aleatórias				
Variável aleatória	Tipo de distribuição	Média	Desvio padrão	Coefficiente de variação
Carregamento permanente (kN)	NORMAL	900	135	0,15
Carregamento acidental (kN)	NORMAL	500	125	0,25
Resistência à compressão do concreto (kN/m ²)	NORMAL	20000	3000	0,15
Resistência à tração do concreto (kN/m ²)	NORMAL	1547,3	278,5	0,18
resistência à tração do aço (kN/m ²)	NORMAL	500000	50000	0,1

FONTE: Autoria própria (2021).

Admite-se que as funções de falha sejam em série. A Tabela 2 apresenta o índice de confiabilidade de cada função de falha e do sistema para cada inclinação da biela.

Variou-se a inclinação das bielas de 30° a 60° recalculando a armadura e a altura útil necessária para a configuração adotada, assim como o peso de bloco.

TABELA 2: Índice de confiabilidade - Modelo de Bielas e Tírcantes (20MPa).								
f _{ck} =20 Mpa				Índice de confiabilidade				
Ângulo da biela	Área de aço (cm ²)	altura útil (cm)	peso do bloco (kN)	g1	g2	g3	g4	gsistema
60	13,35	86,6	36,64	4,31	4,75	3,83	4,89	3,8
55	16,12	71,4	30,56	3,91	4,61	3,79	4,89	3,67
50	19,25	59,6	25,84	3,29	4,44	3,84	4,75	3,25
45	22,88	50	22	2,41	3,95	3,83	4,61	2,41
40	27,18	42	18,8	1,17	3,05	3,85	4,21	1,17
35	32,55	35	16	-	1,68	3,82	3,7	-
30	39,35	28,9	13,56	-	-	3,84	3,1	-

FONTE: Autoria própria (2021).

O índice de confiabilidade para a função de falha g_1 na biela à 45° teve baixo valor pois sua tensão estava um pouco inferior à tensão admissível. O ângulo de inclinação da biela abaixo de 40° apresentou tensão na biela inferior à tensão admissível.

Seguindo a mesma sistemática realizou-se as mesmas análises para o bloco em questão alterando seu f_{ck} de 20 para 30 MPa.

TABELA 3: Índice de confiabilidade - Modelo de Bielas e Tirantes (30MPa).								
fck=30 Mpa				Índice de confiabilidade				
Ângulo da biela	Área de aço (cm ²)	altura útil (cm)	peso do bloco (kN)	g1	g2	g3	g4	gsistema
60	13,35	86,6	36,64	5,04	5,66	3,88	5,83	3,88
55	16,12	71,4	30,56	4,67	5,47	3,85	5,64	3,84
50	19,25	59,6	25,84	4,46	5,19	3,86	5,43	3,85
45	22,88	50	22	3,82	4,76	3,83	5,18	3,63
40	27,18	42	18,8	2,88	4,33	3,85	4,87	2,87
35	32,55	35	16	1,47	3,27	3,85	4,89	1,47
30	39,35	28,9	13,56	-	1,65	3,84	4,17	-

FONTE: Autoria própria (2021).

Para o caso em que o foi utilizado no bloco de fundação um $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ a inclinação da biela abaixo de 35° apresentou tensão inferior à tensão admissível.

Percebe-se que a função de falha g_2 , ou seja, o rompimento da biela junto à estaca encontra-se com índice de confiabilidade relativamente alto, dependendo do índice de confiabilidade g_1

Contudo, recomenda-se que para o dimensionamento de blocos rígidos, deve ser realizado uma análise mais aprofundada com relação à segurança da estrutura, pois, como visto nas análises, um bloco rígido ($f_{ck} = 20 \text{ MPa}$) não possui índice de confiabilidade do sistema satisfatório ($\beta > 3,8$) segundo tabela fornecida em Carvalho e Stucchi (2017), mesmo satisfazendo o critério de bloco rígido e das tensões admissíveis.

5.2 MODELO FLEXÍVEL: VIGA BIAPOIADA

Utilizando a mesma geometria e dados do bloco modelado por meio do conceito de bielas e tirantes e seguindo a mesma metodologia, aplicou-se a análise de confiabilidade em um bloco flexível que utiliza o modelo de viga biapoiada.

Os estribos verticais foram calculados de forma similar às vigas de concreto armado, contudo, não foram utilizados os coeficientes ponderadores, pois sua utilização resulta em altas taxas de armadura.

Embora algumas relações entre comprimento e altura sejam inferiores a 2 (ângulos de biela superiores a 50°), podendo ser considerado uma viga parede, não foi computado o efeito do empenamento da seção em sua função de falha.

TABELA 4: Índice de confiabilidade - Modelo de Viga biapoiada (20MPa).									
fck=20 Mpa					Índice de confiabilidade				
Ângulo da biela	Área de aço (cm ²)	Estribos verticais (cm ² /m)	altura útil (cm)	peso do bloco (kN)	g1	g2	g3	g4	gsistema
60	16,86	20,36	86,6	36,64	4,75	$\beta > 5$	4	$\beta > 5$	3,99
55	20,80	28,02	71,4	30,56	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4,01	$\beta > 5$	4,01
50	25,67	36,66	59,6	25,84	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4,07	4,75	4,06
45	32,31	46,70	50	22	$\beta > 5$	4,53	4,21	4,61	4,16
40	42,36	58,56	42	18,8	$\beta > 5$	4,24	4,34	4,21	4,07
35	-	-	35	16	-	-	-	-	-
30	-	-	28,9	13,56	-	-	-	-	-

FONTE: Autoria própria (2021).

Verifica-se que para blocos cuja biela seja inferior à 35° foi necessário utilizar-se de armadura dupla, tendo em vista que esse critério alteraria a função de falha g_3 decidiu-se por não realizar sua análise.

TABELA 5: Índice de confiabilidade - Modelo de Viga biapoiada (30MPa).									
fck=30 Mpa					Índice de confiabilidade				
Ângulo da biela	Área de aço (cm ²)	Estribos verticais (cm ² /m)	altura útil (cm)	peso do bloco (kN)	g1	g2	g3	g4	gsistema
60	16,51	15,24	86,6	36,64	4,46	$\beta > 5$	3,9	$\beta > 5$	3,88
55	20,36	22,90	71,4	30,56	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4,03	$\beta > 5$	4,03
50	24,84	31,54	59,6	25,84	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4,01	$\beta > 5$	4,01
45	30,18	41,57	50	22	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4,08	$\beta > 5$	4,08
40	37,93	53,44	42	18,8	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4,24	$\beta > 5$	4,24
35	50,08	68,28	35	16	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4,42	4,53	4,38
30	-	-	28,9	13,56	-	-	-	-	-

FONTE: Autoria própria (2021).

Aumentando-se o f_{ck} , a biela a 30° exige e utilização de armadura dupla, pelos motivos acima apresentados não foi realizada sua verificação.

Percebe-se que o modelo estrutural de viga biapoiada gera elevadas taxas de armadura, chegando a ser superior à 30% em relação ao modelo de bielas e tirantes.

Contudo, verifica-se que para ângulos de biela de 30° o concreto atinge o domínio 4, que não é aconselhado para o dimensionamento, sendo necessário dimensionar o bloco com a utilização de armadura dupla.

O modelo apresentado possui como principal função de falha g_3 , ou seja, a estrutura tende a falhar pelo momento resistente, apresentando nas demais funções de falha índice de confiabilidade bem conservador.

Verifica-se que o modelo proposto apresenta índice de confiabilidade do sistema dentro dos padrões estabelecidos ($\beta > 3,8$) para a responsabilidade que esse elemento estrutural possui.

O modelo proposto, embora permita o dimensionamento para inclinação da biela de 40° e 35° ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$), traz consigo o problema das altas taxas de armaduras necessária, muitas vezes incompatíveis com o espaçamento presente *in loco*.

Contudo, não foi verificado a função de falha relativa à deformação excessiva, em função da redução significativa da rigidez do elemento estrutural, estima-se que o bloco deve ter apresentado redução significativa do índice de confiabilidade para ângulos inferiores à 45°.

5.3 MODELO FLEXÍVEL: VIGA ENGASTADA E LIVRE

Utilizando a mesma geometria e dados dos exemplos anteriores e, seguindo a mesma sistemática, aplicou-se a análise de confiabilidade em um bloco flexível que utiliza o modelo de viga engastada e livre.

A única função de falha que é alterada nesse modelo, em comparação ao de viga biapoiada, é a função de falha g_3 .

Os estribos verticais foram calculados de forma similar às vigas de concreto armado, contudo, não foram utilizados os coeficientes ponderadores, pois sua utilização gerava altas taxas de armadura.

TABELA 6: Índice de confiabilidade - Modelo de Viga engastada e livre (20MPa).									
fck=20 Mpa					Índice de confiabilidade				
Ângulo da biela	Área de aço (cm ²)	Estribos verticais (cm ² /m)	altura útil (cm)	peso do bloco (kN)	g1	g2	g3	g4	gsistema
60	12,79	20,36	86,6	36,64	$\beta > 5$	$\beta > 5$	3,97	$\beta > 5$	3,97
55	15,61	28,02	71,4	30,56	$\beta > 5$	$\beta > 5$	3,96	$\beta > 5$	3,96
50	19,04	36,66	59,6	25,84	$\beta > 5$	4,75	4,05	4,75	4,04
45	23,65	46,70	50	22	$\beta > 5$	4,53	4,08	4,61	4,05
40	29,77	58,56	42	18,8	$\beta > 5$	4,17	4,29	4,21	4
35	-	73,40	35	16	-	-	-	-	-
30	-	-	28,9	13,56	-	-	-	-	-

FONTE: Autoria própria (2021).

Verifica-se que para os casos em que o ângulo da biela é inferior à 40° ocorre a necessidade de utilizar armadura dupla, que não foi verificado pelos motivos citados no exemplo de viga biapoiada.

TABELA 7: Índice de confiabilidade - Modelo de Viga engastada e livre (30MPa).									
fck=30 Mpa					Índice de confiabilidade				
Ângulo da biela	Área de aço (cm ²)	Estribos verticais (cm ² /m)	altura útil (cm)	peso do bloco (kN)	g1	g2	g3	g4	gsistema
60	12,53	15,24	86,6	36,64	4,75	$\beta > 5$	3,83	$\beta > 5$	3,82
55	15,29	22,90	71,4	30,56	$\beta > 5$	$\beta > 5$	3,88	$\beta > 5$	3,88
50	18,64	31,54	59,6	25,84	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4	$\beta > 5$	4
45	22,64	41,57	50	22	$\beta > 5$	$\beta > 5$	3,96	$\beta > 5$	3,96
40	27,91	53,44	42	18,8	$\beta > 5$	$\beta > 5$	4,14	$\beta > 5$	4,14
35	35,23	68,28	35	16	$\beta > 5$	4,61	4,16	4,53	4,11
30	48,27	87,07	28,9	13,56	$\beta > 5$	4,07	4,31	4,02	3,92

FONTE: Autoria própria (2021).

Verifica-se que quando se aumenta o f_{ck} do bloco, para o modelo de viga engastada e livre, pode-se utilizar qualquer ângulo de biela, sem a necessidade de armadura dupla.

Entretanto, para pequenos ângulos de biela, como foi ressaltado nos exemplos anteriores, a quantidade de armadura necessária é muito elevada.

6. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS ESTRUTURAIS

A Tabela 8 e a Tabela 9 apresentam um resumo dos resultados obtidos diante dos três modelos apresentados

TABELA 8: Comparação entre os modelos (20MPa).						
fck=20 Mpa	Área de aço principal (cm ²)			Índice de confiabilidade do sistema		
Ângulo da Biela	Biela e Tirante	Viga Biapoiada	Viga Engastada e Livre	Biela e Tirante	Viga Biapoiada	Viga Engastada e Livre
60	13,35	16,86	12,79	3,8	3,99	3,97
55	16,12	20,80	15,61	3,67	4,01	3,96
50	19,25	25,67	19,04	3,25	4,06	4,04
45	22,88	32,31	23,65	2,41	4,16	4,05
40	27,18	42,36	29,77	1,17	4,07	4
35	32,55	-	-	-	-	-
30	39,35	-	-	-	-	-

FONTE: Autoria própria (2021).

TABELA 9: Comparação entre os modelos (30MPa).							
fck=30 Mpa	Área de aço principal (cm ²)			Índice de confiabilidade do sistema			
	Ângulo da Biela	Biela e Tirante	Viga Biapoiada	Viga Engastada e Livre	Biela e Tirante	Viga Biapoiada	Viga Engastada e Livre
	60	13,35	16,51	12,53	3,88	3,88	3,82
	55	16,12	20,36	15,29	3,84	4,03	3,88
	50	19,25	24,84	18,64	3,85	4,01	4
	45	22,88	30,18	22,64	3,63	4,08	3,96
	40	27,18	37,93	27,91	2,87	4,24	4,14
	35	32,55	50,08	35,23	1,47	4,38	4,11
	30	39,35	-	48,27	-	-	3,92

FONTE: Autoria própria (2021).

Verifica-se, diante dos dados apresentados, que a área de aço principal obtida no modelo de bielas e tirantes é bem próxima do modelo de viga engastada e livre, onde para ângulos superiores à 40° ocorre uma diferença inferior à 6%. Essa variedade torna-se mais relevante para ângulos inferiores à 40°, onde a diferença chega a 20%.

Contudo, o modelo de bielas e tirantes, não apresenta nenhuma expressão para o cálculo das deformações do bloco, diferente do que ocorre no modelo de viga engastada e livre, no qual pode-se calcular suas deformações. Ademais, o modelo de bielas e tirantes, por meio da equação 3, admite uma mesma área de aço independente do f_{ck} adotado, o que gera uma incoerência, tendo em vista que o aumento do f_{ck} deveria resultar em uma menor área de aço necessária.

Outra diferença que ocorre entre o modelo de bielas e tirantes e o de viga engastada e livre é no cálculo da armadura transversal necessária. A taxa de armadura transversal no modelo de bielas e tirantes é muito inferior à quantidade exigida no modelo de viga engastada e livre, pois as armaduras suplementares, incluindo estribos, são dadas em função de porcentagens relacionadas aos parâmetros geométricos.

Estima-se que a maneira de executar o detalhamento das armaduras utilizado nos blocos é a razão pela qual esses elementos estruturais garantem sua integridade, pois o confinamento gerado pela disposição das armaduras (detalhamento em forma de gaiola) aumenta substancialmente a resistência do concreto. Ensaio realizado por Blévoit (1957) em blocos sobre estacas, constatou que as bielas romperam com tensão superior à 150% a resistência média do concreto, esses dados corroboram o fato de que o confinamento do concreto gerado pelo tipo de detalhamento aumenta a resistência do bloco.

O modelo de viga biapoiada demonstrou ser o menos flexível dentre os modelos abordados, tendo uma deformação solicitante inferior ao modelo de viga engastada e livre. As altas taxas de armadura longitudinal e transversal indicam sua elevada rigidez.

Contudo, todos os modelos apresentaram índice de confiabilidade adequado para a função do elemento estrutural, exceto o modelo de bielas e tirantes, no qual para se obter índice de confiabilidade aceitável é necessária altura do bloco mais elevada, em comparação com os demais modelos.

7. ANÁLISE DE RESULTADOS

Verifica-se que os modelos flexíveis de viga biapoiada e viga engastada e livre possuem índice de confiabilidade satisfatório. Entretanto, as altas taxas de armadura exigidas por esses modelos acabam por inviabilizar sua aplicação, devido à dificuldade que se encontra na concretagem e espaçamento entre barras reduzidos, ou a necessidade de utilizar barras de maior diâmetro.

Não foi verificada a função de falha relativa à deformação excessiva, que pela solicitação característica de cada um dos modelos apresentados demonstra ser mais acentuado no modelo estrutural

de viga engastada e livre, sugerisse estudos mais aprofundados relativos à deformação excessiva em modelos flexíveis, assim como a interação solo estrutura.

O modelo de bielas e tirantes demonstrou ser o mais econômico, pois obteve menores taxas de armadura. Contudo, para garantir o índice de confiabilidade aceitável, nos exemplos apresentados, é necessário que as bielas tenham ângulo de inclinação superior a 60° ($f_{ck} = 20 \text{ MPa}$) ou maior que 45° ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$). Ressalta-se que os resultados obtidos são válidos para os coeficientes de variação adotados nesse estudo, mudanças nos valores utilizados podem alterar significativamente os resultados. O índice de confiabilidade aceitável é obtido na Figura 6, onde para um bloco de fundação, julga-se prudente um índice de confiabilidade $\beta \geq 3,8$.

Custo relativo da medida de segurança	Estado limite último			
	Consequências esperadas dada uma falha			
	Pequena	Alguma	Moderada	Grande
Elevado	$\beta = 0$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$
Moderado	$\beta = 1,3$	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$	$\beta = 3,8$
Baixo	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$	$\beta = 3,8$	$\beta = 4,3$

FIGURA 6: Valores para o parâmetro β , adaptado de Carvalho e Stucchi (2017).

Demais funções de falhas relativas à problemas patológicos, tal como reação alcali-agregado, ataque de sulfetos e ataque de cloretos, face a sua difícil estimativa, não foram considerados, cabendo ao engenheiro estrutural buscar todas as vias para eliminar quaisquer possibilidades desses sintomas patológicos.

8. CONCLUSÕES

Diante do apresentado, fica evidente que apenas as verificações usualmente realizadas e as que constam na NBR 6118 (ABNT, 2014) não são suficientes para garantir níveis satisfatórios de segurança na fundação.

Verificou-se que o modelo de bielas e tirantes traz consigo a união de economia e segurança a depender da inclinação da biela adotada. Na prática ao se utilizar esse modelo é costume arbitrar alturas elevadas ($d > 2\phi$), o que acaba por aumentar significativamente seu índice de confiabilidade, além do confinamento obtido pela sua forma de detalhamento que é outro fator que aumenta sua resistência, entretanto, é necessário maiores estudos do efeito do confinamento no aumento da resistência à compressão e ao cisalhamento do bloco.

Percebe-se que as relações geométricas para a obtenção da área de aço no modelo de bielas e tirantes não apresentam coerência, tendo em vista que as expressões ficam em função de propriedades geométricas, desconsiderando os parâmetros de resistência do concreto, tornando o modelo menos seguro para concretos de baixa resistência e gerando excesso de armadura para concretos de maior resistência.

Mesmo que seja dimensionado um bloco rígido ($\theta > 45^\circ$) aconselha-se que seja realizada a análise de confiabilidade, pois, não necessariamente um bloco rígido possui índice de confiabilidade aceitável.

O modelo flexível de viga biapoiada gera altas taxas de armadura, não sendo recomendado a sua utilização, tendo em vista o pouco espaçamento que resulta entre as barras e o seu elevado diâmetro, favorecendo os efeitos de fissuração pela hidratação do cimento.

Devido à perda significativa de rigidez ao se reduzir a altura do bloco de fundação, orienta-se que não sejam dimensionados blocos com ângulo de biela inferior à 35° , mesmo se forem utilizados modelos

flexíveis, devido ao aumento dos deslocamentos ocorridos e da possibilidade de gerar efeitos de segunda ordem.

Diante do apresentado neste artigo verifica-se que a análise da confiabilidade em blocos de fundação é uma análise que não traz grandes complexidades e pode vir a ser utilizada em projetos. Recomenda-se que a análise de confiabilidade seja realizada na verificação das fundações e que futuramente venha a ser exigida nas normas de projeto.

9. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALONSO, Urbano Rodriguez. **Exercícios de fundações**. 2ª edição. São Paulo. Bluncher, 2010.

ARAÚJO, José Milton. **Design of rigid pile caps through an interactive strut-and-tie model**. Journal of Avanced Concrete Technology. Vol. 14, 2016.

BLEVOT, J. Semelles en béton armé. Annales de L'Institut Technique Du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris, v. 10, n. 111, 112, 1957.

CARVALHO, M. L; SILVA, C. R; STUCCHI, F. R. **Estudo de confiabilidade da punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento de acordo com a NBR 6118**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, Vol. 10, n. 2, 2017.

GOMES, Herbet Martins. **Técnicas de avaliação da confiabilidade de estruturas de concreto armado**. Tese de doutorado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2001.

MUNHOZ, Fabiana Stripari; GIONGO, José Samuel. **Análise do comportamento de blocos de concreto armado sobre estacas submetidos à ação de força centrada**. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, Vol. 9, nº 41, 2007.

MORAIS, Fernando Lopes; STUCCHI, Fernando Rebouças. **Análise probabilística da segurança de vigas de concreto armado, submetidas à flexão simples, com o uso da teoria da confiabilidade e do método de Monte Carlo**. Anais do VI simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, abril, 2006.

OLIVEIRA, Esdras Pereira de. **Análise de confiabilidade de modelo de bielas e tirantes: vigas curtas de concreto armado**. Tese de doutorado, PPGEC/UFF, Rio de Janeiro, 2016.

PANTOJA, João da Costa; VAZ, Luiz Eloy; MARTHA, Luiz Fernando. **Avaliação do desempenho de modelos de bielas e tirantes via análise de confiabilidade**. III Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, 2010.

SANTOS, Daniel dos; GIONGO, José Samuel. **Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes**. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, Vol. 10, nº 46, 2008.

SANTOS, D. M; STUCCHI, F. R; BECK, A. T. **Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, Vol. 7, n. 5, outubro, 2014.

SOUZA, Rafael Alves. **Análise Não-linear de bloco rígido sobre duas estacas**. Engenharia Civil UM, n. 21, 2004.

THOMAZ, Eduardo; CARNEIRO, Luiz. **Considerações sobre o dimensionamento de blocos sobre estacas com o uso do método de bielas e tirantes**. IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, maio, 2016.