

## PERDAS DE PROTENSÃO EM VIGAS PRÉ-TENSIONADAS

### *Losses for pretensioned precast beams*

João de Oliveira Dorta Filho<sup>1</sup>, Rafael Alves de Souza<sup>2</sup>



#### PALAVRAS-CHAVE:

Concreto protendido;  
Perda de protensão;  
Pré-fabricado;  
Protensão;  
Pré-tensão.

#### KEYWORDS:

Prestressed concrete;  
Prestress losses;  
Precast;  
Prestress;  
Pretensioning.

**RESUMO:** Dentre os inúmeros parâmetros que interferem no dimensionamento de vigas protendidas, destaca-se as perdas de protensão como fator determinante para otimização e economia no projeto de elementos protendidos. No entanto, por ser um processo iterativo e repetitivo, seu cálculo torna-se inviável se efetuado manualmente, exigindo que os profissionais adotem valores estimados, frequentemente empregados durante a etapa de dimensionamento. Com base nos valores propostos por Pfeil (1984), este trabalho procura investigar as perdas de protensão em vigas pré-tensionadas simplesmente apoiadas, considerando diferentes resistências à compressão do concreto. Além disso, busca-se orientar engenheiros estruturais na avaliação dos valores das perdas de protensão frente às taxas geométricas de armadura obtidas a partir do pré-dimensionamento quando realizados cálculos manuais. Os resultados demonstram que as perdas estimadas de protensão comumente aplicadas nas práticas de projetos estruturais apresentam-se próximas aos valores obtidos de maneira precisa quando calculados com auxílio de *software* computacionais.

**ABSTRACT:** Among the parameters that interfere in the design of the prestressed beams, losses are the most important factor for optimization and economy. However, due to an iterative and repetitive process, its calculation becomes impracticable if carried out manually, requiring professionals to adopt estimated values frequently used during the stage of design. Based on the values proposed by Pfeil (1984), this paper aims at investigating the prestress losses of pretensioned precast beams simply supported considering different concrete strengths, guiding structural engineers with the values of prestressing losses when manual calculations are performed. The obtained results show that the usual predictions are close to that one calculated with the aid of computational package software.

\* Contato dos autores:

Publicado em 16 de setembro de 2024

<sup>1</sup> [jdodfilho@gmail.com](mailto:jdodfilho@gmail.com) (Dorta Filho, J. O.)

Engenheiro Civil, Mestre em Engenharia de Estruturas pela Universidade Estadual de Maringá (UEM).

<sup>2</sup> [rsouza@uem.br](mailto:rsouza@uem.br) (Souza, R. A.)

Engenheiro Civil, Doutor em Engenharia de Estruturas pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), Professor Titular do Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Maringá (UEM).

## 1. INTRODUÇÃO

A fim de sanar problemas decorrentes da durabilidade e capacidade de carga dos elementos estruturais, a utilização da protensão em peças pré-fabricadas tem sido uma prática cada vez mais comum no Brasil. Com a presença de armaduras protendidas no interior de vigas pré-moldadas, vãos com mais de 20 metros podem ser facilmente vencidos seguido das seguintes características: seções mais esbeltas, menores consumos de aço e concreto, melhores comportamentos das flechas finais, redução ou eliminação nas tensões de tração provocadas por diferentes carregamentos, melhores condições de durabilidade (uma vez que se faz um controle mais rigoroso referente a aberturas de fissuras), dentre outras.

Em consequência das vantagens que vigas pré-moldadas protendidas apresentam e carecido da complexidade dos cálculos repetitivos e iterativos que esta técnica apresenta, engenheiros estruturais recorrem cada vez mais a *software* auxiliares para análise estrutural. Particularidades presentes no dimensionamento de peças protendidas, tais como perdas de protensão, tornam os cálculos inviáveis se efetuados a mão, ocasionando maiores demanda de tempo e, em consequência, inviabilizando toda automação industrial.

Com auxílio do *software* Pré-Calc (Dorta Filho, 2020), e atendendo às prescrições normativas da NBR 6118 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 2014), este trabalho busca compreender a variação das perdas de protensão obtidas de forma precisa ao modificar a resistência característica à compressão do concreto, e através desta análise, determinar quais intervalos de valores devem ser considerados para perdas de protensão durante o processo manual de dimensionamento, de modo que sejam realizados de forma segura, precisa e confiável.

## 2. OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo avaliar o comportamento das perdas de protensão em elementos protendidos, contemplando armadura reta aderente, submetidos à flexão simples. Além disso, busca-se também, relatar e evidenciar aos engenheiros estruturais, valores totais das perdas de protensão encontrados de maneira precisa com auxílio computacional frente as taxas geométricas de armadura, de modo a orientar profissionais, com base nos resultados obtidos, na escolha de uma perda de protensão quando realizados cálculos manuais de dimensionamento.

## 3. PERDAS DE PROTENSÃO

Collins e Mitchell (1997) observam que, apesar de serem consideradas forças permanentes, as tensões resultantes presentes no aço de protensão sofrem variações decorridas ao longo do tempo - desde o momento em que a armadura é liberada dos contrafortes externos ( $t_0$ ) até um tempo infinito ( $t_\infty$ ).

Para Pfeil (1984), o tempo para estabilização das perdas de protensão está compreendido entre 20 e 30 anos. Além disso, o autor orienta ainda que estas perdas conduzem a valores da ordem de 20% a 30% da protensão inicial instalada em uma seção.

Monitorar o comportamento da estrutura a longos prazos é de grande importância para a prevenção de danos e melhoria do dimensionamento, em especial estruturas protendidas. Perdas afetam consideravelmente o comportamento de deflexões de vigas em situações de serviço. No entanto, além dos fenômenos de retração e fluência do concreto como a relaxação em aços de protensão, outros fatores

podem influenciar na queda de tensão do aço, tais como: tecnologia dos equipamentos de protensão, tempo de cura do concreto, carregamentos externos, umidade do ambiente, dentre outros (Guo e Chen, 2017).

### 3.1. PERDAS IMEDIATAS

Define-se que perdas imediatas decorrem da transferência direta da força presente nas armaduras para o concreto que o circunda. A aderência existente entre o aço e o concreto colabora no processo de transferência destas forças, acarretando a compatibilização das deformações, em especial, o encurtamento do concreto. Com isso, armaduras previamente alongadas em contrafortes independentes (externos), quando liberadas, tendem a retornar ao comprimento inicial. No entanto, com a presença da aderência entre os materiais, este encurtamento é impedido, transferindo a deformação do aço para o concreto, que por sua vez diminui de tamanho, resultando em menores tensões de tração previamente estabelecida nas armaduras.

De acordo com Sengupta e Menon (2013), as perdas imediatas ocorrem no momento do pré-alongamento das armaduras em conjunto com a transferência da força de protensão para o concreto. O encurtamento elástico do concreto, fricção na interface armadura-concreto e deslizamento dos dispositivos de ancoragem (quando submetidas a pós-tensão) promovem na queda instantânea das tensões nas armaduras protendidas. Ainda de acordo com os autores, a perda ocasionada pelo encurtamento elástico  $\Delta_{fp}$  pode ser expressa pela Equação 1

$$\Delta_{fp} = E_p \Delta \varepsilon_p \quad \text{Eq. [1]}$$

em que:

$\Delta_{fp}$  = variação das tensões nas armaduras (MPa);

$\Delta \varepsilon_p$  = encurtamento elástico do aço;

$E_p$  = módulo de elasticidade do aço protendido (MPa).

Percebe-se por meio da Equação 1 que a tensão ao nível do concreto é obtida pela relação direta de deformação entre o aço e o concreto confinante. Atendendo a prescrição da NBR 6118 (ABNT, 2014), caracteriza-se como perda de protensão em elementos pré-tensionados o encurtamento do concreto quando calculados em regime elástico com deformação da seção homogeneizada. Atende-se também as propriedades do concreto pertinentes a data ( $t_0$ ) correspondente à aplicação da força de protensão. Ainda em seu item 9.6.3.2 (NBR 6118), respeita-se as seguintes considerações de perdas antes da liberação dos dispositivos de tração:

- a) Atrito nos pontos de desvios da armadura poligonal;
- b) Escorregamento dos fios na ancoragem;
- c) Relaxação inicial das armaduras;
- d) Retração inicial do concreto.

Buchaim (2007) aconselha a seguinte expressão (Equação 2) para o cálculo do encurtamento no concreto quando medidos no baricentro das armaduras:

$$\sigma_{cp} = -\frac{P_i}{A_i} - \frac{P_i e_p}{I_i} e_p = -\frac{P_i}{A_i} \left(1 + \frac{e_p^2}{r_i^2}\right) \quad \text{Eq. [2]}$$

O encurtamento da armadura pode ser quantificado em razão da tensão no aço de protensão ( $\sigma_{cp}$ ) pelo módulo de elasticidade do concreto ( $E_c$ ) na data considerada ( $\frac{\sigma_{cp}}{E_c}$ ). Sendo assim, pode-se estimar a força resultante após o encurtamento do concreto através da seguinte igualdade (Equação 3):

$$\begin{aligned} P_i + E_p A_p \frac{\sigma_{cp}}{E_c} &= P_i + E_p A_p \left[ -\frac{P_i}{E_c A_i} \left(1 + \frac{e_p^2}{r_i^2}\right) \right] = \\ P_i \left[ 1 - \alpha_p \rho_p \left(1 + \frac{e_p^2}{r_i^2}\right) \right] &= P_i [1 - \alpha_{11,i}] \cong P_i [1 - \alpha_{11,0}] \end{aligned} \quad \text{Eq. [3]}$$

em que:

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} \quad \text{Eq. [4]}$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_i} \cong \frac{A_p}{A_0} \quad \text{Eq. [5]}$$

$$r_i^2 = \frac{I_i}{A_i} \cong \frac{I_0}{A_0} = r_0^2 \quad \text{Eq. [6]}$$

$$\alpha_{11,i} = \alpha_p \rho_p \left(1 + \frac{e_p^2}{r_i^2}\right) \quad \alpha_{11,0} = \alpha_p \rho_p \left(1 + \frac{e_p^2}{r_0^2}\right) \quad \text{Eq. [7]}$$

Observa-se, então, uma aproximação entre as características geométricas das seções transversais ideais ( $i - i$ ) e da viga ( $0 - 0$ ),

em que:

$\sigma_{cp}$  = tensão inicial no concreto devido a protensão, medido ao nível do baricentro das armaduras (MPa);

$E_c$  = módulo de elasticidade do concreto no instante da liberação da armadura de protensão ( $t_0$ ) (MPa);

$P_i$  = força na pista, aplicada na armadura pelo equipamento de protensão (N);

$P_i \alpha_{11,i} \cong P_i \alpha_{11,0}$  = queda imediata da força de protensão devido ao encurtamento elástico do concreto. Este encurtamento se faz através da aderência existente entre os dois materiais (N);

$A_c$  = área da seção transversal de concreto sem arranjo de armaduras protendidas (mm<sup>2</sup>);

$e_p$  = excentricidade da armadura resultante em relação ao baricentro da seção transversal de concreto ideal ( $i - i$ ), eventualmente aproximada para seção da peça sem armadura ( $0 - 0$ ) (mm).

### 3.2. PERDAS PROGRESSIVAS

A natureza intrínseca dos materiais torna-se fator determinante para quantificar as quedas de tensões no aço medidas ao longo do tempo. Fenômenos de retração e fluência do concreto em conjunto com a relaxação do aço de protensão causam, geralmente, o encurtamento da viga, que por sua vez ocasiona em alívio de tensões nos aços protendidos. Segundo prescrições definidas pela NBR 6118 (ABNT,

2014) em seus itens 9.6.3.4.2 a 9.6.3.4.5, elucida-se processos de cálculo simplificados e aproximados para os fenômenos de retração, fluência e relaxação do aço. Em conformidade com as leis constitutivas do concreto e considerando fenômenos da retração e fluência, tem-se a Equação 8:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_{cs}(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{cs,28}} \right] + \Delta\sigma_c(t, t_0) \left[ \frac{1}{E_{cs}(t_0)} + \chi(t_0) \frac{\phi(t, t_0)}{E_{cs,28}} \right] + \varepsilon_{c,sh}(t) + \varepsilon_{c,\Delta T} \quad \text{Eq. [8]}$$

em que:

$\varepsilon_c(t)$  = deformação total do concreto ocorrida na data  $t$ ;

$\sigma_c(t_0)$  = tensão inicialmente aplicada no concreto na data  $t_0$  (MPa);

$\phi(t, t_0)$  = coeficiente de fluência do concreto na data  $t$  carregado à idade  $t_0$ ;

$E_{cs}(t_0)$  = módulo secante de elasticidade do concreto na data  $t_0$ ;

$E_{cs,28}$  = módulo secante de elasticidade do concreto aos 28 dias;

$\varepsilon_{c,sh}(t)$  = deformação de retração do concreto na data  $t$ ;

$\varepsilon_{c,\Delta T}(t)$  = deformação do concreto originada por um acréscimo uniforme de temperatura  $\Delta T$ , igual a  $\alpha_{\Delta T} \Delta T$ , sendo o coeficiente de dilatação térmica igual a  $\alpha_{\Delta T} = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;

$\Delta\sigma_c$  = variação da tensão no concreto em um intervalo de  $t$  a  $t_0$  dias (MPa);

$\chi(t_0)$  = coeficiente de envelhecimento do concreto em  $t_0$  dias, obtido por meio da seguinte expressão (Equação 9):

$$\chi(t_0) = \frac{t_0^{1/3}}{1 + t_0^{1/3}} \quad \text{Eq. [9]}$$

sendo  $t_0$  compreendido entre 10 e 30 dias.

Para cálculo característicos dos fenômenos da fluência e retração do concreto, a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) permite utilizar valores aproximados com auxílio da Tabela 8.2 em seu item 8.2.11, que orienta o cálculo de retração e fluência. De maneira análoga proposta para o concreto, toma-se para aços protendidos a seguinte lei constitutiva (Equação 10):

$$\varepsilon_p(t) = \sigma_p(t_0) \left[ \frac{1}{E_p} + \frac{\phi_p(t, t_0)}{E_p} \right] + \Delta\sigma_p(t, t_0) \left[ \frac{1}{E_p} + \frac{\phi_p(t, t_0)}{E_p} \right] + \varepsilon_{p,\Delta T} \quad \text{Eq. [10]}$$

em que:

$\varepsilon_p(t)$  = deformação total do aço protendido ocorrida na data  $t$ ;

$\sigma_p(t_0)$  = tensão inicialmente aplicada no aço protendido na data  $t_0$  (MPa);

$\phi_p(t, t_0)$  = coeficiente de fluência do aço de protensão na data  $t$  carregado à idade  $t_0$ ;

$E_p$  = módulo de elasticidade do aço protendido, geralmente considerado 200 GPa;

$\Delta\sigma_p$  = variação da tensão no aço protendido, no intervalo de  $t$  a  $t_0$  dias.

Visando simplificar as equações acima mencionadas, Buchaim (2007) propõe a seguinte expressão (Equação 11) para cálculo de perdas progressivas mediante a única incógnita do problema:

$$\Delta P_{sh+c+r} = A_p \frac{E_p \varepsilon_{c,sh}(t) + \alpha_p \sigma_c(t_0) \phi(t, t_0) - \sigma_p(t_0) \phi_p(t, t_0)}{1 + \phi_p(t, t_0) + \alpha_p \rho_p \left[ 1 + \left( \frac{Z_{cp}}{r_c} \right)^2 \right] \left[ \frac{E_{cs,28}}{E_{cs}(t_0)} + \chi \phi(t, t_0) \right]} \quad \text{Eq. [11]}$$

em que:

$t_0$  = idade do concreto a ser carregado na pré-tensão geralmente aos 7 dias;

$\sigma_c(t_0)$  = tensão inicial no concreto ao nível da armadura decorrente da protensão e das cargas permanentes (e quase permanentes) introduzidas na data  $t_0$  (MPa);

$\sigma_p(t_0)$  = tensão no aço de protensão após as perdas imediatas (MPa);

$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{cs,28}}$  = relação entre o módulo de elasticidade do aço protendido e o módulo de elasticidade secante do concreto aos 28 dias;

$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$  = relação entre área de aço de protensão e área líquida de concreto (taxa geométrica da armadura);

$r_c = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}$  = raio de giração da seção líquida de concreto (mm);

$z_{cp}$  = distância do centro de gravidade da seção de concreto até a armadura protendida (mm);

$\chi(t, t_0) = \frac{t_0^{1/3}}{1+t_0^{1/3}}$  = coeficiente de envelhecimento do concreto;

$\phi(t, t_0)$  = coeficiente de fluência do concreto;

$\varepsilon_{c,sh}(t)$  = valor característico superior da deformação específica de retração. Os valores  $\phi(t, t_0)$  e  $\varepsilon_{c,sh}(t)$  podem ser tirados da Tabela 8.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014);

$\phi_p(t, t_0)$  = coeficiente de fluência do aço de protensão,

em que:

$$\psi(t_\infty, t_0) = 2,5 \psi_{1000}(\%), \quad \phi_p(t_\infty, t_0) = -\ln[1 - \psi(t_\infty, t_0)] = \psi_{1000} \left( \frac{(t_\infty - t_0)}{41,67} \right)^{0,15}$$

sendo  $t$  o número de dias (ver Tabela 8.4 da NBR 6118 para coeficiente de fluência do aço de protensão).

#### 4. METODOLOGIA

A partir do *software* para dimensionamento e verificação de elementos pré-tensionados denominado Pré-Calc, foi possível analisar parâmetros que interferem nas perdas de protensão totais, isto é, imediatas e progressivas. Mediante escolha da resistência característica à compressão do concreto, busca-se analisar a eficiência do elemento frente a diferentes vãos mantendo as demais variáveis inalteradas, tais como, características dos aços protendidos, carregamentos adicionais permanentes e acidentais, coeficientes de retração e fluência, entre outros.

Em vista disso, o estudo proposto se concentrou no aumento gradual das taxas geométricas de armaduras protendidas ( $\rho_p$ ) relacionadas às perdas de protensão para diferentes classes de concreto. Para analisar, por exemplo, a influência dos vãos nos fatores variáveis entre 5 e 12 metros de comprimento, mantinham-se todos os demais parâmetros inalterados de modo a confrontar os valores obtidos entre si, apontando suas devidas particularidades em cada um dos casos.

Por ser um ajuste simples de ser adotado na prática, a alteração dos vãos do elemento estrutural foi bastante combinada com outras modificações, em especial, com diferentes classes do concreto e magnitudes das solicitações (uma vez que se altera o vão livre) para verificações do conjunto. Vários itens são capazes de impactar significativamente ou não nos parâmetros variáveis. Contudo, este estudo não visa esgotar essas análises, e sim buscar tendência do comportamento das perdas de protensão e apresentar diretrizes de concepção ao projetista estrutural. Por fim, procura-se comparar os valores obtidos de maneira precisa com valores frequentemente utilizados na prática de projetos.

As vigas aqui analisadas foram dimensionadas desconsiderando protensão em dupla camada (superior e inferior), isto é, as forças de protensão consideradas limitaram-se às armaduras inferiores das vigas simplesmente apoiadas.

#### 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em um primeiro momento, admitiu-se características frequentemente empregadas nas práticas dos projetos de vigas protendidas. Desta maneira, a análise se iniciou com uma viga de 5,0 metros de vão livre e seção transversal retangular 30 cm por 40 cm, sendo largura e altura, respectivamente. Para sua produção, definiu-se concreto com resistência característica igual a 25 MPa. Deseja-se dimensioná-la com critérios de projeto conforme determina o nível 2 de protensão (protensão limitada). Considerou-se também 10 kN/m para carregamentos adicionais permanentes e 10 kN/m para carregamentos acidentais. Vale destacar que o peso próprio da viga é calculado de maneira automática pelo programa, levando em consideração os dados de entrada da seção transversal em conjunto com o valor do peso específico do concreto. O aço de protensão utilizado para dimensionamento em serviço possui as seguintes características: CP-190 RB e diâmetro nominal de 12,7 mm.

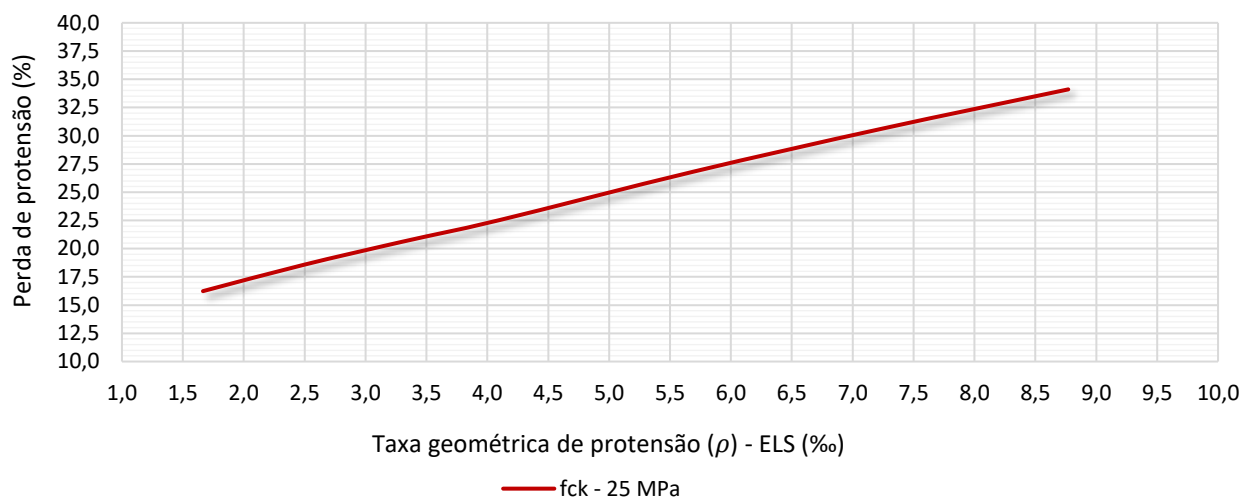
Com base na configuração da viga (V1) mencionada anteriormente, obteve-se o momento fletor característico igual a  $M_k = 71,88 \text{ kN.m}$ , demandando em seu dimensionamento uma taxa geométrica de armadura ativa de valor  $\rho_p = 1,67\%$ . Já para perda de protensão total (imediatas e progressivas), verificou-se um valor de 16,24% em relação à força inicialmente aplicada.

Para o segundo estudo de caso, elevou-se o vão da viga anterior para 6,0 metros mantendo as demais variáveis inalteradas, caracterizando a viga V2. Desta maneira, o momento fletor atuante na presente viga alterou-se para  $M_k = 103,50 \text{ kN.m}$ , uma vez que, por relação direta, a modificação do vão livre entre apoios acarreta novos esforços internos solicitantes. Por consequência, foi necessário maior taxa geométrica de armadura ativa para suportar o novo esforço, apresentando valor igual a  $\rho_p = 2,49\%$ . Quando observado a queda de protensão final, isto é, perdas imediata e progressiva, obteve-se a grandeza de 18,55%.

Repetindo o processo anterior e a fim de se obter o terceiro estudo de caso, acrescentou-se 1,0 metro no vão da viga V2, caracterizando o vão livre de 7,0 metros para a viga V3. Manteve-se igualmente inalteradas as demais variáveis da viga. Pela relação direta entre o vão livre e esforços internos solicitantes, encontrou-se um novo momento fletor de valor igual a  $M_k = 140,88 \text{ kN.m}$ , que por sua vez, necessita de maior consumo de aço ativo para satisfazer o dimensionamento. Logo, a taxa geométrica de armadura encontrada para o presente caso foi de  $\rho_p = 3,30\%$ , enquanto a perda de protensão final apresentou a mesma tendência, cujo valor calculado foi de 20,60%.

A metodologia da análise se manteve constante até que o elemento estrutural atingisse 11 metros de vão livre entre apoios (V7). Desta forma, o momento fletor encontrado para a última viga da série foi de  $M_k = 347,88 \text{ kN.m}$ , cuja taxa geométrica de armadura ativa e perda total de protensão possui valores iguais a  $\rho_p = 8,77\%$  e 34,11%, respectivamente. Vale lembrar que, com exceção do vão livre, não ocorreram variações para as demais constantes do problema.

Conforme o proposto por Pfeil (1984), assim como geralmente ocorre na prática de projetos estruturais, estimam-se que as perdas finais de protensão apresentam magnitudes que variam entre 20 e 30%, sendo, portanto, 34,11% um possível critério de parada para a presente análise. O gráfico ilustrado na Figura 1 representa a tendência da perda de protensão para vigas simplesmente apoiadas, confeccionadas com concreto de resistência característica igual a 25 MPa.



**FIGURA 1:** Estimativa para perdas de protensão e taxa geométrica em vigas protendidas.

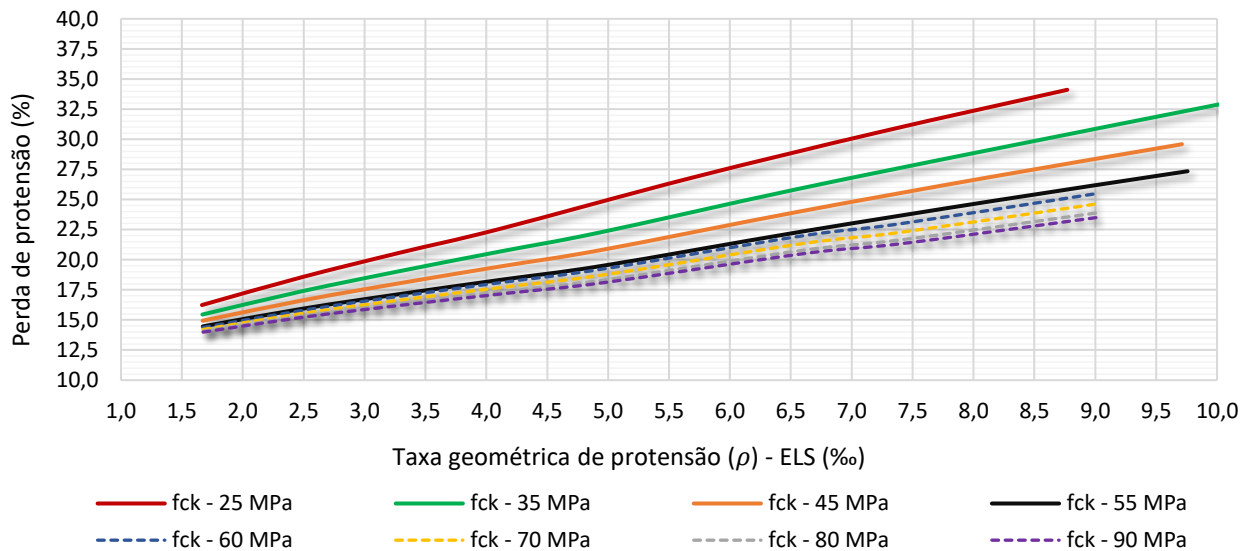
A partir da Figura 1, pode-se observar que vigas com taxas geométricas de protensão acima de  $\rho_p = 7,00\%$  e concreto de resistência característica igual a  $25\text{ MPa}$ , merecem uma atenção especial na estimativa da perda final de protensão durante o processo de dimensionamento, uma vez que, quedas acima de  $30\%$  manifestam-se fora dos padrões usualmente utilizados nas práticas de projetos.

Desta forma, recomenda-se que o profissional modifique as condições em que o elemento estrutural está submetido, tais como, revisão dos carregamentos, vão livre entre apoios, dimensões da seção transversal, características do concreto e aço, entre outros, a fim de buscar resultados mais próximos aos frequentemente exercitados. Em contrapartida, quando as taxas geométricas das armaduras ativas se apresentam abaixo de  $\rho_p = 3,00\%$ , e conseqüentemente, ocasionando perdas inferiores a  $20\%$ , aconselha-se, durante o processo de dimensionamento, a revisão da perda previamente estabelecida para não se considerar de forma excessiva as quedas de protensão.

Durante o desenvolvimento do projeto estrutural de peças protendidas, diversas são as variáveis que o projetista pode adequar a fim de otimizar o elemento estrutural. Dentre os ajustes que influem diretamente no comportamento das perdas de protensão, sem que haja qualquer prejuízo arquitetônico, destaca-se o ajuste do concreto, pois impacta diretamente em seu módulo de elasticidade segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).

Em seguida, replicou-se o estudo anteriormente realizado para as demais classes de resistência do concreto. Desta maneira, a análise se fez para vigas que apresentam vãos livres que variam de  $5,0$  a  $12,0$  m, com incremento de  $1,0$  metro para cada caso analisado. Mantiveram-se todas as demais constantes inalteradas, a saber: nível 2 de protensão (protensão limitada), seção transversal retangular com largura igual a  $30$  cm e altura de  $40$  cm, características da armadura ativa (CP-190 RB e diâmetro nominal igual a  $12,7$  mm), coeficientes de fluência e retração do concreto, carregamentos adicionais permanentes, carregamentos acidentais, entre outros. O gráfico da Figura 2 representa a tendência do comportamento das perdas de protensão em relação às taxas geométricas das armaduras ativas ( $\rho_p$ ) obtidas pelo processo automático de dimensionamento para diferentes categorias de resistência do concreto, agora contabilizando resistências que variam entre  $25\text{ MPa}$  e  $90\text{ MPa}$ .





**FIGURA 2:** Estimativa para perdas de protensão e taxa geométrica em vigas protendidas.

Pode ser visto no gráfico apresentado na Figura 2, a tendência de comportamento das perdas de protensão (imediatas e progressivas) para diferentes classes de concreto frente as taxas geométricas de armaduras ativas. Vale lembrar que a variação da área de aço necessária corresponde ao incremento dado no vão para cada caso analisado. Desta forma, a partir da relação direta entre o acréscimo do vão livre e esforço interno solicitante, o dimensionamento de armadura ativa mais oneroso é necessário a fim de se buscar o equilíbrio desejado.

Conforme mencionado em um momento anterior, usualmente profissionais estipulam perdas de protensão que variam entre as grandezas de 20 e 30%. No entanto, estes valores não são precisos e nem facilmente calculados se efetuados à mão conforme visto anteriormente. Trata-se de um processo iterativo e repetitivo que demandaria expressivo tempo para se encontrar o valor exato deste parâmetro.

Fica nítido o impacto e a importância da escolha do concreto frente as perdas de protensão quando observado o gráfico da Figura 2. Por meio dela, de uma maneira geral, permite-se dizer que, quando analisadas vigas produzidas com concretos de maiores resistências para o mesmo consumo de aço ativo de uma determinada seção transversal ( $\rho_p$ ), menores quedas de protensão são encontradas. Em vista disto, percebe-se que o valor da perda comumente empregado na prática de projeto entre 20 e 30%, podem superestimar o efeito da queda de tensão a depender do concreto utilizado, ocasionando desnecessariamente em maior consumo de aço ativo no dimensionamento. Neste caso, recomenda-se que o profissional calcule as armaduras encontradas com uma nova estimativa de perdas de protensão, isto é, com valores inferiores ao mínimo frequentemente empregado de 20%.

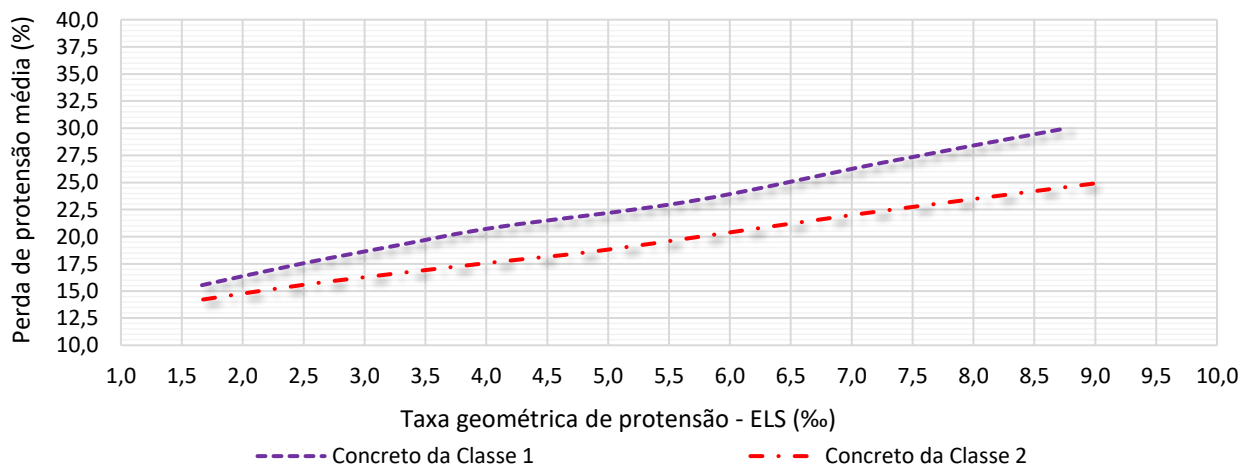
Uma outra abordagem para o problema anterior refere-se à readequação da seção transversal. Isso permite que os profissionais reduzam as dimensões da seção transversal de modo a elevar a sua respectiva taxa geométrica de armadura ( $\rho_p$ ). Assim, as perdas de protensão das armaduras passariam a ter valores próximos aos encontrados nas práticas de projetos mediante a uma redução no consumo de concreto.

Ainda com base na Figura 2, pode-se confirmar que, de acordo com a escolha do concreto utilizado, em especial, concretos com resistências superiores a 50 MPa, as perdas de protensão devam ser estimadas em um valor máximo de 25%. Quando utilizados concretos da classe 2, perdas de protensão estimadas acima deste valor, estarão considerando de forma excessiva os efeitos das quedas de tensão no aço, que

por sua vez, acarretarão um desperdício de armadura, mesmo sob elevadas taxas geométricas de aço protendido ( $\rho_p \leq 9,00\%$ ).

Assim como se empregam valores estimados para perdas de protensão a fim de viabilizar o dimensionamento através de cálculos manuais (visto que há um complexo processo iterativo e repetitivo para o cálculo exato), engenheiros estruturais costumam, geralmente, limitar as taxas geométricas de armaduras protendidas com valores que possam variar entre  $\rho_p = 3,00\%$  e  $\rho_p = 6,00\%$ . Em vista desses limites e a partir da taxa média de armadura comumente utilizadas nas práticas de projetos, verifica-se que 20% torna-se um valor razoável para a estimativa da perda de protensão para concretos de Classe 2, ou seja, limite inferior ao proposto por Pfeil (1984).

A partir das perdas de protensão obtidas para diferentes categorias de concreto frente ao aumento gradual das taxas geométricas de armaduras protendidas ( $\rho_p$ ), permite-se traçar tendência média dos comportamentos das quedas das forças para duas principais categorias do concreto, a saber: Classe 1 variando entre 25 MPa e 45 MPa e Classe 2 variando entre 50 MPa e 90 MPa. Os valores estão elucidados no gráfico da Figura 3.



**FIGURA 3:** Estimativa para perdas médias de protensão e taxa geométrica em vigas protendidas.

Com base no gráfico da Figura 3, observa-se que, de uma maneira geral, independentemente da escolha do concreto, vigas que manifestam taxas geométricas de protensão médias inferiores a  $\rho_p = 6,50\%$  estarão em conformidade com as perdas de 25% habitualmente empregadas nas práticas de projetos. Em compensação, quando as taxas se apresentarem acima deste valor, aconselha-se modificar a seção transversal para que não transcorra perda acima do frequentemente adotado.

Ainda com base no gráfico da Figura 3, permite-se dizer que peças produzidas com concretos de Classe 2 sempre estarão de acordo com os valores médios propostos por Pfeil (1984), desde que as taxas geométricas de protensão manifestarem-se abaixo de  $\rho_p = 9,00\%$ .

Por fim, cabe observar que os valores médios utilizados para perdas de protensão nas práticas de projetos estruturais e propostos por Pfeil (1984) com perdas que variam entre 20% a 30%, encontram-se em conformidades mesmo quando os elementos apresentam-se com elevadas áreas de aços ativos. No entanto, quando as taxas geométricas se apresentarem acima de  $\rho_p = 9,00\%$ , recomendam-se atenções especiais para concretos de Classe 1, uma vez que as perdas extrapolaram o valor máximo de 30% indicada pelo autor.

Sugere-se ainda que o valor estimado para perdas de protensão seja menos expressivo quando demandadas baixas áreas de armaduras ativas em relação à área da seção de concreto. Considerar perdas

no intervalo de 20% a 30% podem estimar de forma excessiva seus efeitos quando encontradas baixas taxas geométricas de protensão ( $\rho_p \leq 3,50\%$ ), demandando dimensionamentos menos eficientes.

Após constatado que a perda de protensão adotada comumente na prática de projetos estão em conformidade com os resultados obtidos de maneira precisa, buscou-se comparar entre si, resultados obtidos pelo processo automático de dimensionamento apontando particularidades que a escolha do concreto oferece durante a concepção estrutural.

Portanto, o estudo demonstrado adiante limita-se a orientar o engenheiro na escolha do concreto a ser empregado no dimensionamento do elemento estrutural, apontando para cada resistência característica, suas vantagens e desvantagens frente a perdas de protensão.

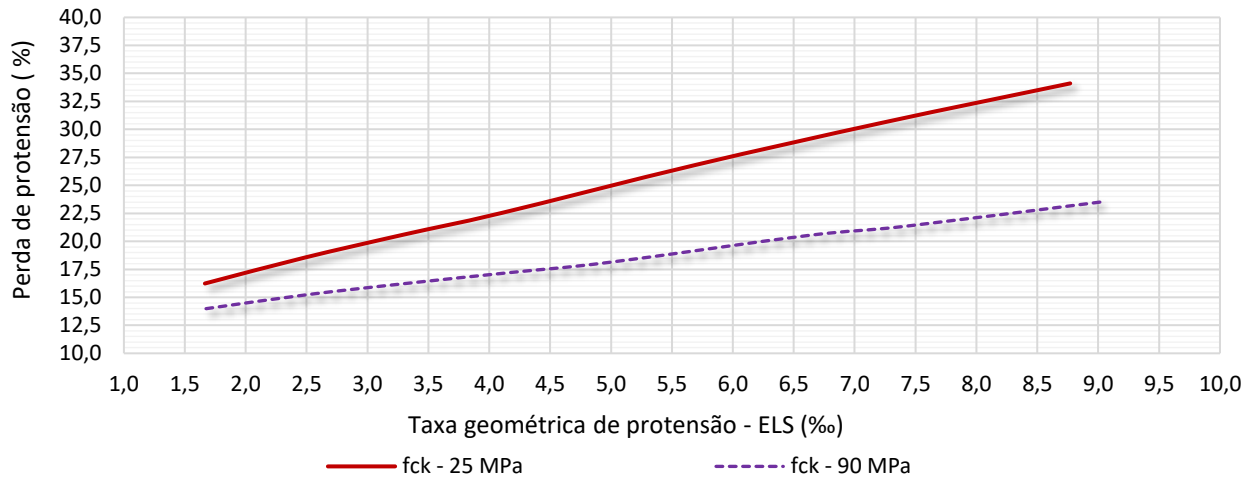
A presente análise se organizou da seguinte forma: V1 a V7 recorreram a concretos de resistência à compressão igual a 25 *MPa*. Para vigas entre V8 e V15, utilizou-se concreto de resistência igual a 35 *MPa*. Em seguida, utilizou-se concreto de resistência à compressão igual a 45 *MPa* (V16 a V23). Por fim, verificou-se vigas confeccionadas com concretos de resistência iguais a 55 *MPa* (V24 a V31), 60 *MPa* (V32 a V39), 70 *MPa* (V40 a V47), 80 *MPa* (V48 a V55) e 90 *MPa* (V56 a V63). A nomenclatura adotada refere-se às diferentes vigas analisadas.

Vale lembrar que, para cada categoria de concreto analisada, manteve-se dinâmico apenas o vão livre com incrementos de 1,0 metro. Mantiveram-se todas as demais constantes inalteradas, a saber: seção transversal retangular com largura igual a 30 cm e altura de 40 cm, características das armaduras ativas (CP-190 RB e diâmetro nominal igual a 12,7mm), coeficientes de fluência e retração do concreto, carregamentos adicionais permanentes, carregamentos acidentais, entre outros.

A partir da análise gráfica na Figura 4 a seguir fica claramente demonstrado que a perda de protensão ocorre de maneira mais acentuada em concreto com menores resistências à compressão. Uma vez mantidas inalteradas as demais variáveis do problema, a queda de protensão deve-se a dois principais motivos: por ser um grande influenciador do coeficiente de fluência e ao valor calculado para o módulo de elasticidade, que por sua vez, possui relação direta com a resistência característica à compressão do concreto analisado.

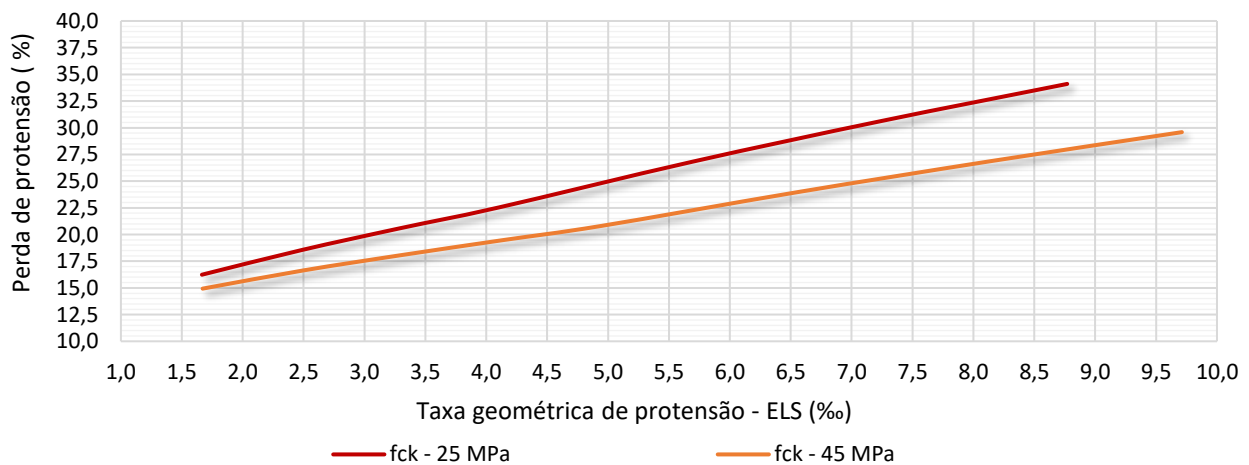
Invariavelmente da escolha do concreto utilizado, observa-se que as menores quedas de tensão se encontram em regiões onde as taxas geométricas de armaduras protendidas se apresentam próximas a 1,67%. Com quedas de tensão de 16,24%, verificou-se que todas as vigas estudadas e o concreto com resistência característica à compressão iguais a 25 *MPa* acarretaram piores comportamentos frente às perdas de protensão. Em compensação, o melhor resultado obtido para controle das perdas, situou-se para concreto de resistência igual a 90 *MPa*, apresentando quedas de 13,99%. Vale notar que mesmo diante da redução de 14% nas perdas de protensão, ambos os casos se apresentam abaixo do mínimo proposto por autores e profissionais comumente aplicados nas práticas de projetos.

Com o aumento gradual da taxa geométrica das armaduras, isto é, com valores próximos a  $\rho_p = 8,77\%$ , verificou-se nitidamente o distanciamento das tendências dos comportamentos das perdas de protensão quando analisados concretos das classes C25 e C90. Para o primeiro, a perda da ordem de 34,11% extrapolou o limite frequentemente utilizado, o que requer atenções especiais com seus efeitos se realizados dimensionamentos manuais para elementos com elevadas taxas geométricas. Queda de tensão muito elevada pode subestimar o efeito da perda de protensão, ocasionando em forças indesejadas não previstas no elemento estrutural. Com uma redução de 33,60% nas perdas finais de protensão, o segundo concreto mesmo sob elevada área de aço apresentou valor próximo a 22,65%, portanto, dentro dos limites usuais. Essa diferença fica evidenciada pelo gráfico demonstrado na Figura 4.



**FIGURA 4:** Estimativa para perdas de protensão e taxa geométrica para concretos C25 e C90.

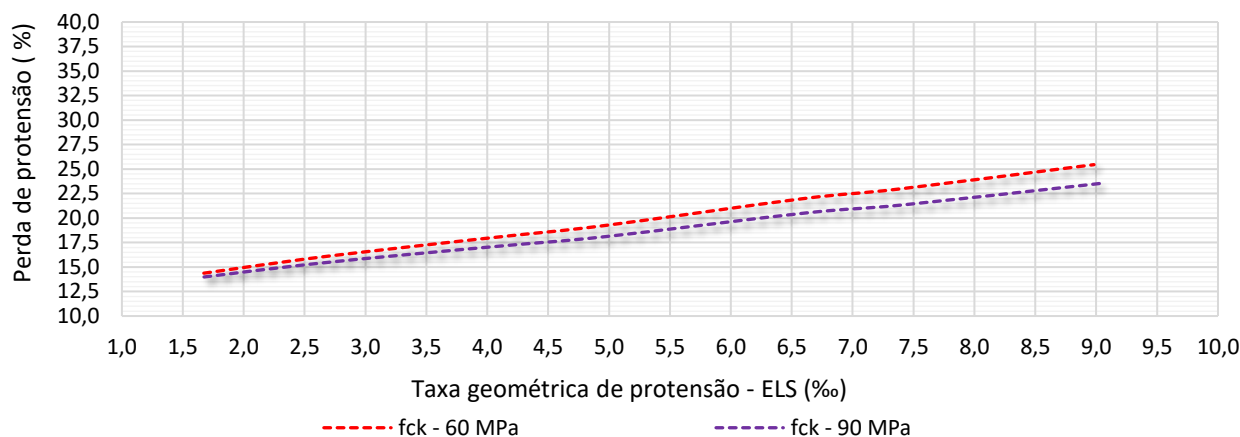
Em sequência, evidenciam-se que as tendências das perdas de protensão se aproximam quando são analisados concretos pertencentes a uma mesma Classe como, por exemplo, C25 e C45. De maneira semelhante ao comportamento do concreto da Classe C90, o concreto C45 apresentou redução em torno de 8% em relação ao concreto C25 quando analisada pequena área de aço, isto é, a perda de protensão se apresentou com valor da ordem de 14,93%. No entanto, quando o elemento está em situações extremas das taxas geométricas, as perdas alcançaram valores da ordem de 29,59%, próximo ao limite proposto por Pfeil (1984). O gráfico da Figura 5 destaca o comportamento da variação das perdas de protensão, quando utilizados concretos das Classes C25 e C45.



**FIGURA 5:** Estimativa para perdas de protensão e taxa geométrica para concretos C25 e C45

Na sequência, busca-se confrontar valores obtidos para perdas de protensão em vigas produzidas com concretos do Grupo 2, em especial C60 e C90. Fica claro através da Figura 6, que as diferenças das perdas de protensão se mostraram mais discretas com relação àquelas obtidas nos concretos do Grupo 1. Sob situações de baixas taxas geométricas ( $\rho_p \leq 1,67$ ), as variações das perdas praticamente mantiveram-se inalteradas entre os dois tipos de concreto. Em contrapartida, quando ocorre o aumento gradual das taxas de aço ( $\rho_p \geq 8,98\%$ ), obtiveram-se variações mais significativas na ordem de 7,52%.

Nota-se que, independentemente da escolha do concreto assim como da taxa geométrica de protensão, ambas as análises se apresentaram dentro dos limites frequentemente utilizados nas práticas de projetos, ou seja, abaixo do valor máximo proposto de 30%. Destaca-se, no entanto, a importância de uma verificação mais conservadora para estimativas das perdas de protensão quando houver baixas demandas de aço ( $\rho_p \leq 5,50\%$ ), uma vez que os reais valores se apresentam abaixo do limite usual, o que poderá acarretar maiores e desnecessários consumos de aços protendido. A seguir, evidencia-se através do gráfico da Figura 6, o comportamento dos concretos de resistências 60 MPa e 90 MPa frente às perdas de protensão.



**FIGURA 6:** Estimativa para perdas de protensão e taxa geométrica para concretos C60 e C90

Vale lembrar que, além da resistência característica à compressão do concreto, outros fatores influenciam diretamente na perda de protensão para elementos pré-tensionados, tais como tensão inicial no concreto decorrentes da protensão e das cargas permanentes aplicadas na data  $t_0$ , características geométricas da seção transversal (área bruta de concreto, inércia, módulos de resistências e posição das armaduras), módulos de elasticidade dos materiais nas datas consideradas, coeficientes de retração e fluência, tipo de relaxação do aço, entre outros.

## 6. CONCLUSÕES

A partir do contexto e da motivação apresentada na introdução deste trabalho, evidenciou-se a importância dos programas computacionais no âmbito da engenharia estrutural que, em sua grande maioria, propõe maneiras de automatizar e viabilizar dimensionamentos em modelos de alto nível. No entanto, programas computacionais comerciais nacionais voltados à prática do concreto protendido são atualmente ainda pouco explorados. Deste modo, estipular tendências no comportamento das perdas de protensão torna-se indispensável para que um dimensionamento manual seja realizado de forma segura, precisa e confiável.

Conforme exposto anteriormente, a análise paramétrica das perdas de protensão mostrou que valores comumente utilizados na prática de projetos e proposto por Pfeil (1984) estão de acordo com os resultados encontrados de maneira precisa obtida através do programa. No entanto, quando inicialmente se demandam elevadas taxas geométricas de protensão ( $\rho_p$ ), cuidados especiais deverão ser tomados, uma vez que, de acordo com a resistência à compressão do concreto utilizado, estas perdas poderão ser

subestimadas frente ao chute inicial frequentemente utilizado. Em contrapartida, quando dispor de baixas taxas geométricas para a seção transversal, a revisão da estimativa inicial das perdas de protensão deverão ser reavaliadas para não se estimar de forma excessiva o efeito decorrente das perdas de protensão.

Com base no gráfico da Figura 3 e nas taxas geométricas de protensão usualmente utilizadas na prática de projetos ( $3,00‰ \leq \rho_p \leq 6,00‰$ ), permite-se dizer que valores médios das perdas de protensão calculados de maneira exata apresentam-se em torno de 25% para concretos com até 50 MPa de resistência característica à compressão, e 20% para concretos com resistências superiores a 50 MPa. Deste modo, adotar um valor de 30% para perdas de protensão corresponderia a casos extremos invariavelmente do concreto sendo utilizado.

As diferenças encontradas nas vigas analisadas evidenciam, portanto, a importância na escolha do concreto quando se buscam melhores condições para controles das perdas de protensão do elemento estrutural.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014**. Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, ABNT, 2014, 238p.

BUCHAIM, R. **Concreto Protendido – Tração axial, flexão simples e Força cortante**, Editora EDUEL, 2007, 221p.

COLLINS, M.P.; MITCHELL, D. **Prestressed Concrete Structures**, Response Publications, Canada, 1997, 393p.

DORTA FILHO, J. O. **Pré-Calc: Dimensionamento Automático de Vigas Pré-Fabricadas com Protensão Aderente** - Programa Pré-Calc, 2020.

GUO, T.; CHEN, Z. **Monitoring and analysis of long-term prestress losses in post-tensioned concrete beam**. Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structure, School of Civil Engineering, Southeast University, China, 2017, 10p.

PFEIL, W. **Concreto Protendido**. Vol. 2. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984.

PROCEEDINGS OF THE INSTITUTION OF CIVIL ENGINEERS. **The importance of understanding computer analyses in civil engineering**, Institution of Civil Engineers Publishing, 2013, pages 137-143.