

SIMULAÇÃO NUMÉRICA NÃO LINEAR DE PILARES DE CONCRETO ARMADO ATRAVÉS DO SOFTWARE ANSYS

Non-linear numerical simulation of reinforced concrete columns through ANSYS

Paulo Renato de Oliveira Barbosa ¹, Américo Campos Filho ², Mauro de Vasconcellos Real ³



PALAVRAS-CHAVE:

Elementos finitos;
 Concreto armado;
 Simulação numérica;
 ANSYS;
 Modelagem numérica.

KEYWORDS:

Finite elements;
 Reinforced concrete;
 Numerical simulation;
 ANSYS;
 Numerical modeling.

RESUMO: O presente artigo apresenta o desenvolvimento de um modelo de elementos finitos para representar o comportamento de pilares de concreto armado através do *software* ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*). Neste modelo, considera-se a não-linearidade física dos materiais, sendo utilizado um modelo incorporado para representar as barras de armadura nas estruturas de concreto armado. Para a implementação das equações constitutivas do concreto, foi adicionado um novo modelo de material ao sistema a partir das ferramentas de customização do ANSYS - *User Programmable Features*, incorporando-se novas rotinas de cálculo programadas em linguagem FORTRAN ao sistema principal. A validade do modelo implementado foi comprovada através da comparação dos resultados numéricos com dados experimentais apresentados na literatura técnica, qualificando-o, assim, como um modelo adequado para analisar as condições de segurança e confiabilidade resultantes dos procedimentos de dimensionamento indicados nas normas que regulamentam o projeto de estruturas de concreto armado.

ABSTRACT: *The present article presents the development of a finite element model to represent the behavior of reinforced concrete columns using ANSYS (Analysis Systems Incorporated). In this model, the physical non-linearity of the materials is considered, and a built-in model is used to represent the reinforcing bars in the reinforced concrete structures. For the implementation of the constitutive equations of concrete, a new material model was introduced to the system using ANSYS' User Programmable Features, incorporating new calculation routines programmed in FORTRAN language to the main system. The validity of the implemented model was proven by comparing the numerical results with experimental data presented in the technical literature, thus qualifying this as an appropriate model to analyze the safety and reliability conditions resulting from the design procedures indicated in the norms that regulate the design of reinforced concrete structures.*

* Contato dos autores:

Publicado em 16 de setembro de 2024

¹ paulorbarbosa@gmail.com (BARBOSA, P. R. de O.)

Engenheiro Civil, Msc. em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

² americo@ufrgs.br (CAMPOS FILHO, A.)

Engenheiro Civil, Dr. Professor Associado do Dep. de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

³ mauroreal@furg.br (REAL, M. V.)

Engenheiro Civil, Dr. Professor Titular – Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

1. INTRODUÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO

Os elementos estruturais de concreto armado apresentam grande importância dentro da construção civil e da engenharia de estruturas. Diversos fatores contribuem para a larga utilização do concreto como material estrutural, por exemplo: sua durabilidade, facilidade de moldagem, impermeabilidade, resistência ao fogo, dentre outros. Desta forma, é fundamental que o comportamento deste material seja amplamente estudado, para que seja possível o desenvolvimento de metodologias precisas de projeto e dimensionamento de elementos estruturais que cumpram determinados requisitos de confiabilidade e segurança.

Por ser um material heterogêneo, composto por vários outros, o concreto estrutural apresenta um comportamento bastante complexo. Além da grande diferença entre as resistências à tração e à compressão e da manifestação de fenômenos relacionados ao tempo, como fluência e retração, o concreto ainda apresenta uma relação entre tensão e deformação extremamente não-linear quando submetido a solicitações externas. Assim sendo, é fundamental o desenvolvimento de ferramentas que possibilitem a compreensão de tal comportamento e conduzam a processos de dimensionamento seguros e confiáveis. Para tanto, o método dos elementos finitos tem sido largamente utilizado para analisar estruturas de maneira bastante precisa. Este método consiste na discretização de uma estrutura em um número finito de elementos com comportamento conhecido, sendo possível, através de processos matemáticos realizados computacionalmente, analisar o comportamento da estrutura como um todo.

Além dos estudos acerca do comportamento mecânico do concreto armado como material estrutural, é necessário avaliar os avanços tecnológicos relativos aos materiais que o compõem. Conforme Torrico (2010, p. 2), nas últimas duas décadas diversas pesquisas relativas à composição do cimento e dos aditivos para o concreto vem permitindo a confecção de concretos com resistências cada vez maiores. Segundo Mendes (2002, p. 8), na década de 50, concretos com resistência superior a 35 MPa eram considerados de alta resistência, ao passo que na década de 60, já se produziam concretos com resistências entre 40 e 50 MPa. Nos anos 70 foram alcançadas resistências da ordem de 60 MPa e, a partir dos anos 80 e 90, com o desenvolvimento de aditivos superplastificantes e com a utilização regular da sílica, os concretos passaram a atingir resistências em torno de 100 MPa (Torrico, 2010, p. 15). O autor afirma ainda que atualmente os concretos podem ser empregados com resistências de até 150 MPa.

Em 2014, a norma brasileira que regulamenta o dimensionamento de estruturas de concreto armado, a NBR 6118 (ABNT, 2014), sofreu diversas alterações, dentre as quais a abrangência de concretos de alta resistência. Até então, a aplicabilidade da norma era restrita a concretos com resistência característica à compressão simples f_{ck} igual ou inferior a 50 MPa e, com a alteração, passa a englobar também os concretos com resistência até 90 MPa. Dentre os elementos estruturais mais usuais, destaca-se que tal alteração impacta os pilares de maneira bastante significativa. Isto porque, de maneira geral, quanto menos resistente o concreto, a uma seção transversal mais robusta o dimensionamento conduzirá. Já a utilização de concretos de resistências elevadas possibilita a execução de pilares mais esbeltos com seções menores, o que pode acarretar situações até então pouco frequentes, tais como problemas de instabilidade lateral e flambagem. Assim sendo, torna-se necessário o desenvolvimento de modelos computacionais que representem fielmente o comportamento desses elementos para que seja possível verificar se as diretrizes apontadas nas normas que regulamentam os processos de dimensionamento conduzem a resultados satisfatórios.

2. OBJETIVO

Diante do exposto, o presente artigo objetiva propor um modelo numérico para análise de pilares de concreto armado baseado no método dos elementos finitos através da plataforma ANSYS, versão 15.0. Para tal, o comportamento não-linear do concreto foi representado a partir da ferramenta de customização do *software* - UPF (*User Programmable Features*), que permite a introdução de um novo modelo de material ao sistema programado pelo usuário. Desse modo, foi adicionada uma rotina de cálculo programada em linguagem FORTRAN ao ANSYS, contendo as equações constitutivas do concreto apresentadas no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012). Já para a armadura foi utilizado um modelo constitutivo elastoplástico com diagrama tensão-deformação bilinear através de um modelo incorporado.

A verificação da validade deste modelo numérico será estabelecida através da apresentação de resultados obtidos a partir da modelagem de 88 pilares de concreto armado submetidos a flexo-compressão simples e oblíqua, referentes a programas experimentais executados por seis autores diferentes na literatura técnica acerca do tema. Desta forma, pretende-se observar a convergência entre os resultados teóricos e experimentais, para que seja possível caracterizar este modelo numérico como uma ferramenta precisa para a verificação das condições de segurança e confiabilidade apresentadas pelos procedimentos de cálculo indicados nas normas técnicas existentes.

3. METODOLOGIA

Diversos métodos vêm sendo desenvolvidos ao longo dos últimos anos objetivando a criação de modelos numéricos que representem adequadamente o comportamento de um determinado elemento ou sistema estrutural. Dentro desse contexto, o método dos elementos finitos apresenta-se como uma das ferramentas mais utilizadas para resolver problemas físicos em análises de engenharia. Tais problemas, em geral, envolvem uma estrutura real ou componentes estruturais submetidos a um carregamento, e sua solução requer que sejam admitidas algumas premissas a fim de possibilitar a tradução do problema em equações que governem o modelo matemático (Bathe, 1996).

Tal método tem por princípio básico a discretização de um meio contínuo em um número finito de elementos interligados entre si por nós em suas extremidades, de maneira a formar uma malha de elementos que se comporte de forma semelhante ao meio contínuo original. Tal tipo de análise permite a consideração do comportamento não-linear dos materiais, como é o caso do concreto que, por sua natureza heterogênea, apresenta uma resposta altamente não-linear em termos de relação tensão-deformação quando submetido a um carregamento externo.

Para o desenvolvimento de um modelo através do método dos elementos finitos, é fundamental a determinação adequada das equações constitutivas dos materiais envolvidos na análise. É através dessas equações que são definidas as relações entre tensão e deformação, o que possibilita observar as respostas apresentadas pelas estruturas quando submetidas a uma determinada condição de carregamento. Além disso, a escolha dos elementos finitos empregados no modelo, de forma a representar precisamente o comportamento das estruturas em estudo, também é crucial para a obtenção de resultados de acordo com o objetivo da análise.

3.1 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

Para a modelagem do concreto, foi utilizado um modelo constitutivo baseado nas equações apresentadas no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), cujas diretrizes abrangem concretos de resistência

característica à compressão simples f_{ck} de até 120 MPa. Esse modelo trabalha com incrementos de carregamento e corresponde ao comportamento da estrutura para aplicação de cargas de curta duração. O incremento de carga é aplicado até o ponto em que as tensões externas aplicadas não são mais equilibradas pelas tensões internas no material, o que caracteriza ruptura por esmagamento do concreto ou abertura excessiva de fissuras.

O aço, por sua vez, foi modelado de acordo com dois modelos constitutivos elastoplásticos: perfeito e com endurecimento. Cabe ressaltar que, tendo em vista que as análises propostas neste artigo foram realizadas utilizando um elemento finito de barra (cujas particularidades serão apresentadas ao longo deste trabalho), todos os modelos constitutivos empregados nas análises são uniaxiais, conforme descrito a seguir.

3.1.1 Modelo constitutivo para o concreto comprimido

Conforme apresentado no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), a relação entre tensão e deformação para cargas de compressão uniaxial de curta duração é descrita pela Equação 1, sendo os valores de η e k determinados pelas Equações 2 e 3, respectivamente. A Figura 1 indica o diagrama.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}|, \quad \text{Eq. [1]}$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}, \quad \text{Eq. [2]}$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}}, \quad \text{Eq. [3]}$$

em que:

$\sigma_c < 0$ = tensão de compressão;

f_{cm} = resistência média à compressão do concreto;

k = número plástico;

ε_c = deformação de compressão;

$\varepsilon_{c,lim}$ = deformação de compressão máxima para a qual a equação é válida;

ε_{c1} = deformação na máxima tensão de compressão;

η = relação entre a deformação de compressão atual e a deformação correspondente à máxima tensão de compressão;

E_{ci} = módulo de elasticidade do concreto;

E_{c1} = módulo secante da origem até o pico da tensão de compressão.

Os valores de $\varepsilon_{c,lim}$, ε_{c1} e E_{c1} dependem da resistência característica à compressão do concreto e são indicados no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012). Em relação ao diagrama (Figura 1), o ramo descendente representa a perda de resistência devido à microfissuração no concreto.

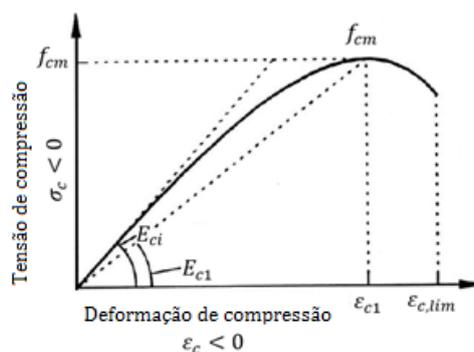


FIGURA 1: Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido

FONTE: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012)

3.1.2 Modelo constitutivo para o concreto tracionado

A fim de descrever o comportamento do concreto sob tração, é necessário definir um diagrama tensão-deformação para o concreto não fissurado e outro para as seções onde já há fissuração, que represente a relação entre a tensão aplicada e a abertura das fissuras. Para o concreto não fissurado, utiliza-se uma relação constitutiva bilinear descrita pelas Equações 4 e 5

$$\sigma_{ct} = E_{ci} \cdot \varepsilon_{ct} \quad \text{para } \sigma_{ct} \leq 0,9 \cdot f_{ctm}, \quad \text{Eq. [4]}$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{0,00015 - \varepsilon_{ct}}{0,00015 - 0,9 \cdot \frac{f_{ctm}}{E_{ci}}} \right) \quad \text{para } 0,9 \cdot f_{ctm} < \sigma_{ct} \leq f_{ctm}, \quad \text{Eq. [5]}$$

em que:

σ_{ct} = tensão de tração;

ε_{ct} = deformação de tração;

E_{ci} = módulo de elasticidade do concreto;

f_{ctm} = resistência média à tração do concreto.

A um nível de tensão de aproximadamente 90% da resistência à tração média do concreto, a microfissuração começa a reduzir a rigidez em pequenas zonas de falha. As microfissuras tendem a crescer e formar uma abertura discreta em níveis de tensões próximos ao valor da resistência à tração média. Dessa forma, um valor máximo para a deformação de tração igual a 0,15‰ pode ser admitido para uma análise dentro destas condições. A partir daí, torna-se necessária a definição de uma outra relação que considere o concreto fissurado para deformações acima deste valor.

Assim sendo, após a fissuração, o concreto entre as fissuras continua resistindo a um certo nível de esforços de tração, fenômeno esse conhecido como *tension stiffening*, ou enrijecimento à tração. Alguns modelos constitutivos desconsideram essa resistência, zerando as tensões de tração após a fissuração do concreto, o que conduz a resultados equivocados devido à subestimação da capacidade resistente da estrutura para níveis de serviço de carregamento. Neste artigo, a contribuição do concreto entre fissuras é modelada introduzindo-se um ramo linear descendente no diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado em níveis de deformação acima de 0,15‰. Desta forma, considera-se que a perda de resistência ocorre de maneira gradual após a fissuração. A equação apresentada pelo Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012) para esta situação determina que as tensões e deformações sejam calculadas a partir de relações com um valor fictício para a abertura de fissuras: w . Entretanto, nesta pesquisa, optou-se por utilizar uma expressão empírica apresentada na literatura técnica devido ao fato de este valor fictício para a abertura não ser possível de obter a partir da análise realizada no ANSYS. Dessa forma, a Equação 6 indica a relação utilizada no presente estudo para representar este fenômeno, conforme proposto por Hinton (1988) e ajustado por Martinelli (2003, p. 55).

$$\sigma_{ct} = \alpha \cdot f_{ctm} \cdot \left(1,0 - \frac{\varepsilon_{ct}}{\beta} \right) \quad \text{para } \sigma_{ct} > f_{ctm}, \quad \text{Eq. [6]}$$

em que:

σ_{ct} = tensão de tração;

α = parâmetro que define a inclinação do ramo descendente no diagrama;

f_{ctm} = resistência à tração média do concreto;

ε_{ct} = deformação de tração;

β = deformação limite para consideração da contribuição do concreto entre fissuras.

A exemplo do utilizado pela autora supracitada, os valores aqui adotados para α e β foram 0,6 e 1%, respectivamente. Este comportamento é ilustrado na Figura 2.

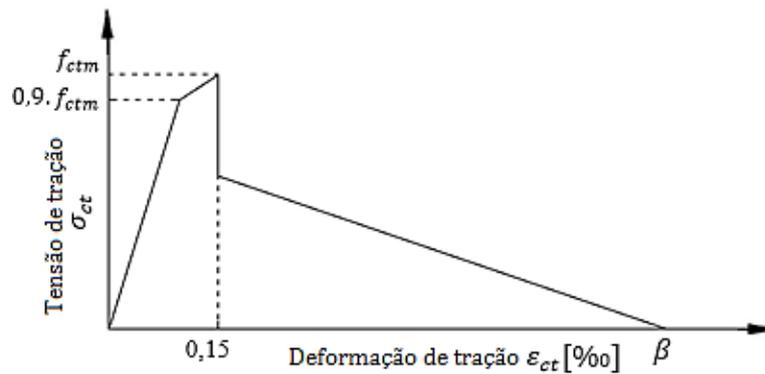


FIGURA 2: Tensão-deformação para o concreto em tração uniaxial
FONTE: Adaptado do Código Modelo fib 2010 (FIB, 2012) com base em Hinton (1988)

3.1.3 Modelo constitutivo para o aço

No presente trabalho foi utilizado um modelo elastoplástico com diagrama tensão-deformação bilinear para representar o comportamento do aço. No modelo de elementos finitos para armadura incorporada, considera-se que as barras de armadura resistem apenas a esforços normais na direção tangente de seu eixo e, portanto, deve ser utilizado um modelo constitutivo uniaxial para este material. Para os aços do tipo A, com patamar de escoamento bem definido, adota-se um modelo elastoplástico perfeito, de forma que o primeiro trecho do diagrama tem inclinação igual ao módulo de elasticidade do aço, E_s , até atingir a tensão de escoamento f_y , tendo o segundo trecho inclinação nula. Já para os aços do tipo B, o modelo é elastoplástico com endurecimento linear, e o segundo trecho apresenta inclinação de acordo com o módulo tangente E_{ts} , cujo valor é igual a 5% do módulo E_s , conforme indicado por Real (2000, p. 82). Este comportamento é definido pelas Equações 7 e 8, e está representado na Figura 3

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \text{ para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y, \tag{Eq. [7]}$$

$$\sigma_s = E_{ts} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_y) \text{ para } \varepsilon_s > \varepsilon_y, \tag{Eq. [8]}$$

em que:

σ_s = tensão no aço;

ε_s = deformação no aço;

ε_y = deformação correspondente à tensão de escoamento;

E_s = módulo de elasticidade do aço;

E_{ts} = módulo de elasticidade tangente do aço.

Nestas equações para aços do tipo A, adota-se $E_{ts} = 0$, enquanto para o tipo B, $E_{ts} = 0,05 \cdot E_s$.

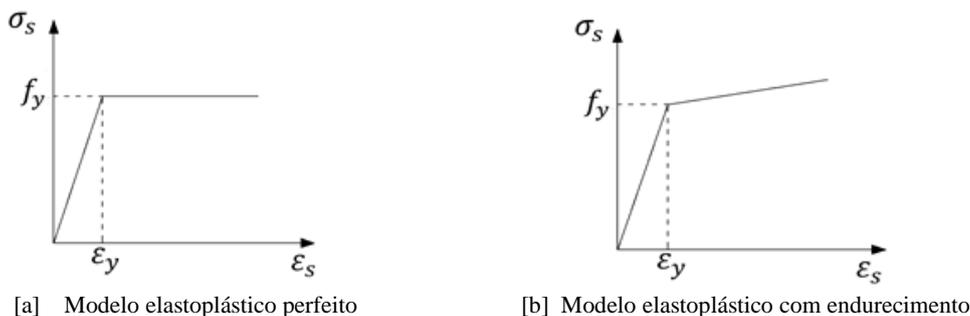


FIGURA 3: Tensão-deformação para o aço

3.2 MODELAGEM COMPUTACIONAL

No presente artigo, o método dos elementos finitos foi aplicado através do *software* ANSYS v. 15.0, por ser um sistema largamente aceito no meio acadêmico. De maneira simplificada, uma análise de elementos finitos realizada através deste sistema é dividida em três etapas: *preprocessor*, *solution* e *postprocessor*, que correspondem ao pré-processamento, solução e pós-processamento, respectivamente. Na primeira etapa, a estrutura é modelada e discretizada, sendo definida sua geometria, os elementos finitos a serem utilizados, as constantes envolvidas no problema e os materiais associados à estrutura. Já na solução, são definidas as cargas atuantes na estrutura, suas condições de contorno e o tipo de análise a ser realizada. Por fim, o pós-processamento tem por finalidade apresentar os resultados obtidos a partir da análise. Ademais, o sistema ANSYS apresenta uma ferramenta de customização, denominada UPF, que permite a introdução de um novo modelo de material ou elemento finito ao sistema, programado pelo usuário em linguagem FORTRAN. Essa rotina deve ser compilada e adicionada ao sistema principal do programa para que seja possível realizar análises através do ANSYS utilizando os modelos programados e foi utilizada neste estudo para a modelagem do concreto.

3.2.1 Modelagem do concreto

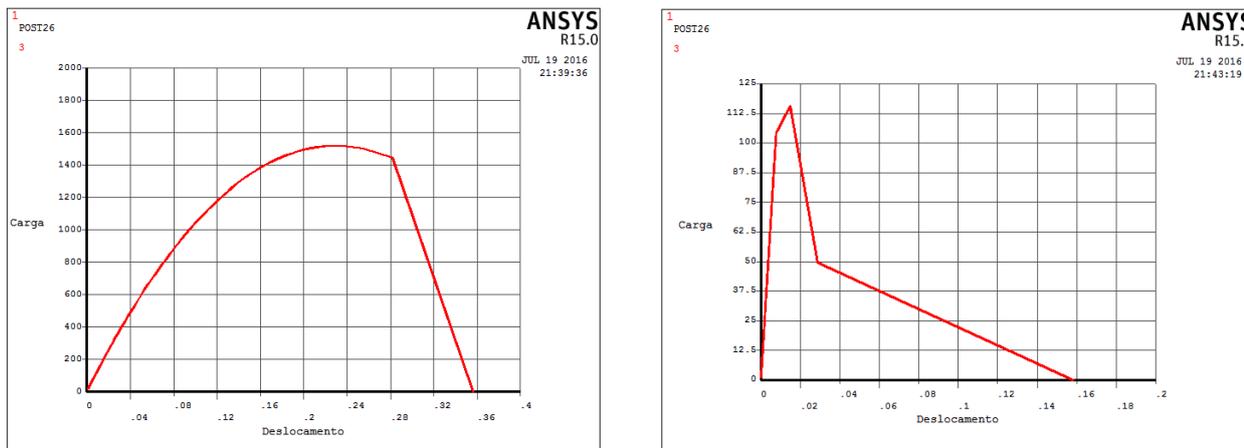
Dentro da biblioteca interna do ANSYS, além de elementos finitos, existem também alguns modelos constitutivos de materiais já programados que o usuário pode utilizar na sua análise. Dentre eles, o ANSYS disponibiliza um modelo para o concreto, baseado no critério de ruptura de Willam-Warnke. Entretanto, este material só é compatível com elementos sólidos do tipo SOLID65. Este elemento, por sua vez, não permite a utilização de armadura incorporada, sendo necessária a utilização de um modelo discreto para representar as barras de aço, implicando em modelagem mais complexa, malhas mais refinadas e, conseqüentemente, maior custo computacional.

Como será descrito nos itens a seguir, no presente estudo optou-se por trabalhar com elementos disponíveis na biblioteca do ANSYS do tipo BEAM. Estes elementos são adequados para estruturas de barras finas e moderadamente grossas, e permitem a associação de elementos REINF para representar a armadura incorporada. Estes elementos finitos não são compatíveis com o modelo constitutivo do concreto presente no sistema ANSYS e, portanto, para possibilitar esta análise, é necessário introduzir um novo modelo de material ao sistema. Assim, através do recurso UPF, foi possível desenvolver uma rotina de cálculo baseada no modelo constitutivo elastoplástico apresentado no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012) para o concreto. Esta implementação é feita através da rotina USERMAT (User Material Routine), que integra o sistema de customização do ANSYS e utiliza a linguagem de programação FORTRAN.

A rotina de cálculo USERMAT é dividida em quatro sub-rotinas: USERMAT1D para elementos de barra de treliça do tipo LINK; USERMAT3D para elementos tridimensionais (SOLID); USERMATBM para elementos de viga (BEAM); e USERMATPS para elementos sob estado plano de tensão do tipo PLANE. A rotina principal é chamada pelo ANSYS para cada ponto de integração do elemento, em cada processo de iteração de Newton-Raphson, e apenas identifica o caso em que o modelo analisado se enquadra, chamando sua sub-rotina correspondente. No presente artigo, a programação foi realizada dentro da USERMATBM por estar associada ao elemento adotado para representar o concreto (BEAM 189).

Tendo sido feita a programação, conforme o modelo constitutivo elastoplástico apresentado, e realizados os procedimentos de configuração entre a rotina externa e o programa principal, a rotina foi testada, para verificação do comportamento uniaxial do concreto através da criação de modelos simplificados no ANSYS, submetidos à compressão centrada e à tração simples. Após, foi traçado um gráfico

cujo eixo vertical corresponde ao carregamento aplicado, e o eixo horizontal, ao deslocamento na extremidade livre para as duas situações, como é possível observar na Figura 4.



[A] Barra submetida a compressão

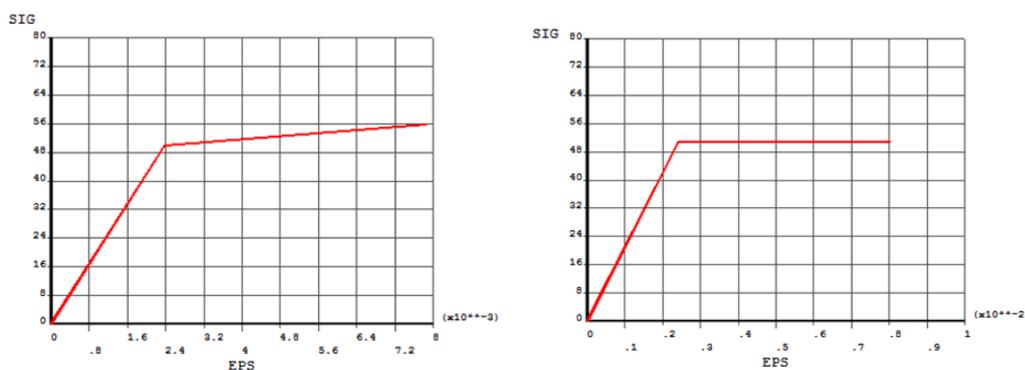
[B] Barra submetida a tração

FIGURA 4: Gráfico carga-deslocamento obtido através da rotina implementada

No gráfico correspondente à barra comprimida, o ramo linear descendente final representa o trecho a partir do qual a deformação no concreto superou o valor máximo para a deformação de compressão, $\epsilon_{c,lim}$. Nesse momento, as tensões são zeradas e a solução passa a não convergir mais, pois não há como as tensões externas serem equilibradas. Já no gráfico que indica a situação de tração, o ramo linear descendente final representa o fenômeno de enrijecimento à tração (*tension stiffening*). Neste diagrama, a tensão vai sendo reduzida gradualmente até atingir zero, correspondendo ao valor máximo de deformação para o qual ainda é considerada a contribuição do concreto entre as fissuras para a resistência à tração. Além disso, embora as Figuras 4 (A e B) representem gráficos carga-deslocamento e não tensão-deformação, é possível compará-los com os diagramas constitutivos para o comportamento do uniaxial do concreto (Figuras 1 e 2). Por tratar-se de gráficos de natureza distinta, os valores apresentados não possuem correspondência, mas observa-se que o formato dos gráficos coincide de forma satisfatória, indicando uma programação adequada.

3.2.2 Modelagem do aço

Para representar o comportamento do aço, foi empregado o modelo elastoplástico bilinear (BISO) já disponível na biblioteca interna do ANSYS. Esse modelo corresponde de maneira satisfatória ao modelo constitutivo apresentado para o aço, tendo sido utilizado tanto para aços cujo patamar de escoamento é bem definido (elastoplástico perfeito), quanto para aços com tensão de escoamento convencional (modelo elastoplástico com endurecimento). A Figura 5 apresenta os diagramas referentes a estas duas situações.



[A] Modelo elastoplástico perfeito

[B] Modelo elastoplástico com endurecimento

FIGURA 5: Diagrama constitutivo para o aço

3.2.3 Elemento finito para o concreto

A modelagem do concreto foi introduzida através do elemento BEAM 189, presente na biblioteca interna do ANSYS. Este é um elemento de viga quadrático com três nós em 3D e seis graus de liberdade por nó (translações em x , y e z e rotações em torno destes eixos). Também existe a possibilidade de ativação de um sétimo grau de liberdade, que representa o empenamento da seção transversal, porém esta opção não foi utilizada neste trabalho. Este elemento é baseado na teoria da viga de Timoshenko, que considera os efeitos de deformação por cisalhamento, e é adequado para estruturas de barras finas e moderadamente grossas, podendo ser utilizado tanto para análises lineares quanto para análises não-lineares que envolvam grandes deslocamentos e rotações. A Figura 6 indica a geometria, o sistema de coordenadas e as posições dos nós para este elemento.

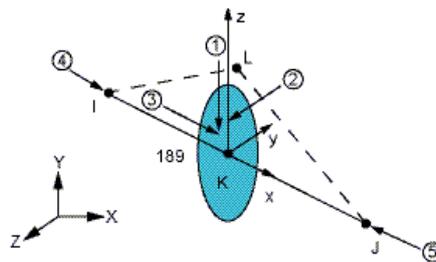


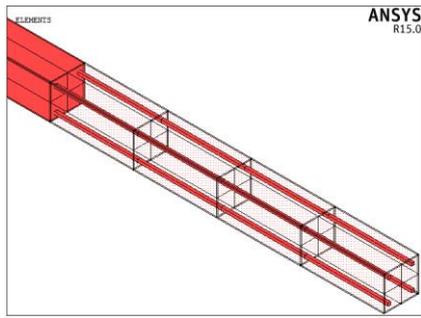
FIGURA 6: Geometria, sistema de coordenadas e posições dos nós para o elemento BEAM 189

FONTE: ANSYS (2016)

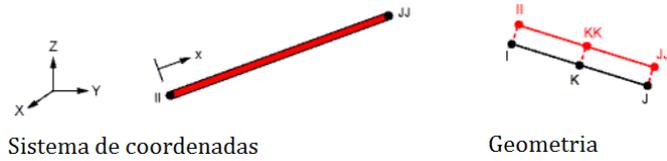
3.2.4 Elemento finito para o aço

Em uma análise por elementos finitos de estruturas de concreto armado, a armadura pode ser introduzida através de três modelos distintos: distribuído, discreto ou incorporado. No modelo incorporado, a possibilidade de as barras de aço assumirem posições arbitrárias dentro do elemento de concreto representa um grande atrativo à sua utilização, pois desta forma não há a necessidade de maior refinamento da malha para introdução da armadura. Por isso, optamos por utilizar o modelo incorporado para a inserção da armadura. No ANSYS, o elemento finito compatível com o elemento BEAM189, que representa armadura incorporada é o REINF 264, funcionando como uma linha de material mais rígido no interior do elemento de concreto. Este elemento pode ser utilizado como reforço para elementos de viga (BEAM), sólidos (SOLID) e de casca (SHELL), e considera aderência perfeita entre o aço e o concreto, não havendo deslocamentos relativo entre os elementos.

O elemento REINF264 deve ser inserido em todos os elementos de concreto que possuam barras de armadura, e apresenta apenas rigidez uniaxial, resistindo a esforços de tração ou compressão. Além disso, admite a utilização de modelos de plasticidade para grandes deformações e deflexões. A Figura 7 apresenta o sistema de coordenadas para o REINF 264 e sua geometria quando o elemento base é do tipo BEAM de três nós, e a representação gráfica no *software* ANSYS de um elemento BEAM189 com a utilização do REINF264 como reforço, simulando barras de armadura em um elemento de concreto.



[A] Representação gráfica



Sistema de coordenadas

Geometria

[B] Sistema de coordenadas e geometria

FIGURA 7: Propriedades do elemento REINF 264.

FONTE: Adaptado de ANSYS (2016).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para validar este modelo como uma ferramenta adequada para a análise não-linear de pilares de concreto armado, foram reproduzidas as condições de ensaios experimentais apresentados na literatura técnica, a fim de comparar os resultados obtidos. Ao todo, foram modelados 88 pilares apresentados por seis autores diferentes, conforme exibido a seguir.

4.1 PILARES DE GOYAL E JACKSON

Goyal e Jackson (1971) realizaram 26 ensaios de pilares de concreto armado, birrotulados e de seção transversal quadrada com 7,62 cm de lado. Os pilares foram divididos em quatro grupos, variando o índice de esbeltez, a área de armadura e a tensão de escoamento do aço. Dentro desses grupos, foram ensaiados pilares com diferentes valores de excentricidade de aplicação da carga, área de aço e resistência à compressão do concreto e, visando melhor controle dos resultados, cada pilar foi ensaiado duas vezes com as mesmas propriedades.

A Figura 8 exibe como exemplo os diagramas carga-deslocamento para dois pilares ensaiados pelos autores. No primeiro, as cargas de ruptura experimentais foram de 51,38 kN e 48,93 kN, enquanto a carga de ruptura obtida através do modelo foi de 52,86 kN, resultando em uma relação entre as cargas igual a 1,03 para o primeiro valor e 1,08 para o segundo. No segundo caso, as cargas de ruptura experimentais foram de 64,5 kN e 72,73 kN, e a carga de ruptura teórica, 71,50 kN, resultando em relações iguais a 1,11 e 0,98.

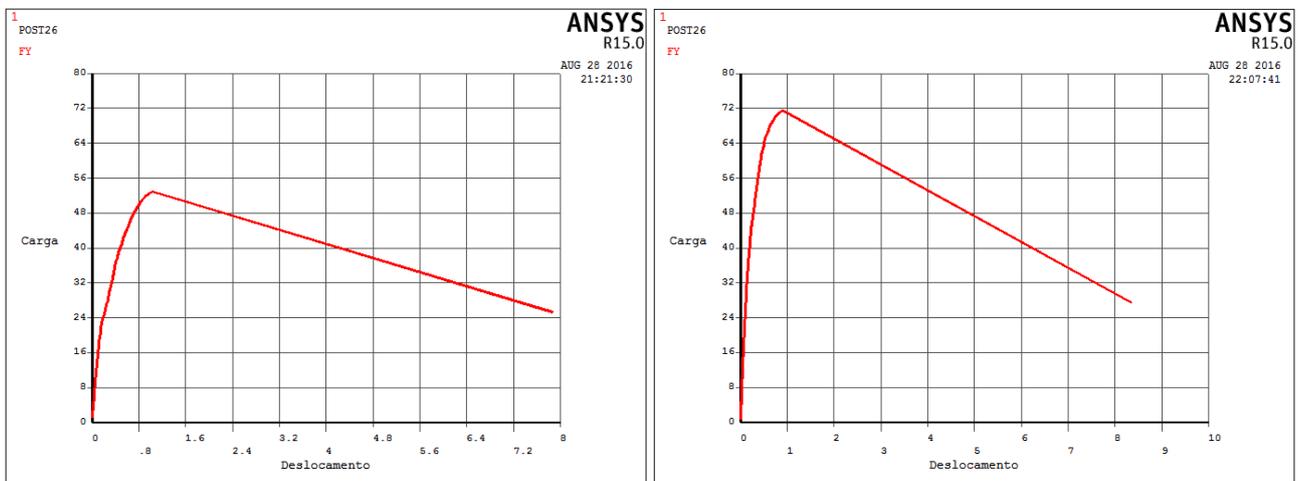


FIGURA 8: Diagramas carga-deslocamento para os pilares de Goyal e Jackson.

Para este conjunto de pilares, o valor médio para a relação entre a carga de ruptura determinada pelo modelo numérico e a carga de ruptura experimental foi de 1,046 com desvio padrão igual a 0,053. O valor mínimo foi 0,90 e o máximo 1,14, conforme indica a Figura 9.

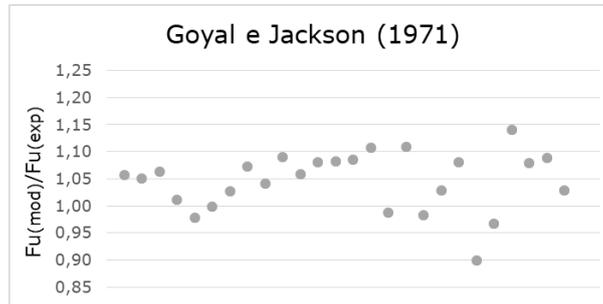


FIGURA 9: Comparação entre as cargas de ruptura teórica e experimental – pilares de Goyal e Jackson.

4.2 PILARES DE CLAESON E GYLLTOFT

No estudo de Claeson e Gylltoft (1998), o foco principal está nos pilares de alta resistência. Esses pilares, todos birrotulados, foram divididos em três grupos, variando as dimensões da seção transversal, a área de aço e o índice de esbelte. Neste caso, a média obtida para a relação entre a carga de ruptura determinada pelo modelo e a experimental foi de 1,074, com desvio padrão de 0,110. Os valores mínimo e máximo foram 0,89 e 1,25, respectivamente, relação essa que pode ser observada na Figura 10.

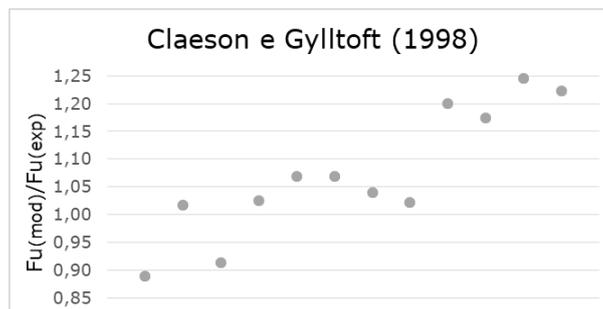


FIGURA 10: Comparação entre as cargas de ruptura teórica e experimental – pilares de Claeson e Gylltoft.

4.3 PILARES DE ARAÚJO

Os pilares ensaiados por Araújo (2004) foram divididos em três grupos de três de acordo com a armadura empregada. O primeiro grupo, PSA, compreende os pilares de concreto simples. O segundo grupo, denominado PCA4 engloba os pilares cuja armadura longitudinal é composta por quatro barras de aço de 10mm de diâmetro. Por fim, o terceiro grupo, PCA6, tem 6 barras de 10mm como armadura longitudinal. Todos os pilares têm seção transversal de 12x25 cm, comprimento destravado de 200 cm, e são birrotulados e submetidos a flexo-compressão normal.

A Figura 11 tem por objetivo ilustrar o diagrama de tensões nos elementos de concreto para o pilar PSA-40, em sua máxima deformação. Para este pilar, foi obtida uma carga de ruptura igual a 217,42 kN, enquanto a carga de ruptura experimental indicada pelo autor era de 217 kN. A relação entre as cargas de ruptura experimental e teórica para todos os pilares deste autor é indicada na Figura 12, tendo média de 1,03, desvio padrão de 0,036, valor mínimo igual a 0,98 e máximo 1,08.

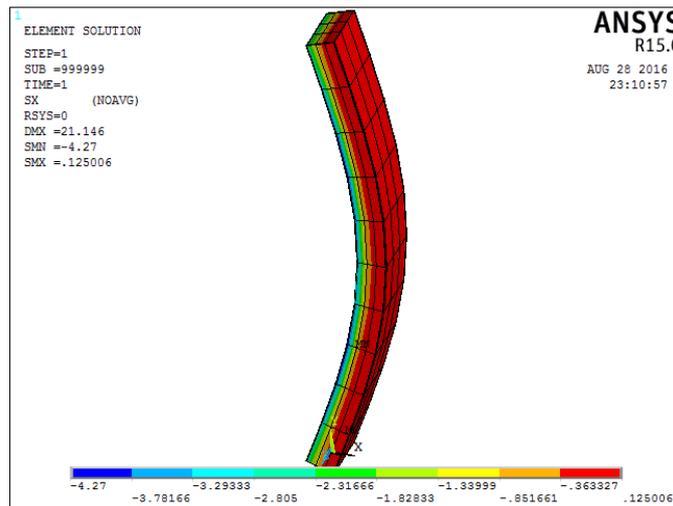


FIGURA 11: Tensões no concreto para o pilar PSA-40 de Araújo (2004).

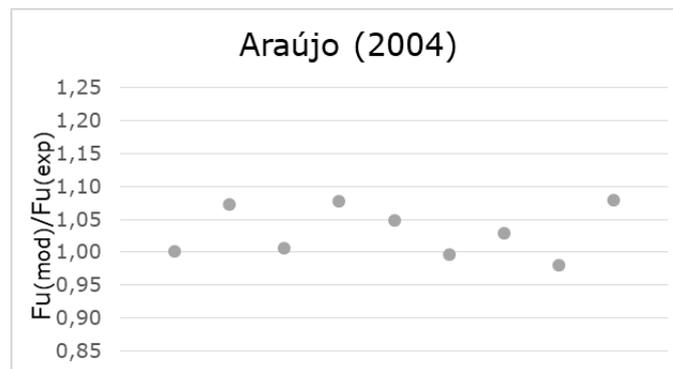


FIGURA 12: Comparação entre as cargas de ruptura teórica e experimental – pilares de Araújo.

4.4 PILARES DE DANTAS

O estudo de Dantas (2006) envolve seis pilares de concreto armado submetidos a flexo-compressão normal. A resistência à compressão do concreto, a taxa de armadura longitudinal e as dimensões das peças estruturais foram mantidas enquanto a excentricidade de aplicação da carga foi a variável considerada no estudo. Todos os pilares que foram armados com seis barras de aço com 10mm de diâmetro possuem seção constante de 12x25 cm na seção central, comprimento destravado de 202 cm e foram submetidos a carregamentos incrementais até atingir a ruptura. Na Figura 13, são indicadas as relações entre as cargas de ruptura teóricas e experimentais. Considerando todos os pilares envolvidos no estudo, a média obtida para esta relação foi de 1,07 com desvio padrão de 0,038. Os valores máximo e mínimo foram 1,14 e 1,03, respectivamente.

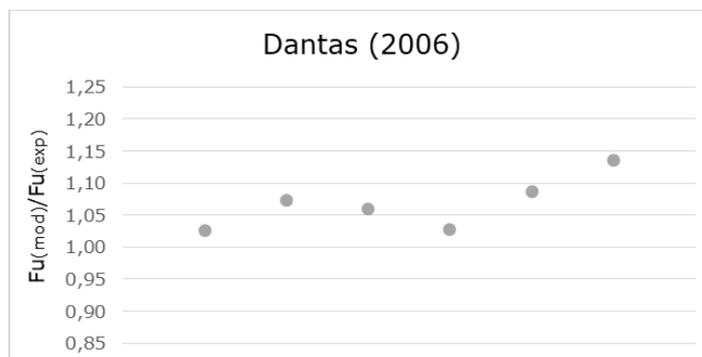


FIGURA 13: Comparação entre as cargas de ruptura teórica e experimental – pilares de Dantas.

4.5 PILARES DE MELO

O trabalho de Melo (2009) consiste na análise de 24 pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal, tendo sido este programa experimental dividido em três séries, uma com dez pilares e duas com sete. Neste estudo, todos os pilares têm seção transversal de 12x25cm (sendo a excentricidade introduzida na direção de menor inércia) e foram armados com seis barras de aço com 10mm de diâmetro. O parâmetro variável entre as três séries é o índice de esbelte, através da variação do comprimento destravado. No presente artigo, foram modelados todos os pilares ensaiados por Melo, com exceção dos pilares PFN 24-2 e PFN 24-3, pois, conforme o autor, eles apresentaram resultados inadequados, em função de problemas no sistema de aquisição de dados. A Figura 14 apresenta os resultados referentes à relação entre as cargas de ruptura obtida pelo modelo e experimental, que apresentou média de 1,08, e desvio padrão igual a 0,059. Já o valor mínimo foi de 0,97, e o máximo de 1,19. Na Figura 15, são exibidos o modelo de elementos finitos, com a indicação dos elementos REINF representando a armadura incorporada, e a configuração deformada para o pilar PFN 40-2,5, cuja carga de ruptura teórica resultou 259,48 kN, enquanto a carga de ruptura obtida pelo autor foi de 246 kN.

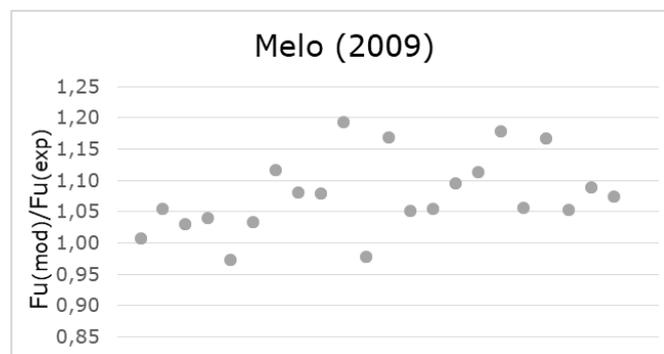
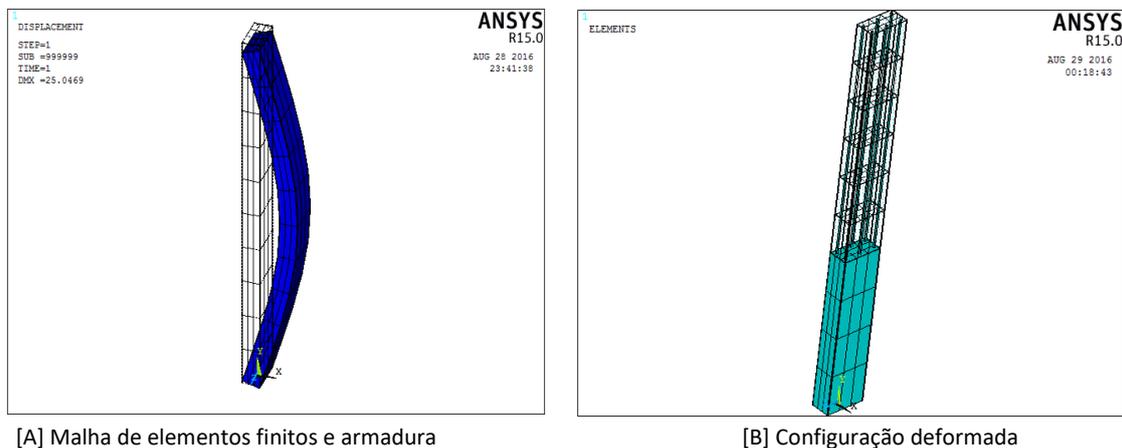


FIGURA 14: Comparação entre as cargas de ruptura teórica e experimental – pilares de Melo.



[A] Malha de elementos finitos e armadura

[B] Configuração deformada

FIGURA 15: Resultados para o pilar PFN 40-2,5 de Melo.

4.6 PILARES DE TSAO

Objetivando verificar a adequação do modelo para a análise de pilares submetidos a flexo-compressão oblíqua, foram reproduzidos os ensaios de Tsao (1992). No estudo, o autor ensaiou 15 pilares submetidos a esforços dessa natureza, sendo oito pilares com seção em “L” e sete pilares com seção transversal quadrada. A armadura também difere nas duas séries: os pilares com seção em “L” foram

armados com oito barras de aço #2, o que corresponde a uma área de aço igual a $0,32 \text{ cm}^2$ por barra. Já os pilares de seção quadrada foram armados com quatro barras de aço #3, que possuem $0,71 \text{ cm}^2$ cada.

Todos os pilares deste estudo foram modelados no presente trabalho, com exceção do pilar B1, que, segundo o autor, foi utilizado como modelo de teste. Para a modelagem, foi utilizada a resistência característica à compressão simples obtida pelo autor nos corpos de prova ensaiados. A Figura 16 exhibe a comparação entre as cargas de ruptura teórica e experimental para os pilares de Tsao. Considerando todos os dados apresentados pelo autor, a média obtida para a relação entre estas cargas foi de 1,06 com desvio padrão de 0,066. Os valores mínimo e máximo foram de 0,93 e 1,15, respectivamente.

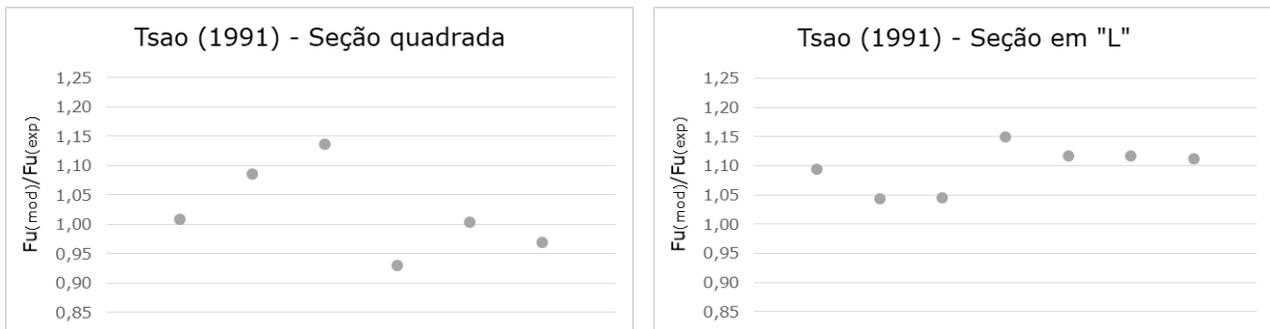


FIGURA 16: Comparação entre as cargas de ruptura teórica e experimental – pilares de Tsao.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal do presente artigo foi o desenvolvimento de um modelo numérico que possa representar de maneira adequada o comportamento de estruturas de concreto armado submetidas a situações de flexo-compressão normal e oblíqua. A principal justificativa para esta necessidade reside na recente inclusão dos concretos de alta resistência na norma brasileira que regulamenta os procedimentos de cálculo e dimensionamento de estruturas de concreto armado, a NBR 6118 (ABNT, 2014). Conforme mencionado, os pilares, que em sua maioria são dimensionados para resistir ao tipo de esforço analisado neste artigo, tendem a ser impactados de maneira bastante significativa por esta inclusão, uma vez que a utilização de concretos mais resistentes conduz a seções transversais mais esbeltas e, portanto, mais suscetíveis a situações de instabilidade geométrica.

Através dos resultados obtidos a partir da comparação com dados experimentais, observa-se que o método dos elementos finitos se adequa de maneira bastante satisfatória para a análise de estruturas, e o software ANSYS apresenta-se como uma ferramenta computacional extremamente precisa e prática para a aplicação deste método. Além de possuir diversos elementos finitos e modelos de materiais já programados em sua biblioteca interna, esta plataforma ainda permite a customização do sistema, através da programação de novos elementos ou materiais (a exemplo do que foi feito neste artigo para representação do comportamento do concreto), o que proporciona ao usuário maior controle sobre a simulação numérica a ser realizada. Estes fatores, aliados à eficiência matemática do programa e sua facilidade de visualização de resultados, qualificam o ANSYS como um software amplamente aceito no meio acadêmico para análises de naturezas diversas.

Neste artigo, foram analisadas estruturas distintas, cuja ruptura se dá através de processos diferentes e, ainda assim, o modelo numérico empregado gerou resultados satisfatórios para todas as situações. Considerando todas as estruturas avaliadas, a média da relação entre as cargas de ruptura teórica e experimental resultou igual a 1,06 com desvio padrão de 0,069. Os valores mínimo e máximo foram,

respectivamente, iguais a 0,89 e 1,25. Estes resultados evidenciam uma boa adequação do modelo numérico à realidade das estruturas de concreto armado satisfazendo, assim, o objetivo proposto no presente estudo.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO, L. M. B. de. **Análise teórico-experimental de pilares de concreto submetidos a flexão normal composta**. 2004. 196 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2004.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. Prentice-Hall Inc. New Jersey, USA, 1996.
- CLAESON, C.; GYLLTOFT, K. Slender high-strength concrete columns subjected to eccentric loading. **Journal of Structural Engineering**. V124, p. 1375-1381, 1998.
- DANTAS, A. B. **Estudo de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta reta**. 2006. 233f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília, Brasília, 2006.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BETÓN, *fib*. **Model code 2010**. Final draft. 2 vol (Bulletins 65-66), 2012.
- GOYAL, B. B.; JACKSON N. Slender concrete columns under sustained load. **Journal of the Structural Division**, v. 97, p. 2729-2750, 1971.
- HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells**. Swansea, UK: Pineridge Press, 1988.
- MARTINELLI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2003. 149 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.
- MELO, C. E. L. de. **Análise experimental e numérica de pilares birrotulados de concreto armado submetidos a flexo-compressão normal**. 2009. 415f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília, Brasília, 2009.
- MENDES, S. E. da S. **Estudo experimental de concreto de alto desempenho utilizando agregados graúdos disponíveis na região metropolitana de Curitiba**. 2002. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-Graduação em Construção Civil. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2002.
- REAL, M. D. V. **Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos**. 2000. 224 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.
- TORRICO, F. A. **Análise teórica e experimental do comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência, considerando a ductilidade**. 2010. 311 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- TSAO, W. H. **Behavior of square and I-shaped slender reinforced concrete columns under combined biaxial bending and axial compression**. 1992. 179 f. Tese (Ph.D. in Civil Engineering) – Faculty of the Graduate Studies. New Jersey Institute of Technology, New Jersey, USA, 1992.