

AVALIAÇÃO DO EFEITO DA EXCENTRICIDADE ENTRE O PLANO MÉDIO DA PLACA E O EIXO LONGITUDINAL DA VIGA NA ANÁLISE DE UM PAVIMENTO USUAL DE EDIFÍCIO EM CONCRETO ARMADO

Evaluation of the excentricity effect between the medium plan of the plate and the longitudinal axis of the beam in the analysis of a usual floor building in reinforced concrete

Wanderson Ferreira dos Santos ¹, Welington Hilário Vieira ², João Batista de Paiva ³



PALAVRAS CHAVE:

Pavimento em concreto armado;
Análise estrutural;
Excentricidade placa-viga;
Deformação por cisalhamento;
Método dos Elementos Finitos.

KEYWORDS:

Reinforced concrete floor;
Structural analysis;
Beam-plate eccentricity;
Shear deformation;
Finite Element Method.

RESUMO: O desenvolvimento da ciência e a disponibilidade de recursos tecnológicos permitem modelar o comportamento das estruturas de forma mais precisa e realística. Dentro desse contexto, com o aumento da capacidade de processamento dos computadores e aprimoramento das técnicas de modelagem as simulações numéricas representam uma alternativa atraente para a Engenharia de Estruturas. Nesse sentido, o presente trabalho visa analisar a influência da excentricidade entre o plano médio da placa (laje) e o eixo longitudinal da viga em um pavimento usual de concreto armado. Para tanto, são realizadas simulações numéricas baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF) com o *software* ANSYS® versão 19.2. Inclusive, na modelagem da estrutura são utilizados elementos finitos que permitem a consideração dos efeitos da deformação por força cortante. Com o objetivo de estudar melhor o efeito da excentricidade, comumente desconsiderado nos modelos simplificados usados para análise de pavimentos, nas análises são considerados diferentes modelos mecânicos e os resultados comparados (deslocamentos, tensões e esforços internos). Fica evidente que a consideração da excentricidade influencia na resposta da estrutura. Os resultados obtidos contribuem de modo a fornecer subsídios para projetistas modelarem de forma mais consistente o comportamento de estruturas em concreto armado.

ABSTRACT: The development of science and the availability of technological resources allow us to model the behavior of structures in a more precise and realistic way. Within this context, with the increase in the processing capacity of computers and the improvement of modeling techniques, numerical simulations represent an attractive alternative for Structural Engineering. In this sense, the present work aims to analyze the influence of the eccentricity between the middle plane of the plate (slab) and the longitudinal axis of the beam in a usual reinforced concrete floor. For that, numerical simulations are carried out based on the Finite Element Method (FEM) with the ANSYS® software version 19.2. Even in the modeling of the structure, finite elements are used that allow the consideration of the effects of shear force deformation. In order to better study the effect of eccentricity, which is commonly disregarded in the simplified models used for floor analysis, different mechanical models are considered in the analyzes and the results are compared (displacements, stresses and internal forces). It is evident that the consideration of the eccentricity influences the response of the structure. The results obtained contribute in order to provide subsidies for designers to model more consistently the behavior of reinforced concrete structures.

* Contato com os autores:

¹ e-mail: wanderson_santos@usp.br (W. F. Santos)

Engenheiro Civil, Engenheiro, Mestrando, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

² e-mail: wvieira@usp.br (W. H. Vieira)

Engenheiro Civil, Engenheiro, Mestrando, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

³ e-mail: paiva@sc.usp.br (J. B. Paiva)

Doutor, Professor Associado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas ficou evidente o aumento do número de estruturas arrojadas e desafiadoras com projetos estruturais mais complexos. Num mercado cada vez mais competitivo, também existe a necessidade de modelar comportamento dos materiais e estruturas de forma mais precisa e, assim, promover ganhos significativos em termos de segurança, desempenho e economia, ou seja, prevalecendo a eficiência. Em relação a projetos estruturais em concreto armado, comumente são empregados *softwares* comerciais que utilizam modelos de pórticos planos ou espaciais. De modo geral, as lajes são resolvidas por analogia de grelha ou em parte usando teorias de placas como a de Kirchhoff (DIAS, 2003). Embora permitam a resolução suficientemente precisa e rápida de várias estruturas, estes modelos apresentam simplificações e, em geral, desconsideram a excentricidade entre o eixo das vigas e o plano médio das placas. Isso tende a superestimar os esforços e, conseqüentemente, gerar estruturas menos eficientes.

Uma alternativa para análises mais realísticas em estruturas de concreto corresponde às simulações numéricas, que permitem avaliar a influência da excentricidade entre a laje e a viga no comportamento estrutural. Neste tipo de abordagem é possível ainda considerar cinemáticas mais elaboradas como Timoshenko (vigas) e Reissner-Mindlin (placas-cascas), as quais incorporam em sua formulação os efeitos das deformações por cisalhamento. Conforme apresentam Falsone e Settineri (2011) e Kikis, Dornisch e Klinkel (2019), para elementos com maior espessura as teorias de Timoshenko e Reissner-Mindlin são mais precisas em comparação com teorias simplificadas de Euler-Bernoulli e Kirchhoff-Love.

No que segue são apresentados alguns trabalhos da literatura que abordam a excentricidade na resposta de estruturas. Rossow e Ibrahimkhail (1976) estudaram diferentes modelos de ligação placa-viga considerando excentricidade através de um processo denominado Método da Restrição. Os resultados encontrados indicaram o modelo excêntrico mais rígido quando comparado com o modelo concêntrico. Tanaka e Bercin (1998) desenvolveram um trabalho semelhante empregando o Método dos Elementos de Contorno (MEC) e obtiveram respostas próximas. Zhang e Xu (2018) desenvolveram um método analítico com solução exata baseado no método variacional para análise estática de placas excêntrica e com aderência parcial entre os componentes, que são elementos de placa e viga. No que tange ao MEF, Miller (1980) estudou uma placa enrijecida com uma viga de modo a identificar e corrigir erros relacionados com a aplicação do método a fim de obter respostas mais consistentes para o problema excêntrico. Deb, Deb e Booton (1991) abordaram a análise de placas com nervuras excêntricas baseada na Teoria de Placa de Reissner-Mindlin. Harik e Guo (1993) estudaram problemas de vibração livre e concluíram que a existência de excentricidade leva a um maior valor de frequência natural. Liu et al. (2020) estudaram placas excêntricas com reforços curvos feitas com uma liga de alumínio experimentalmente e usando o MEF considerando o efeito de cisalhamento na deformação e obtiveram resultados próximos.

A seguir são apresentados trabalhos voltados para a avaliação da excentricidade em edifícios de concreto armado. Dias (2003) fez um estudo comparativo da influência da excentricidade em lajes nervuradas nas duas direções utilizando o MEF. Foram analisados diferentes modelos excêntricos, além de variar a altura e distância de nervuras. Araújo (2008) dimensionou lajes maciças comparando técnicas simplificadas (sem considerar a excentricidade) e técnicas considerando excentricidade com o MEF e concluiu que os métodos simplificados superestimam o momento positivo das lajes. Já Salomão, Velasco e Sotelino (2015) destacam a importância de considerar a excentricidade em projeto e fazem seu uso na análise da eficiência de lajes com nervuras. Usando o MEF, Recalde et al. (2015) simularam lajes nervuradas considerando a não linearidade física do concreto e a presença de armaduras e comparou os resultados com experimentos da literatura obtendo bons resultados. Wan, Audi e Sasani (2016) contribuíram para o estudo das lajes nervuradas com vigotas em uma direção através de comparação da influência de modelos com e sem excentricidade, no colapso progressivo da estrutura. Neste caso, foi usado o MEF e considerados efeitos relacionados com a não linearidade física e não linearidade geométrica.

Silva (2010) também abordou aplicações de cunho prático e, inclusive, é bastante relevante no contexto do presente trabalho. O autor utilizou três modelos de ligação entre laje e viga baseados em Dias (2003) e simulou um pavimento de lajes nervuradas e um em lajes maciças utilizando o MEF através do software ANSYS®. O primeiro modelo é concêntrico e os demais excêntricos. Analisando os resultados, no geral os deslocamentos dos componentes foram menores nos dois modelos excêntricos, que apresentaram resultados próximos. Os resultados indicaram nos modelos excêntricos o surgimento de esforços axiais importantes nas vigas e lajes que são desprezíveis no modelo concêntrico. De maneira geral, ocorreu uma redução do momento fletor nas lajes e vigas com a presença de excentricidade. Já os esforços cortantes nas vigas não sofreram grandes variações nos modelos. Por fim, os valores de tensões no pavimento foram menores nos modelos excêntricos. Para representar as vigas e lajes, foram utilizados elementos de viga e casca, respectivamente, cujas formulações não consideram o efeito da deformação por cisalhamento.

Na literatura, o estudo da excentricidade em lajes maciças recebeu menos atenção em comparação com as lajes nervuradas. Porém, as lajes maciças apresentam vantagens e ainda são utilizadas em diversas aplicações (pavimentos, reservatórios, escadas, tabuleiro de pontes, etc.). Nesse sentido, o foco deste trabalho é neste tipo de laje bastante empregado em edifícios de múltiplos pavimentos.

Diante do exposto anteriormente, o presente trabalho visa realizar simulações numéricas com o MEF de um pavimento usual em concreto armado com lajes maciças de modo a avaliar o papel da excentricidade viga-placa no comportamento da estrutura. São considerados diferentes modelos mecânicos contemplando mais de um caso excêntrico, baseados nos trabalhos de Dias (2003) e Silva (2010). Na modelagem numérica são utilizados elementos que consideram o efeito de deformações por cisalhamento, uma lacuna deixada pelos referidos autores. Dessa forma, o estudo desenvolvido busca promover uma análise mais completa e precisa do comportamento de estruturas em concreto armado e fornecer subsídio para o desenvolvimento de projetos mais eficientes.

2. OBJETIVO

O objetivo do presente trabalho consiste em investigar, por meio de simulações numéricas, a influência da excentricidade entre o plano médio da placa e o eixo longitudinal da viga em um pavimento usual de edifício considerando o efeito de deformações por cisalhamento. Diferentes modelos mecânicos de ligação placa-viga são estudados e seus resultados comparados (deslocamentos, tensões e esforços).

3. METODOLOGIA

No que segue está descrita a metodologia empregada para a realização das análises numéricas.

3.1 PAVIMENTO MODELADO

Para as análises, foi definido um pavimento de edifício em concreto armado. Na Figura 1 está apresentado o pavimento estudado, incluindo as dimensões dos elementos e o sistema de referência global. Vale ressaltar que todas as lajes têm a mesma altura (12 cm). Em relação às vigas, existem duas seções transversais: 20 cm x 50 cm e 15 cm x 50 cm.

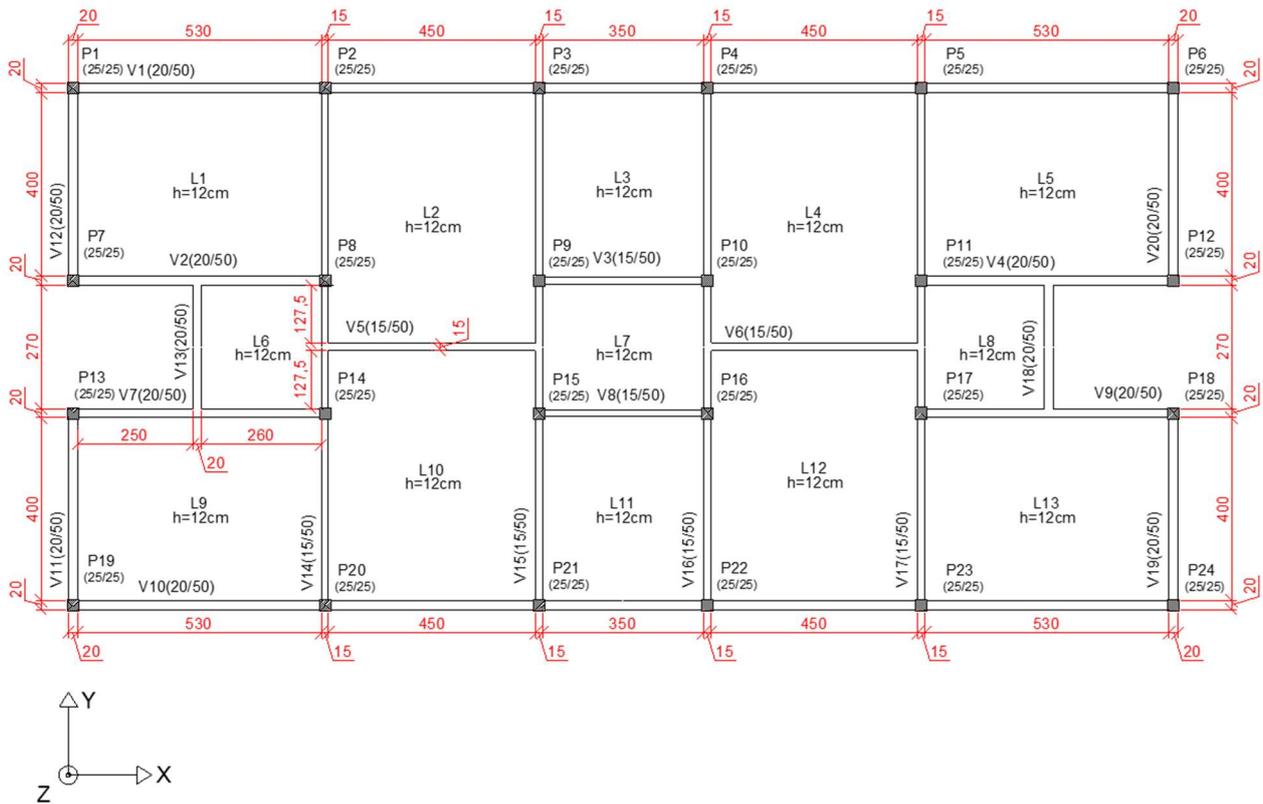


FIGURA 1: Pavimento estudado (dimensões em cm).

FONTE: Autoria Própria (2020).

3.2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O trabalho foi desenvolvido por meio de simulações numéricas utilizando o MEF com o *software* ANSYS® versão 19.2. Na modelagem da estrutura, a malha foi criada utilizando dois tipos de elementos: i) BEAM 188, adotado para representar as vigas (elementos lineares); e ii) SHELL 181, empregado para simular as lajes ou placas (elementos planos). Em relação à quantidade de elementos empregados na malha, foram empregados 456 elementos BEAM 188 e 2219 elementos SHELL 181.

Conforme informações do ANSYS®, o elemento BEAM 188 é baseado na teoria de viga de Timoshenko e, portanto, considera efeitos de deformações por cisalhamento. Neste caso, as fibras inicialmente retas e perpendiculares à superfície média da seção permanecem retas, porém não necessariamente perpendiculares à superfície média após a deformação. Maiores detalhes sobre a teoria podem ser encontrados em Timoshenko (1921). Além disso, o elemento possui dois nós e seis graus de liberdade por nó, sendo três graus referentes a translações e três graus correspondentes a rotações. Já o elemento SHELL 181 permite analisar efeitos relacionados com as deformações da força cortante sendo baseado na teoria de Reissner-Mindlin que deriva dos trabalhos de Reissner (1945) e Mindlin (1951). Com isso, é considerada distorção por força cortante, permitindo que as rotações sejam independentes dos deslocamentos e relaxando os requisitos de continuidade (OTA et al., 2016). Vale ressaltar que o elemento SHELL 181 será solicitado apenas a carregamento ortogonal ao plano. O referido elemento apresenta quatro nós e seis graus de liberdade por nó, sendo três graus referentes a deslocamentos e três graus referentes a rotações. A Figura 2 apresenta algumas características dos elementos BEAM 188 e SHELL 181, incluindo sistema de referência local.

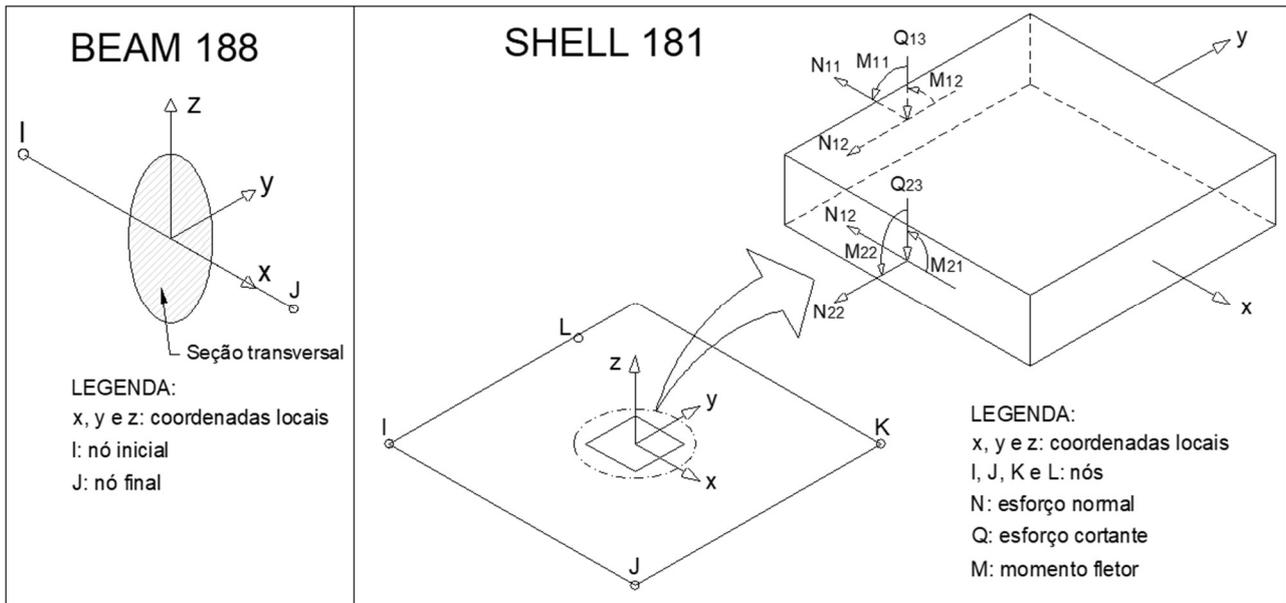


FIGURA 2: Características dos elementos BEAM 188 e SHELL 181.
 FONTE: Adaptado do ANSYS® (2020).

3.3 MODELOS ESTUDADOS

Para fins de comparação, foram simulados três modelos de ligação laje-viga (ver Figura 3). O modelo 1 (concêntrico) corresponde à situação em que a posição do centro da laje coincide com o centro da viga. Por sua vez, no modelo 2 a posição da face superior da viga coincide com a face inferior da laje, mas a altura da viga é reduzida. Já no modelo 3 a posição da face superior da viga coincide com a face superior da laje, em que as alturas da viga e laje são preservadas. Portanto, os modelos 2 e 3 apresentam excentricidade entre o plano médio da placa e o eixo longitudinal da viga. Em contrapartida, no modelo 1 não existe excentricidade. No que concerne às condições de contorno em deslocamento, foi adotado deslocamento nulo (direção z) nos lugares em que existem pilares, ou seja, foram considerados apoios rígidos. Os diferentes tipos de modelos de ligação placa-viga são baseados no trabalho de Silva (2010).

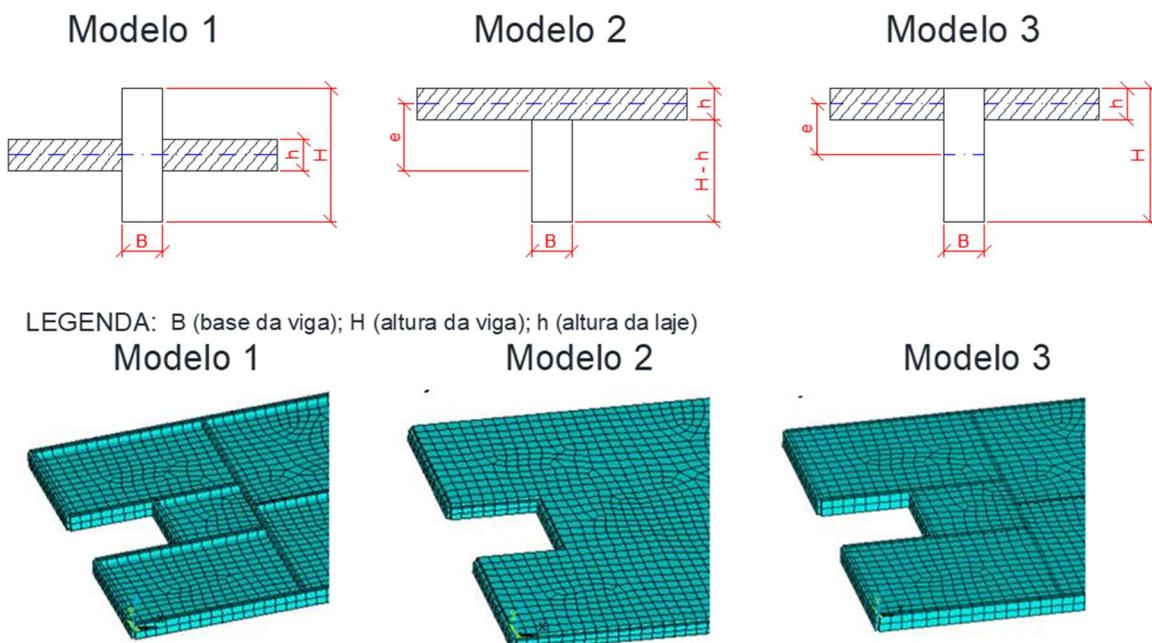


FIGURA 3: Tipos de modelos analisados.
 FONTE: Autoria Própria (2020).

Para a estrutura, é assumido um comportamento elástico linear, com material isótropo e homogêneo. É utilizado o concreto com classe de resistência C25 (2,5 kN/cm²). As propriedades mecânicas usadas estão em conformidade com a NBR 6118 (2014), em que o coeficiente de Poisson do concreto igual a 0,2 e o módulo de deformação secante correspondente a 2400 kN/cm² (agregado graúdo do tipo granito).

Inicialmente, foram encontrados os carregamentos característicos (carregamento permanente e a carga variável). A carga permanente é formada pela composição do peso próprio da laje (concreto armado), camada de regularização de 2,5 cm (argamassa de cimento e areia) e piso acabado. Os valores de peso específico foram retirados da NBR 6120 (1980), e o piso adotado com valor de carregamento de 0,000055 kN/cm². O valor total do carregamento permanente correspondeu a 0,0004075 kN/cm². Por sua vez, a carga variável é dada pela utilização da estrutura. Conforme a NBR 6120 (1980), em edifícios residenciais o valor varia de 0,00015 kN/cm² (dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro) até 0,00020 kN/cm² (despensa, área de serviço e lavanderia). Para fins de análise, foi utilizado o maior valor. O carregamento total de cálculo do painel de lajes foi obtido conforme a NBR 6118 (2014), em que para combinação normal no Estado Limite Último (ELU) o coeficiente de majoração corresponde a 1,4. Portanto, o carregamento total aplicado no painel de lajes correspondeu a 0,00085 kN/cm².

4. RESULTADOS

A seguir são mostrados e comparados os resultados de cada modelo estudado. Para tanto, são considerados campos referentes a deslocamentos, tensões e esforços (momento fletor nas lajes e vigas, e força cortante e normal nas vigas). Ademais, como os modelos 2 e 3 apresentam uma forma geométrica próxima, também é apresentada uma comparação específica de seus resultados. Cabe destacar que as respostas são apresentadas considerando os eixos de referência locais para cada elemento (ver Figura 2).

4.1 DESLOCAMENTOS NA ESTRUTURA DO PAVIMENTO

As Figuras 4, 5 e 6 mostram os deslocamentos na direção z (U_z) para os modelos 1, 2 e 3, respectivamente.

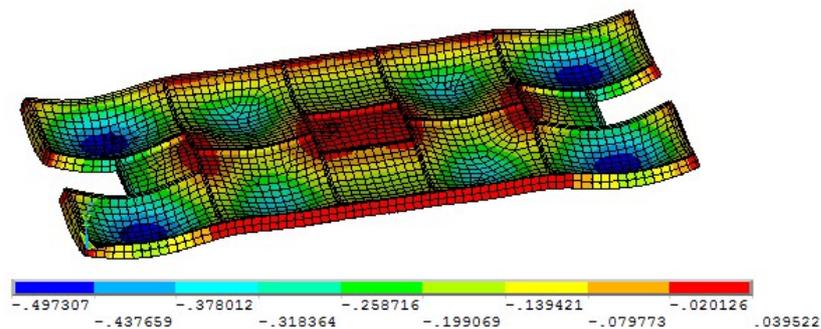


FIGURA 4: Deslocamentos U_z (cm) para o modelo 1.
FONTE: Autoria Própria (2020).

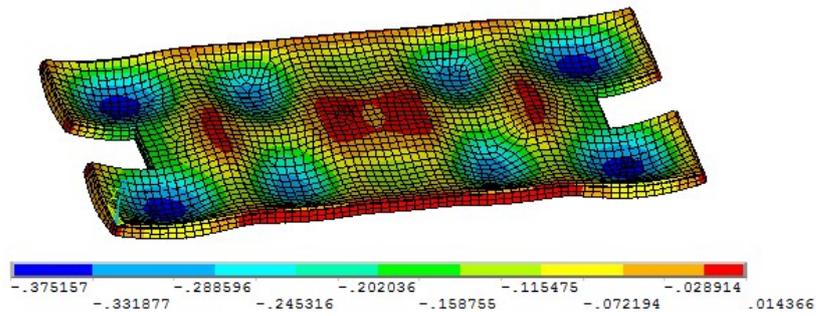


FIGURA 5: Deslocamentos U_z (cm) para o modelo 2.
FONTE: Autoria Própria (2020).

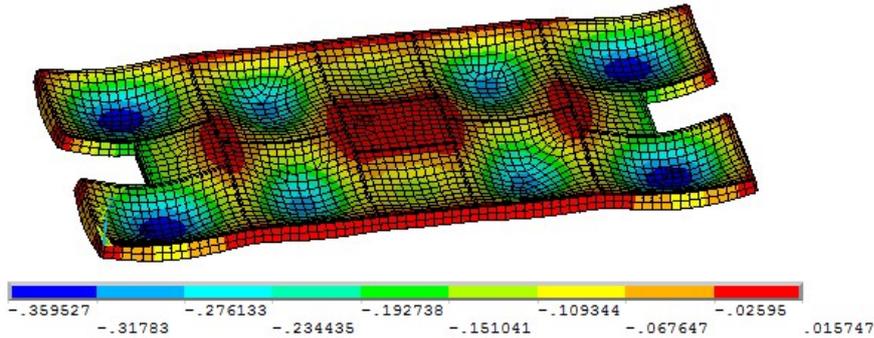


FIGURA 6: Deslocamentos U_z (cm) para o modelo 3.
FONTE: Autoria Própria (2020).

Na Tabela 1, estão os valores máximos negativos e positivos para U_z de cada modelo estudado.

TABELA 1: Comparação entre deslocamentos em z.

| Deslocamento | Modelo 1 (cm) | Modelo 2 (cm) | Modelo 3 (cm) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| $U_z (-)$ | -0,497307 | -0,375157 | -0,359527 |
| $U_z (+)$ | 0,039522 | 0,014366 | 0,015747 |

FONTE: Autoria Própria (2020).

Na Tabela 2, é mostrada a comparação em termos percentuais entre os valores máximos positivos e negativos dos deslocamentos em z. Para melhor avaliar a diferença entre os modelos 2 e 3, também é mostrada uma comparação específica dos mesmos.

TABELA 2: Comparação geral em termos percentuais dos deslocamentos em z.

| Deslocamento | Diferença do Modelo 1 em relação ao | | Diferença do Modelo 2 em relação ao |
|--------------|-------------------------------------|----------|-------------------------------------|
| | Modelo 2 | Modelo 3 | Modelo 3 |
| $U_z (-)$ | 32,56% | 38,32% | 4,35% |
| $U_z (+)$ | 175,11% | 150,98% | 8,77% |

FONTE: Autoria Própria (2020).

É gerado um gráfico com os deslocamentos ao longo do corte A-A da Figura 7. Os resultados são mostrados na Figura 8. É importante destacar que os deslocamentos negativos em módulo são bastante

superiores aos deslocamentos positivos. Isso está associado à enorme diferença em termos percentuais obtida (Tabela 2) entre cada modelo, no caso dos deslocamentos positivos. Esse resultado pode ser explicado devido ao fato da ordem de grandeza ser bastante inferior. Nesse contexto, os resultados considerando os deslocamentos negativos são mais relevantes para a discussão. Aqui, como esperado, o modelo concêntrico (modelo 1) foi aquele mais flexível. Isso é perfeitamente plausível, pois a inércia do conjunto será menor. Neste caso, a linha neutra está no centro do conjunto e a inércia é formada apenas pela contribuição direta da inércia de cada elemento. De modo geral, os modelos 2 e 3 apresentaram resultados com valores próximos. Entretanto, é perceptível uma leve diferença nas respostas sendo o modelo 2 mais flexível perante o modelo 3. Os valores obtidos para todos os modelos estão condizentes qualitativamente com os resultados de Silva (2010). As diferenças nos valores percentuais se devem à geometria do pavimento e aos carregamentos utilizados, impossibilitando uma comparação exata.

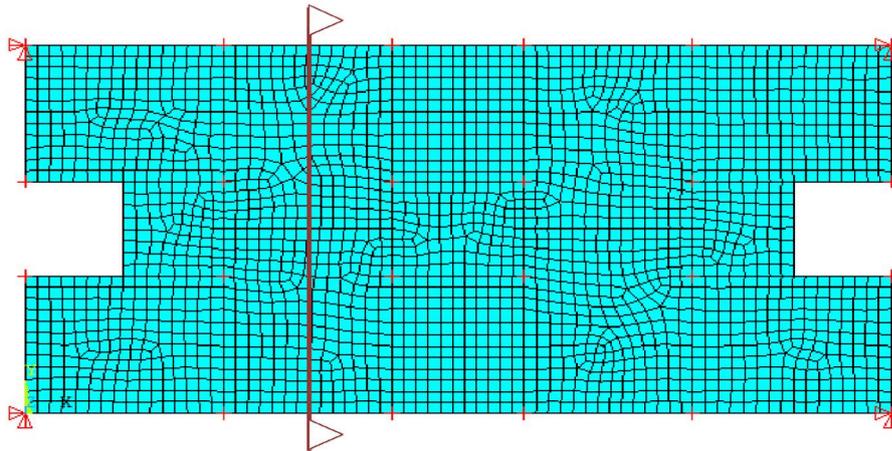


FIGURA 7: Corte A-A.
FONTE: Autoria Própria (2020).

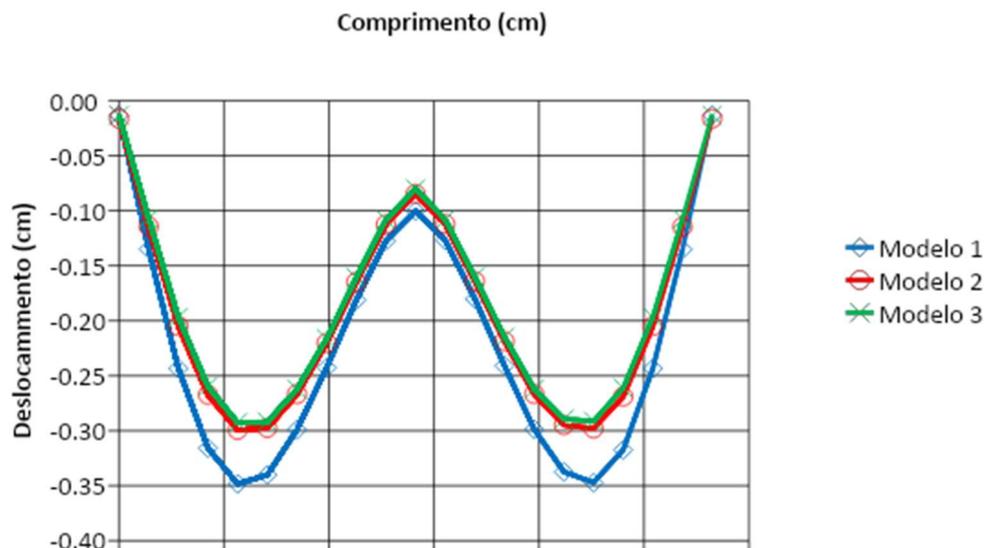


FIGURA 8: Deslocamentos em z ao longo do corte A-A considerando cada modelo estudado.
FONTE: Autoria Própria (2020).

4.2 ESFORÇOS DE MOMENTO FLETOR NAS LAJES

As Figuras 9, 10 e 11 mostram momentos na direção y (M_y) nas lajes para os modelos 1, 2 e 3, respectivamente.

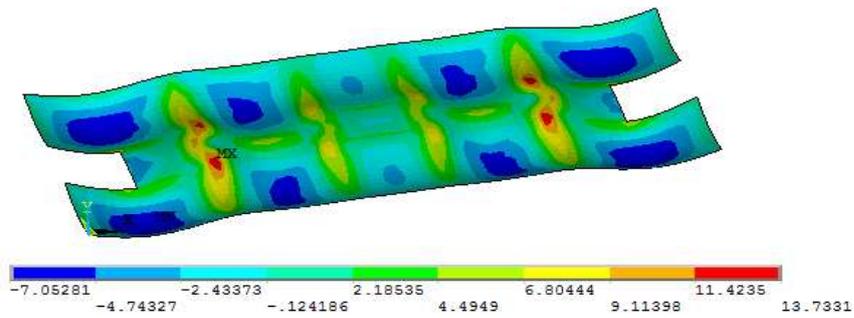


FIGURA 9: Momento M_y (kN cm) para o modelo 1.
FONTE: Autoria Própria (2020).

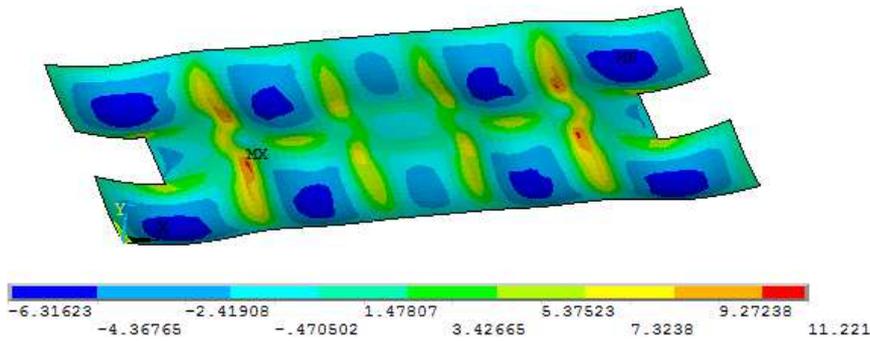


FIGURA 10: Momento M_y (kN cm) para o modelo 2.
FONTE: Autoria Própria (2020).

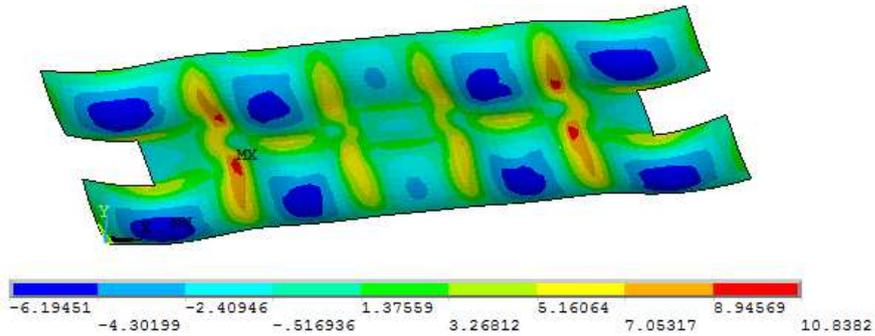


FIGURA 11: Momento M_y (kN cm) para o modelo 3.
FONTE: Autoria Própria (2020).

Os valores máximos positivos e negativos dos momentos de cada modelo são mostrados na Tabela 3. Já na Tabela 4 está a comparação em termos percentuais entre os valores máximos positivos e negativos dos momentos. Também é mostrada a comparação específica entre o modelo 2 e o modelo 3.

| TABELA 3: Comparação dos momentos nas lajes. | | | |
|--|------------------|------------------|------------------|
| Momento | Modelo 1 (kN cm) | Modelo 2 (kN cm) | Modelo 3 (kN cm) |
| $M_y (-)$ | -7,05281 | -6,31623 | -6,19451 |
| $M_y (+)$ | 13,7331 | 11,221 | 10,8382 |
| $M_x (-)$ | -6,77357 | -6,06302 | -5,91675 |
| $M_x (+)$ | 7,16545 | 5,14618 | 4,84142 |

FONTE: Autoria Própria (2020).

TABELA 4: Comparação geral em termos percentuais dos momentos nas lajes.

| Momento | Diferença do Modelo 1 em relação ao | | Diferença do Modelo 2 em relação ao Modelo 3 |
|-----------|-------------------------------------|----------|--|
| | Modelo 2 | Modelo 3 | |
| $M_y (-)$ | 11,71% | 13,86% | 1,92% |
| $M_y (+)$ | 22,39% | 26,71% | 3,53% |
| $M_x (-)$ | 11,72% | 14,48% | 2,47% |
| $M_x (+)$ | 39,24% | 48,00% | 6,29% |

FONTA: Aatoria Própria (2020).

Na comparação global, o modelo 1 foi aquele com maiores esforços, inclusive com diferenças significativas, e o modelo 3 com os menores esforços. Já na comparação específica entre os modelos 2 e 3, de modo geral os resultados são próximos. No momento em y as diferenças foram pequenas, enquanto que no momento em x ocorreu uma maior divergência na resposta com o valor máximo superando 6%.

4.3 ESFORÇOS DE MOMENTO FLETOR NAS VIGAS

As Figuras 12, 13 e 14 mostram momentos em y (M_y) nas vigas para os modelos 1, 2 e 3, respectivamente.

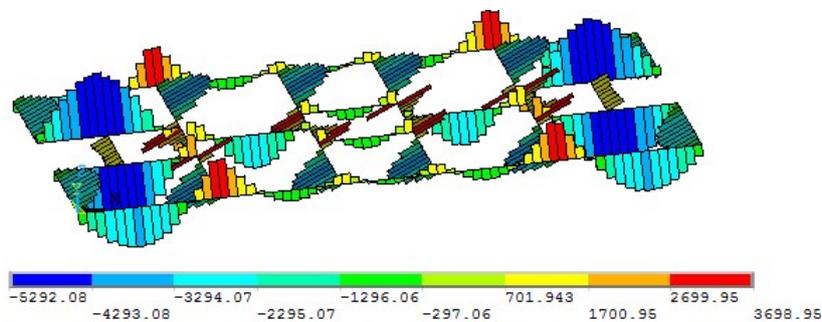


FIGURA 12: Momento M_y (kN cm) para o modelo 1.
 FONTE: Aatoria Própria (2020).

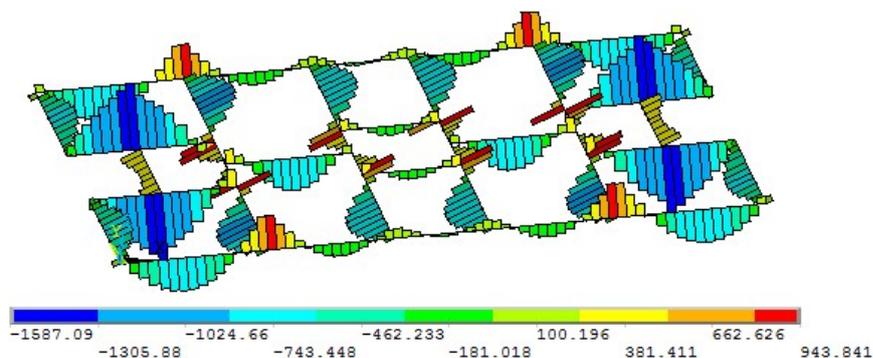


FIGURA 13: Momento M_y (kN cm) para o modelo 2.
 FONTE: Aatoria Própria (2020).

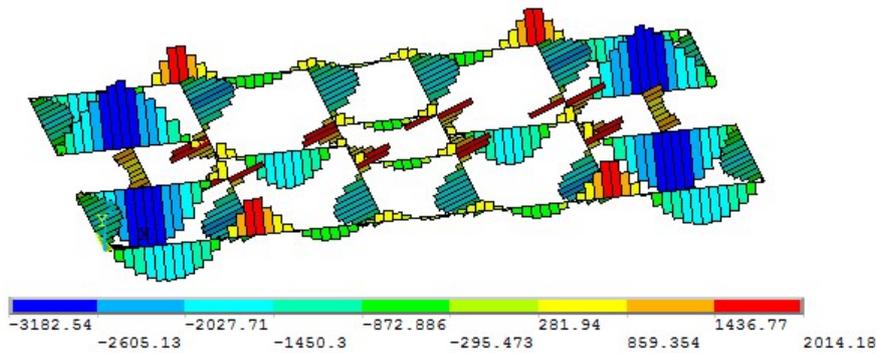


FIGURA 14: Momento M_y (kN cm) para o modelo 3.
FONTE: Autoria Própria (2020).

Na Tabela 5, estão os valores máximos positivos e negativos dos momentos em y para cada modelo.

TABELA 5: Comparação dos momentos nas vigas.

| Momento | Modelo 1 (kN cm) | Modelo 2 (kN cm) | Modelo 3 (kN cm) |
|-----------|------------------|------------------|------------------|
| M_y (-) | -5292,08 | -1587,09 | -3182,54 |
| M_y (+) | 3698,95 | 943,841 | 2014,18 |

FONTE: Autoria Própria (2020).

A comparação em termos percentuais entre os valores máximos positivos e negativos dos momentos em y é mostrada na Tabela 6, assim como a comparação específica entre os modelos 2 e 3.

TABELA 6: Comparação geral em termos percentuais dos momentos nas vigas.

| Momento | Diferença do Modelo 1 em relação ao | | Diferença do Modelo 2 em relação ao |
|-----------|-------------------------------------|----------|-------------------------------------|
| | Modelo 2 | Modelo 3 | Modelo 3 |
| M_y (-) | 233,45% | 66,28% | 50,13% |
| M_y (+) | 291,90% | 83,65% | 53,14% |

FONTE: Autoria Própria (2020).

Nas vigas, os esforços máximos relacionados com momento fletor nos modelos estudados apresentam diferenças significativas. Os maiores esforços são encontrados no modelo 1, o mais flexível. Já os menores momentos foram encontrados no modelo 2, o que tem associação direta com a menor altura da viga neste caso. O modelo 3 apresenta valor intermediário. Diferentemente do que ocorreu com os demais campos, na comparação específica entre os modelos 2 e 3 a diferença chegou a superar 50%. Nos modelos estudados por Silva (2010), equivalentes a estes, em alguns casos, observaram-se também grandes discrepâncias de valores.

4.4 ESFORÇOS NORMAIS NAS VIGAS

Os esforços normais em x (N_x) no modelo 1 são nulos, como esperado. Nos modelos 2 e 3 a distribuição é próxima, alterando apenas a magnitude dos valores. Para visualização da distribuição, é

apresentada, como exemplo, a Figura 15 (esforços normais para o modelo 2). Na Tabela 7, estão os valores máximos positivos e negativos dos esforços normais em x nas vigas para cada modelo.

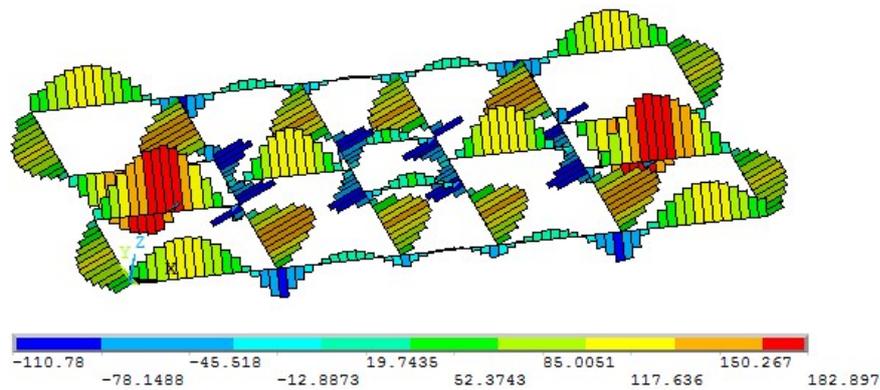


FIGURA 15: Esforços normal N_x (kN) para o modelo 2.
FONTE: Autoria Própria (2020).

TABELA 7: Comparação das forças normais nas vigas.

| Normal | Modelo 1 (kN) | Modelo 2 (kN) | Modelo 3 (kN) |
|-----------|---------------|---------------|---------------|
| $N_x (-)$ | 0 | -110,78 | -93,8722 |
| $N_x (+)$ | 0 | 182,897 | 161,339 |

FONTE: Autoria Própria (2020).

A comparação, em termos percentuais, entre os valores máximos positivos e negativos dos esforços normais é mostrada na Tabela 8. O modelo 1 não é apresentado devido ao fato da ordem de grandeza de seus valores ser irrisória perto dos outros.

TABELA 8: Comparação específica em termos percentuais das forças normais nas vigas.

| Normal | Diferença do Modelo 2 em relação ao Modelo 3 |
|-----------|--|
| $N_x (-)$ | 18,01% |
| $N_x (+)$ | 13,36% |

FONTE: Autoria Própria (2020).

Nas vigas, os esforços axiais máximos, em módulo, no modelo 1 são muito baixos, mas nos modelos com excentricidade passaram a apresentar valores que não podem ser desprezados, como apresentado por Silva (2010). Os maiores esforços são encontrados no modelo 2, que quando comparado com o modelo 3, apresenta valores superiores, da ordem de 18%. Mesmo com a diminuição do momento fletor com a excentricidade, para afirmar que a solicitação total no elemento estrutural diminuiu é interessante analisar as tensões no pavimento, para captar o efeito combinado de momento e normal.

4.5 ESFORÇOS CORTANTES NAS VIGAS

Em todos os modelos, a distribuição do esforço cortante em z (Q_z) é próxima, alterando apenas os valores. Para visualização da distribuição, é apresentada, como exemplo, a Figura 16 (esforços cortantes para o modelo 2). Na Tabela 9, estão os valores máximos positivos e negativos das forças cortantes nas vigas de cada modelo. A comparação em termos percentuais de cada modelo é mostrada na Tabela 10. Note que também existe a comparação específica entre o modelo 2 e o modelo 3.

Observando os valores obtidos para as forças cortantes máximas, é possível constatar que os resultados obtidos para todos os modelos são próximos, como destacado por Silva (2010). Numa análise mais crítica, pode-se afirmar que os maiores valores em módulo tanto positivos quanto negativos foram para o modelo 3. Na comparação específica entre os modelos 2 e 3, é observado que as diferenças são menores que 10%, não indicando uma grande influência na resposta.

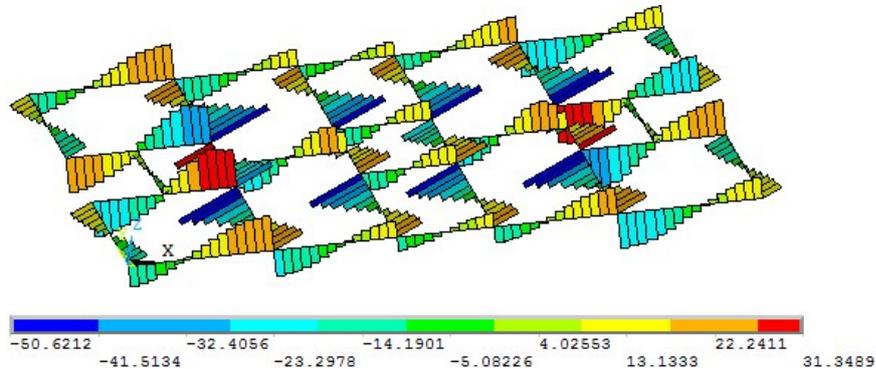


FIGURA 16: Força cortante Q_z (kN) para o modelo 2.
FONTE: Autoria Própria (2020).

TABELA 9: Comparação das forças cortantes nas vigas.

| Cortante | Modelo 1 (kN) | Modelo 2 (kN) | Modelo 3 (kN) |
|-----------|---------------|---------------|---------------|
| $Q_z (-)$ | 56,6419 | 50,6212 | 55,3134 |
| $Q_z (+)$ | 39,6141 | 31,3489 | 34,6918 |

FONTE: Autoria Própria (2020).

TABELA 10: Comparação geral em termos percentuais das forças cortantes nas vigas.

| Cortante | Diferença do Modelo 1 em relação ao | | Diferença do Modelo 2 em relação ao |
|-----------|-------------------------------------|----------|-------------------------------------|
| | Modelo 2 | Modelo 3 | Modelo 3 |
| $Q_z (-)$ | 11,89% | 2,40% | 8,48% |
| $Q_z (+)$ | 26,37% | 14,19% | 9,64% |

FONTE: Autoria Própria (2020).

4.6 TENSÕES NA ESTRUTURA DO PAVIMENTO

Os valores máximos positivos e negativos das tensões normais (σ_x) são mostrados na Tabela 11, inclusive com a separação entre lajes, para as direções x e y, e vigas, para a direção axial x.

A comparação em termos percentuais entre os valores máximos positivos e negativos das tensões é mostrada na Tabela 12, juntamente com a comparação específica dos modelos 2 e 3.

TABELA 11: Comparação das tensões.

| Tensão | Modelo 1 (kN/cm ²) | Modelo 2 (kN/cm ²) | Modelo 3 (kN/cm ²) |
|-----------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Lajes: σ_x (-) | -0,822334 | -0,663487 | -0,633767 |
| Lajes: σ_x (+) | 0,822334 | 0,670459 | 0,650786 |
| Lajes: σ_y (-) | -0,336313 | -0,35257 | -0,341048 |
| Lajes: σ_y (+) | 0,336313 | 0,344029 | 0,321636 |
| Vigas: σ_x (-) | -0,66823 | -0,616983 | -0,563783 |
| Vigas: σ_x (+) | 0,66823 | 0,670588 | 0,608772 |

FONTE: Autoria Própria (2020).

TABELA 12: Comparação geral em termos percentuais das tensões.

| Tensão | Diferença do Modelo 1 em relação ao | | Diferença do Modelo 2 em relação ao |
|-----------------------|-------------------------------------|----------|-------------------------------------|
| | Modelo 2 | Modelo 3 | Modelo 3 |
| Lajes: σ_x (-) | 23,94% | 29,75% | 4,69% |
| Lajes: σ_x (+) | 22,65% | 26,36% | 3,02% |
| Lajes: σ_y (-) | 4,61% | 1,39% | 3,38% |
| Lajes: σ_y (+) | 2,24% | 4,56% | 6,96% |
| Vigas: σ_x (-) | 8,31% | 18,53% | 9,44% |
| Vigas: σ_x (+) | 0,35% | 9,77% | 10,15% |

FONTE: Autoria Própria (2020).

Em relação às tensões na direção x das lajes e vigas, o modelo 1 apresenta os maiores níveis de solicitação. Os outros modelos apresentam resultados inferiores ao modelo 2, superando o modelo 3. É perceptível uma diferença significativa nos resultados para tensões em x nas lajes. Por outro lado, as tensões em y apresentam valores próximos para todos os modelos. Na comparação específica entre o modelo 2 e o modelo 3, foram encontradas diferenças próximas de 10% para as vigas. Portanto, é possível concluir que mesmo existindo uma contribuição da parcela da força normal das vigas nessas tensões os valores de tensão normal da estrutura global ainda são menores em módulo quando existe excentricidade.

5. CONCLUSÕES

No presente trabalho, foi avaliado o papel da excentricidade na ligação viga-laje em um pavimento de concreto por meio de simulações numéricas baseadas no MEF. Para modelar a viga e a laje foram utilizados elementos que contemplam o efeito de deformações por cisalhamento, o que promove respostas mais realísticas em comparação com teorias cinemáticas baseadas em hipóteses simplificadas.

Na comparação global entre os modelos 1, 2 e 3 ficou claro que o comportamento do modelo concêntrico destoa de forma significativa dos demais casos excêntricos levando em conta os valores máximos obtidos de cada campo de interesse estudado (deslocamentos, esforços internos e tensões). De modo geral, o modelo concêntrico é o mais flexível e aquele em que são encontrados os maiores esforços e tensões nos elementos, exceto no caso da força normal nas vigas que correspondeu ao menor valor (força nula). Isso demonstra que considerar a concentricidade entre os elementos nas análises estruturais, representa um conservadorismo e, conseqüentemente, subestima a capacidade resistente da estrutura por não considerar a contribuição da rigidez do conjunto laje-viga de forma real. O modelo 3 correspondeu ao mais rígido, com menores momentos nas lajes e tensões nas vigas e lajes. Nas situações específicas de momento e esforço cortante nas vigas, o modelo 2 apresentou valores inferiores em comparação com os demais modelos. Ademais, o modelo 2 foi aquele com maiores esforços normais nas vigas.

A comparação específica entre os modelos 2 e 3 implicou em resultados interessantes. Os deslocamentos dos modelos mencionados são diferentes, mas com valores próximos. Em relação aos esforços de momento fletor nas lajes, de modo geral, as diferenças foram pequenas. Por outro lado, nas vigas, foram observadas diferenças significativas na comparação dos momentos fletores. Para a normal nas vigas, a diferença encontrada também foi considerada significativa, mas inferior perante a diferença encontrada para os momentos. No caso das vigas, a menor diferença consistiu no esforço cortante. Ademais, as tensões possuem valores próximos nas lajes e uma diferença mais sensível nas vigas.

Por fim, os resultados obtidos contribuem no sentido de auxiliar projetistas em relação à modelagem de estruturas de concreto, sobretudo, no que concerne à influência da excentricidade na resposta estrutural (deslocamentos, tensões e esforços internos) de pavimentos com características semelhantes. A abordagem empregada mostra ainda que as simulações numéricas são atraentes e permitem a consideração de efeitos mais complexos, como a deformação por força cortante. Dessa forma, podem ser realizados projetos mais consistentes e que atendam aos requisitos necessários como durabilidade, segurança e eficiência.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. M. **Avaliação dos métodos simplificados para cálculo de lajes maciças apoiadas em vigas flexíveis**. Teoria e Prática na Engenharia Civil. Vol. 12, 2008, 1-11 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

_____. NBR 6120: **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 1980.

DEB, A.; DEB, M. K.; BOOTON, M. **Analysis of orthotropically modeled stiffened plates**. *International Journal of Solids and Structures*. Vol. 27, n. 5, 1991, 647-664 p.

DIAS, R. H. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos/Universidade de São Paulo, EESC-USP. São Carlos, SP, 2003, 455 p.

FALSONE, G.; SETTINERI, D. **An Euler–Bernoulli-like finite element method for Timoshenko beams**. *Mechanics Research Communications*. Vol. 38, 2011, 12-16 p.

HARIK, I. E.; GUO, M. **Finite Element Analysis of Eccentrically Stiffened Plates in Free Vibration**. *Computer and Structures*. Vol. 49, 1993, 1007-1015 p.

- KIKIS, G.; DORNISCH, W.; KLINKEL, S. **Adjusted approximation spaces for the treatment of transverse shear locking in isogeometric Reissner-Mindlin shell analysis.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 354, 2019, 850-870 p.
- LIU, J.; FEI, Q.; JIANG, D.; ZHANG, D.; WU, S. **Experimental and numerical investigation on static and dynamic characteristics for curvilinearly stiffened plates using DST – BK model.** International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 169, 2020, 11 p.
- MILLER, R. E. **Reduction of error in eccentric beam modelling.** International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 15, 1980, 575-582 p.
- MINDLIN, R. **Influence of rotatory inertia and shear in flexural motions of isotropic, elastic plates.** Journal of Applied Mechanics. Vol. 18, 1951, 31-38 p.
- OTA, N. S. N. **Nonlinear dynamic analysis of creased shells.** Finite Elements in Analysis and Design. Vol. 121, 2016, 64–74 p.
- RECALDE, B. R. B.; GASTAL, F. P. S. L.; BESSA, V. R. D.; SCHWETZ, P. F. **Análise numérica de flexão em lajes nervuradas com a consideração dos efeitos de fissuração no concreto.** Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, Vol. 8, n. 2, 2015, 225-247 p.
- REISSNER, E. **The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates.** Journal of Applied Mechanics. Vol. 12, 1945, 69-76 p.
- ROSSOW, M. P.; IBRAHIMKHAIL, A. K. 1978. **Constraint Method Analysis of Stiffened Plates.** Computers & Structures. Vol. 8, 1978, 51-60 p.
- SALOMÃO, Í. L.; VELASCO, V. L. S.; SOTELINO, E. D. **Análise numérica da eficiência de lajes nervuradas tridirecionais.** Revista CIATEC –UPF. Vol. 7, n. 2, 2015, 1-17 p.
- SILVA, H. B. S. **Análise numérica da influência da excentricidade na ligação placa-viga em pavimentos usuais de edifícios.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, EESC-USP. São Carlos, SP, 2010, 195 p.
- TANAKA, M.; BERCIN, A. N. **Static bending analysis of stiffened plates using the boundary element method.** Engineering Analysis with Boundary Elements. Vol. 21, 1998, 147-154 p.
- TIMOSHENKO, S. P. **On the correction factor for shear of the differential equation for transverse vibrations of bars of uniform cross-section.** Philosophical Magazine. Vol. 41, 1921, 744-746 p.
- WAN, C.; AUDI, C.; SASANI, M. **Modeling floor systems for collapse analysis.** Engineering Structures. Vol. 127, 2016, 278-286 p.
- ZHANG, S.; XU, L. **Exact static analysis of eccentrically stiffened plates with partial composite action.** Composite Structures. Vol. 198, 2018, 117-125 p.