

# ANÁLISE NUMÉRICA DE BLOCO SOBRE DUAS ESTACAS METÁLICAS

## Numerical analysis of a two-pile cap on steel piles

Vítor Freitas Gonçalves<sup>1</sup> Rodrigo Gustavo Delalibera<sup>2</sup>

Recebido em 30 de março de 2019; aceito em 10 de outubro de 2019; disponível on-line em 06 de agosto de 2020.



### PALAVRAS CHAVE:

Bloco sobre estacas;  
Estacas metálicas;  
Análise numérica.

### KEYWORDS:

Pile cap;  
Steel piles;  
Numerical analysis.

**RESUMO:** Perfis metálicos são utilizadas em diversas aplicações na construção civil. No entanto, ainda existem dúvidas quanto ao comportamento estrutural de blocos de coroamento quando se utiliza estacas metálicas. No presente trabalho foram desenvolvidos modelos numéricos, por meio do método dos elementos finitos, de um bloco sobre duas estacas metálicas, com o intuito de identificar tendências com relação ao comportamento estrutural bloco. Os resultados numéricos apresentaram correlações satisfatórias com os resultados experimentais, com os quais foram feitas análises comparativas. Concluiu-se que o modelo de bielas e tirantes utilizado no dimensionamento do bloco sobre estacas analisado não apresentou resultado esperado para o comportamento estrutural de blocos sobre estacas metálicas e, portanto, mais estudos devem ser realizados para se obter um modelo analítico satisfatório.

**ABSTRACT:** Steel piles are used on various fields on civil construction. However, there are still some uncertainties about the structural behavior of pile caps supported on steel piles. On this study the finite element method was used to develop numerical models of a two-pile cap on steel pile, with the aim of identifying tendencies on the structural behavior of the element. The numerical results showed good match with the experimental results of Tomaz (2018), which were used for analysis. It was concluded that the strut and tie model proposed by Blévo & Frémy (1967), usually used on the design of pile caps, doesn't depict the actual structural behavior of pile caps on steel piles and, therefore, further studies must be made in order to develop a better physical model.

### \* Contato com os autores:

<sup>1</sup>e-mail: [vitofrg@gmail.com](mailto:vitofrg@gmail.com) (V. F. Gonçalves)

Graduado em Engenharia Civil, Engenheiro Civil, Mestrando na área de Estruturas, Universidade Federal de Uberlândia.

<sup>1</sup>e-mail: [delalibera@ufu.br](mailto:delalibera@ufu.br) (R. G. Delalibera)

Engenheiro Civil, Professor na área de Estruturas, Universidade Federal de Uberlândia.

## 1. INTRODUÇÃO

Segundo a NBR 6118 ABNT (2014), blocos sobre estacas são elementos estruturais volumétricos cuja função é transferir as cargas da superestrutura para a infraestrutura. Apesar de serem essenciais para a segurança e durabilidade de uma estrutura, blocos geralmente são elementos enterrados e, portanto, não permitem a inspeção visual quando em serviço.

O emprego de estacas metálicas proporciona algumas vantagens em relação às estacas de concreto, como menor intensidade de vibração durante o processo de cravação, alta resistência à esforços de flexão e de tração, possibilidade de cravação em solos de difícil penetração e facilidade de corte e emenda. No entanto, mesmo sendo amplamente utilizadas em obras de pontes, viadutos, portos e estruturas de contenções, poucos estudos com foco em blocos sobre estacas metálicas são encontrados na literatura técnica, sendo que ainda existem dúvidas quanto à distribuição de tensões no bloco de coroamento.

## 2. OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é realizar uma análise não linear tridimensional, utilizando um programa computacional, de um bloco sobre duas estacas metálicas ensaiado por Tomaz (2018). Primeiramente o intuito foi aproximar os resultados numéricos ao comportamento experimental e verificar tendências com relação à distribuição de tensões no elemento.

## 3. METODOLOGIA

Para a modelagem e análise numérica do presente trabalho foi utilizado o programa computacional ANSYS®, utilizando a formulação do método dos elementos finitos para a solução de problemas estruturais. O modelo em análise utilizou as propriedades geométricas e física dos materiais do ensaio realizado por Tomaz (2018) e realizou-se uma comparação entre os resultados.

## 4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O dimensionamento de blocos sobre estacas pode ser realizado por modelos de cálculo tridimensionais (lineares ou não) ou modelos de bielas e tirantes. Segundo Adebar et al. (1990), Nori e Tharval (2007) e Souza et al. (2009), o modelo de bielas e tirantes fornece bons resultados para o dimensionamento de blocos de concreto armado apoiados sobre estacas, especialmente se os blocos possuírem relação entre vão e altura menor do que dois. Contudo, Ahmad et al. (2009) apontam que a seleção do modelo de bielas e tirantes mais adequado a cada caso é de suma importância, pois qualquer mudança na geometria da treliça adotada pode mudar consideravelmente os resultados obtidos analiticamente. De acordo com Schlaich & Schäffer (1991) e Nori & Tharval (2007), um elemento estrutural suporta as cargas a ele aplicadas de forma a acomodar o mínimo de deformações, e como as tensões de tração contribuem mais para as deformações do que as tensões de compressão, um modelo com o menor número de tirantes é considerado mais efetivo.

Dentre os modelos de bielas e tirantes mais comumente utilizados podem-se destacar os modelos propostos por Blévet & Frémy (1967) e Schlaich & Schäffer (1991). No modelo de Blévet & Frémy (1967), para o caso de blocos sobre duas estacas, considera-se que o eixo da biela de compressão é formado a partir do eixo da estaca até  $\frac{1}{4}$  da face externa do pilar. Os limites para as tensões junto às zonas nodais superior, junto ao pilar, e inferior, junto às estacas, são calculadas por meio das Equações 1 e 2, respectivamente. Para tanto, são consideradas as áreas da estaca e do pilar, projetadas na direção transversal ao eixo da biela, e a força no tirante  $R_{st}$  é calculada por meio do equilíbrio estático de forças da zona nodal inferior, como mostrado na Figura 1. Blévet & Frémy (1967) recomendam que, para garantir a segurança do elemento, o ângulo entre a biela de compressão e a horizontal deve estar entre  $40^\circ$  e  $55^\circ$ .

$$\sigma_{zns} = \frac{F}{A_c \cdot \sin^2(\theta)} \leq 1,4 \cdot f_c \quad \text{Eq. (1)}$$

$$\sigma_{zni} = \frac{F}{2 \cdot A_{est} \cdot \sin^2(\theta)} \leq 1,0 \cdot f_c \quad \text{Eq. (2)}$$

**Em que:**

$\sigma_{zns}$  = tensão na zona nodal superior (kN/cm<sup>2</sup>);

$\sigma_{zni}$  = tensão na zona nodal inferior (kN/cm<sup>2</sup>);

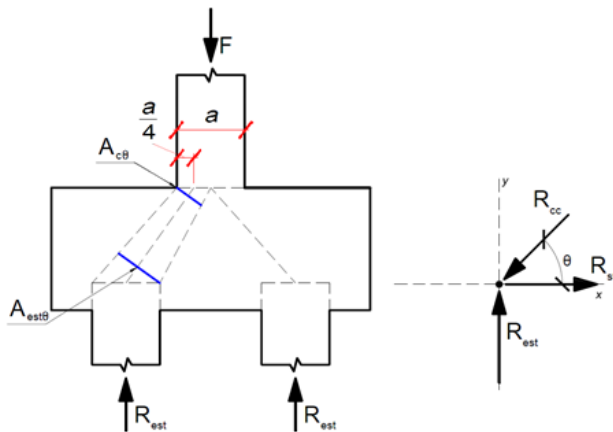
**F** = força aplicada no topo do pilar (kN);

**A<sub>c</sub>** = metade da área da seção transversal do pilar (cm<sup>2</sup>);

**A<sub>est</sub>** = área da seção transversal da estaca (cm<sup>2</sup>);

**θ** = ângulo de inclinação da biela em relação à horizontal (°);

**f<sub>c</sub>** = resistência à compressão do concreto (kN/cm<sup>2</sup>).



**FIGURA 1:** Modelo de bielas e tirantes proposto por Blévet & Frémy (1967)

**FONTE:** Adaptado de Tomaz (2018).

A NBR 6118 ABNT (2014) classifica os blocos em rígidos ou flexíveis, considerando que o elemento apresenta trabalho à flexão nas duas direções, com tração concentrada na linha sobre as estacas, trabalho ao cisalhamento nas duas direções e transmissão de forças do pilar às estacas por meio de bielas de compressão. No entanto, a norma brasileira não apresenta critérios de dimensionamento para blocos e nem orientações para o caso específico de bloco sobre estacas metálicas, apenas fornece recomendações acerca de disposições construtivas e limita as tensões nas

regiões nodais. De acordo com a NBR 6118 ABNT (2014), os limites para as tensões nodais, despidos dos coeficientes de segurança, podem ser calculados pelas Equações 3 e 4.

$$\sigma_{zns} \leq 1,0 \cdot f_c \quad \text{Eq. (3)}$$

$$\sigma_{zni} \leq 0,72 \cdot f_c \quad \text{Eq. (4)}$$

**Em que:**

$\sigma_{zns}$  = tensão na zona nodal superior (kN/cm<sup>2</sup>);

$\sigma_{zni}$  = tensão na zona nodal inferior (kN/cm<sup>2</sup>);

**f<sub>c</sub>** = resistência à compressão do concreto (kN/cm<sup>2</sup>).

Quanto à blocos sobre estacas metálicas, poucas informações são encontradas na literatura técnica acerca da distribuição de tensões em blocos sobre estacas metálicas. Tomaz (2018) ensaiou quatro blocos apoiados sobre duas estacas metálicas em perfil W 200 x 150, em que variaram-se os comprimentos de embutimento das estacas no bloco. Foram utilizados embutimentos de 10 cm, 20 cm e 30 cm e, em um dos blocos com 10 cm de embutimento foi colocada uma chapa soldada no topo dos perfis. Além disso, os blocos foram armados somente com armadura principal no tirante, concentrada acima das estacas. Segundo Tomaz (2018), para a realização dos ensaios, foi aplicada carga centrada no pilar por meio atuador hidráulico, sendo medidas: as deformações na armadura longitudinal em diferentes pontos; a intensidade da força aplicada ao pilar; as deformações nas diferentes abas dos perfis metálicos; o deslocamento vertical no meio do vão do bloco. Para o cálculo das tensões nodais nas regiões superior, entre o pilar e o bloco, e inferior, entre o tirante e a biela de compressão, o autor utilizou o modelo de Blévet & Frémy (1967). Mais informações sobre os ensaios podem ser encontradas em Tomaz (2018).

## 5. PROPRIEDADES DO MODELO

Para o estudo numérico do presente trabalho foi analisado o bloco com 10 cm de embutimento, de nome BEmb10sch. De acordo com o autor, o bloco foi dimensionado segundo as recomendações da NBR 6118 (2014) e o modelo de Blévo & Frémy (1967), com ângulo entre a biela de compressão e a direção horizontal de 45°. As propriedades geométricas do bloco estão mostradas na Tabela 1 e a Figura 2 apresenta as dimensões dos perfis metálicos, que foram tomadas como sendo iguais às médias das medidas obtidas por Tomaz (2018).

O bloco BEmb10sch foi armado somente com barras longitudinais de 20 mm de diâmetro, concentradas acima das estacas. Além disso, foi colocada armadura no pilar, constituída por 8 barras de 10 mm de diâmetro e estribos de 6,3 mm de diâmetro, espaçados a cada 2,5 cm. De acordo com Tomaz (2018), o fato de não se adotar armaduras adicionais no bloco, como estribos horizontais e/ou verticais, tem como objetivo minimizar a interferência na distribuição de tensões do elemento. A Figura 3 ilustra as principais dimensões e a armadura do bloco ensaiado por Tomaz (2018).

TABELA 1: Propriedades geométricas do bloco.					
Altura (cm)	Distância entre eixo das estacas (cm)	Comprimento do bloco (cm)	Largura (cm)	Seção do pilar (cm x cm)	Comprimento total das estacas (cm)
35	62,5	139,5	25	25x25	35

FONTE: Tomaz (2018).

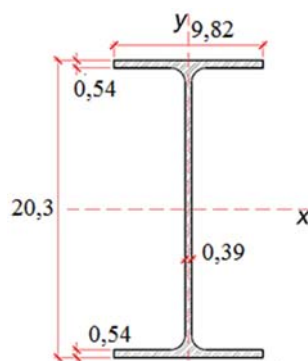


FIGURA 2: Dimensões dos perfis metálicos em centímetros

FONTE: Adaptado de Tomaz (2018).

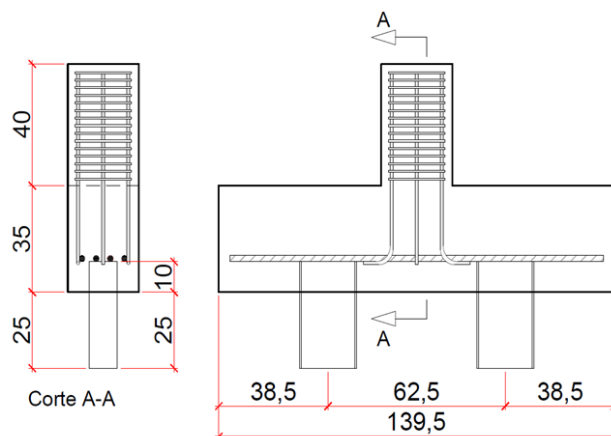


FIGURA 3: Propriedades geométricas do modelo numérico em centímetros

FONTE: Tomaz (2018).

As propriedades mecânicas das barras de aço, das estacas metálicas e do concreto utilizados por Tomaz (2018) estão apresentadas nas Tabelas 2 e 3, respectivamente, em que:  $f_y$  é a resistência das barras de aço ao escoamento;  $\epsilon_y$  é a deformação de escoamento das barras de aço;  $f_u$  é a resistência última das barras de aço;  $E_s$  é o módulo de elasticidade longitudinal dos materiais metálicos;  $E_c$  é o módulo de elasticidade longitudinal do concreto;  $f_c$  é a resistência à compressão uniaxial do concreto;  $f_{ct,sp}$  é a resistência à tração por compressão diametral do concreto.

## 6. MODELAGEM NUMÉRICA

A análise numérica foi feita utilizando-se

o programa computacional ANSYS®, que emprega em suas soluções o método dos elementos finitos. Foram desenvolvidos cinco modelos numéricos de mesma geometria e rede (malha), variando-se o módulo de elasticidade empregado no concreto do bloco e o método utilizado para a modelagem da armadura principal do bloco. A geometria e a malha do modelo foram criadas no programa computacional AutoCad® e exportadas para o programa computacional ANSYS®, por meio de extensão do tipo IGES. A Figura 4 mostra a rede de elementos finitos utilizada para a definição dos elementos de volume (concreto e perfil metálico), assim como os elementos de barra empregados nos modelos em que a armadura foi discretizada na malha de elementos finitos.

**TABELA 2:** Propriedades mecânicas das barras de aço e das estacas metálicas

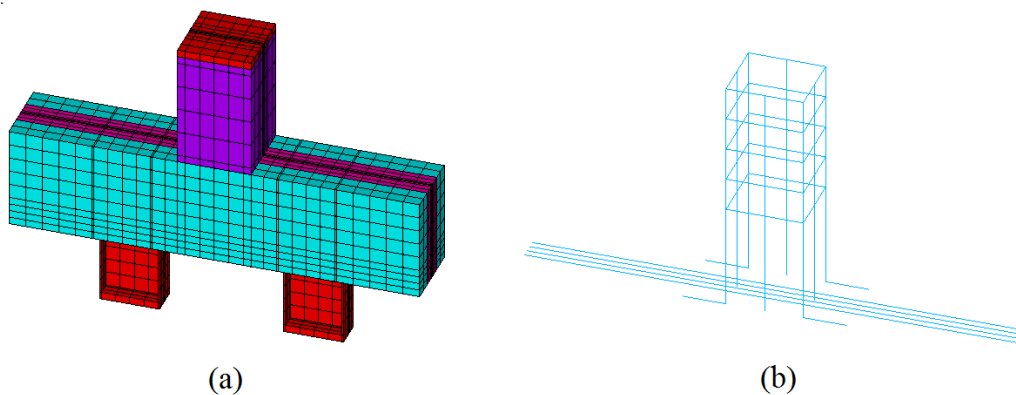
Elemento	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_y$ (‰)	$f_u$ (MPa)	$E_s$ (GPa)
Barra	596,6	2,70	691,5	211,07
Estaca	345,0	-	-	200,0

FONTE: Tomaz (2018).

**TABELA 3:** Propriedades mecânicas do concreto

Elemento	$f_c$ (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
Pilar	43,85	4,43	47813,0
Bloco	17,95	2,17	29257,0

FONTE: Tomaz (2018).



**FIGURA 4:** Rede de elementos: (a) volume; (b) armadura

FONTE: Autor (2018).

Para a modelagem das barras de aço dos modelos foram utilizados os métodos de armadura por taxa volumétrica, considerada no programa computacional ANSYS® por meio da constante real associada ao elemento finito Solid 65, e armadura discretizada na rede de elementos finitos, em que se utilizou o elemento finito Link 180 que possui somente dois nós com três graus de liberdade em cada nó (translações em x, y e z). Ele é capaz de trabalhar apenas sob compressão ou tração. Para a consideração da plasticidade do aço foi empregado o modelo bilinear isotrópico. Foram fornecidas as propriedades do aço utilizado por Tomaz (2018): resistência ao escoamento de 596,6 MPa; módulo de elasticidade do aço 211,07 GPa. Além disto, para os modelos com armadura por taxa volumétrica foi necessário fornecer a taxa aço, relativa ao volume de concreto considerado, e a direção da armação em relação ao sistema de coordenadas locais dos elementos, enquanto nos modelos com armadura discretizada na rede, foram informadas as áreas das seções transversais de cada barra de aço. O fenômeno de aderência entre o concreto e as barras de aço não foi considerado.

As estacas metálicas, por sua vez, foram modeladas com o elemento finito Solid 185, que é constituído por oito nós com três graus de liberdade em cada nó (translações em x, y e z). A plasticidade do material foi considerada através do modelo bilinear cinemático. Foram utilizadas as propriedades mecânicas consideradas por Tomaz (2018) para as estacas metálicas: módulo de elasticidade do perfil igual 200 GPa; e resistência ao escoamento de 345 MPa.

Para a modelagem do concreto dos blocos e dos pilares utilizou-se o elemento finito Solid65, que possui oito nós com três graus de liberdade cada (translações em x, y e z), com capacidade de consideração de deformações plásticas, fissuração em três direções ortogonais, esmagamento e fluência. Foi adotado o critério de falha *Concrete*, análogo ao critério de William-Warke, que controla a retenção de rigidez nos planos fissurados por meio de coeficientes de transferência de

cisalhamento. Foram fornecidos os seguintes parâmetros: módulo de elasticidade do concreto; resistência do concreto à tração e compressão, iguais aos obtidos experimentalmente por Tomaz (2018) e mostrados na Tabela 3; coeficiente de Poisson do concreto, adotado como 0,2. Para o concreto do pilar foi adotado módulo de elasticidade igual ao obtido experimentalmente por Tomaz (2018), ao passo que, para o concreto do bloco, o módulo de elasticidade da seção homogeneizada variou de acordo com o modelo.

Com o intuito de aproximar os resultados numéricos aos experimentais, foi calculado um módulo de elasticidade para o concreto do bloco considerando-se o elemento como uma viga bi-apoiada de vão igual à distância entre o eixo das estacas e com carga concentrada no meio do vão. Este módulo de elasticidade, denominado neste trabalho de módulo de elasticidade corrigido, foi calculado pela Equação 5, obtida da flecha no meio do vão de vigas bi-apoiadas com carga concentrada, também no meio do vão. Foram utilizados, para este cálculo, os valores de forças e deslocamentos observados experimentalmente por Tomaz (2018). Admitiu-se que os materiais do bloco atuam na fase elástica, com o concreto contribuindo para resistir às tensões de tração, e, portanto, o módulo de elasticidade foi calculado para os valores de força menores que a força relativa à primeira fissura.

$$E_{cor} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot \delta \cdot I_h} \quad \text{Eq. (5)}$$

Em que:

$E_{cor}$  = módulo de elasticidade corrigido (kN/cm<sup>2</sup>);

$F$  = força aplicada no topo do pilar (kN);

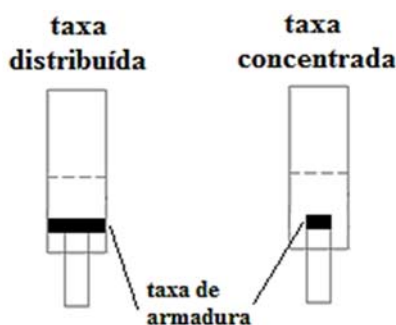
$l$  = distância entre eixo das estacas (cm);

$\delta$  = deslocamento no meio do vão do bloco (cm);

$I_h$  = momento de inércia da seção homogeneizada (cm<sup>4</sup>).

Foram considerados, para a modelagem numérica, os valores máximo e mínimo do módulo de elasticidade corrigido, iguais à 1573 MPa e 963 MPa, respectivamente. Com isto, foram desenvolvidos três modelos com armadura

discretizada na malha de elementos finitos, em que variou-se o módulo de elasticidade do concreto do bloco. Foram considerados, para estes modelos, o módulo de elasticidade obtido experimentalmente por Tomaz (2018), mostrado na Tabela 3, o módulo de elasticidade corrigido máximo e o módulo de elasticidade corrigido mínimo. Além disto, foram desenvolvidos dois modelos com armadura por taxa volumétrica, em que a taxa foi considerada nos elementos de volume situados imediatamente acima das estacas, ao longo de todo o comprimento do bloco, variando-se somente a largura em que foi adotada a armadura. Em um dos modelos a armadura foi concentrada nos elementos acima da largura definida pela largura das estacas e, no outro modelo, a armadura foi distribuída nos elementos existentes ao longo de toda a largura do bloco. A Figura 5 ilustra a vista lateral dos modelos com armadura por taxa volumétrica e a Tabela 4 apresenta as variáveis de cada um dos modelos numéricos desenvolvidos.



**FIGURA 5:** Modelos numéricos com armadura por taxa volumétrica

**FONTE:** Autor (2018).

TABELA 4: Variáveis dos modelos numéricos		
Modelo	Módulo de elasticidade (MPa)	Tipo de armadura
Eci	29257,0	Armadura discretizada na malha
Emax	1573,0	Armadura discretizada na malha
Emin	963,0	Armadura discretizada na malha
TaxaC	963,0	Armadura por taxa volumétrica
TaxaD	963,0	Armadura por taxa volumétrica

**FONTE:** Autor (2018).

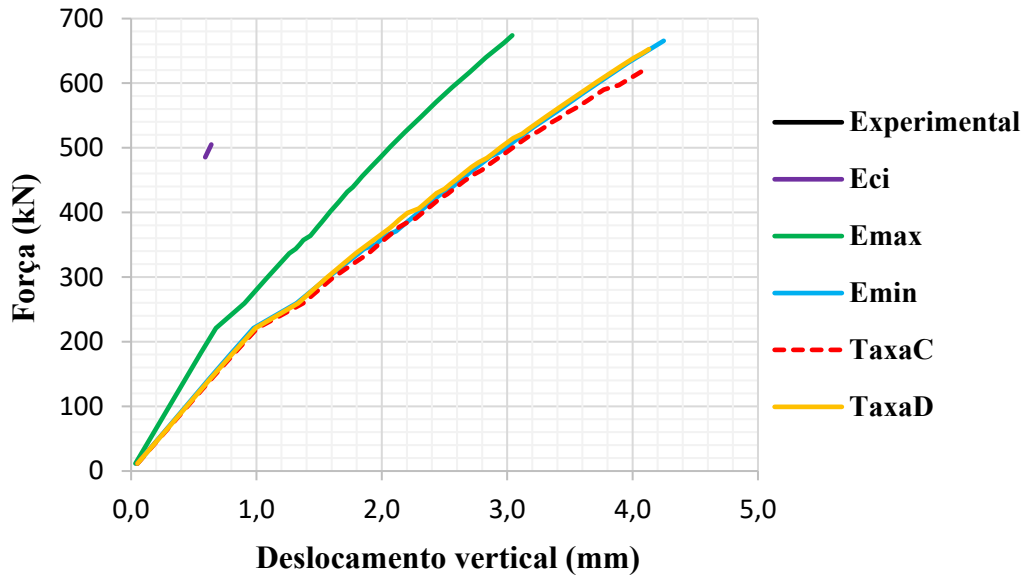
Foram adotadas chapas metálicas com comportamento elástico acima do pilar, na região onde foi aplicada a força, e abaixo das estacas. Além disto, foi fixada a translação em x, y e z dos nós do centro da estaca, na direção transversal do bloco. Devido à presença de descontinuidades geométricas no bloco em contato com as estacas, adotou-se para o concreto desta região comportamento elástico e linear.

Para a solução numérica foi empregado o critério iterativo de Newton-Raphson modificado, admitindo-se uma tolerância de 10% para a convergência em deslocamentos e um total de 100 passos carga, permitindo no máximo 170 passos de carga e no mínimo 30. Foram adotados coeficientes de transferência de cisalhamento para fissuras abertas e fissuras fechadas iguais à 0,9 e 1, respectivamente.

## 7. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os modelos Eci e Emax apresentaram comportamento estrutural distante do que foi observado experimentalmente por Tomaz (2018), embora tenham apresentado força última próxima da força última experimental. Já os modelos Emin, TaxaC e TaxaD apresentaram boa correspondência com os resultados experimentais, sendo o modelo TaxaC o que apresentou os resultados mais próximos. Portanto, a utilização do módulo de elasticidade corrigido aproximou os resultados numéricos aos resultados experimentais. A Figura 6 mostra o gráfico de força versus deslocamento dos resultados experimentais obtidos por Tomaz (2018) e dos modelos numéricos, em que adotou-se a nomenclatura apresentada na Tabela 4.

A ruína do modelo BEmb10sch, ensaiado por Tomaz (2018) foi caracterizada por tração diagonal (fendilhamento da biela), para uma força de 578,65 kN. Segundo o autor a primeira fissura ocorreu na região inferior-central do bloco, devido à flexão, para uma força de 300 kN. Já no modelo numérico TaxaC, que foi o que apresentou melhor correspondência com os resultados experimentais, a ruína ocorreu para uma força de 623,92 kN, 8% superior à força última constatada por Tomaz (2018), e as primeiras fissuras foram observadas perto das abas dos perfis mais próximas ao centro do bloco, para uma força de 220,85 kN.

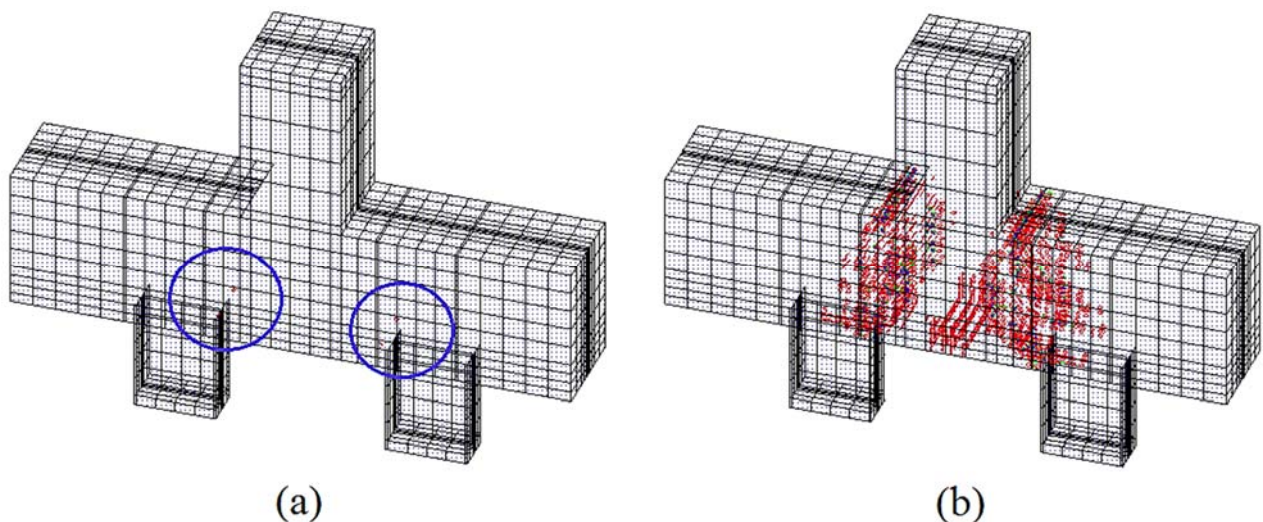


**FIGURA 6:** Curva força versus deslocamento dos modelos  
**FONTE:** Autor (2018).

Com relação ao panorama de fissuração no instante da ruptura, todos os modelos numéricos apresentaram comportamento semelhante, com fissuração ocorrendo ao longo da biela de compressão e na região central da face inferior do bloco. Contudo, as primeiras fissuras do modelo Eci ocorreram na região inferior-central do bloco, como no bloco ensaiado por Tomaz (2018), enquanto as primeiras fissuras dos outros modelos numéricos ocorreram na mesma região das

primeiras fissuras observadas no modelo TaxaC. A Figura 7 ilustra, em vermelho, o panorama de fissuração do modelo numérico TaxaC.

As Tabelas 5 e 6 apresentam a comparação entre os resultados experimentais de Tomaz (2018) e os resultados numéricos, com relação às forças últimas e forças relativas à primeira fissura, em que:  $F_u$  é a força última;  $F_r$  é a força relativa à primeira fissura.



**FIGURA 7:** Panorama de fissuras do modelo numérico TaxaC: (a) primeiras fissuras; (b) fissuras no instante da ruptura  
**FONTE:** Autor (2018).



TABELA 5: Análise comparativa das forças últimas		
Modelo	$F_u$ (kN)	$F_{u,numérico} / F_{u,experimental}$
Experimental	578,65	-
Eci	505,1	0,87
E <sub>max</sub>	674,00	1,16
E <sub>min</sub>	665,47	1,15
TaxaC	623,92	1,08
TaxaD	652,57	1,13

FONTE: Autor (2018).

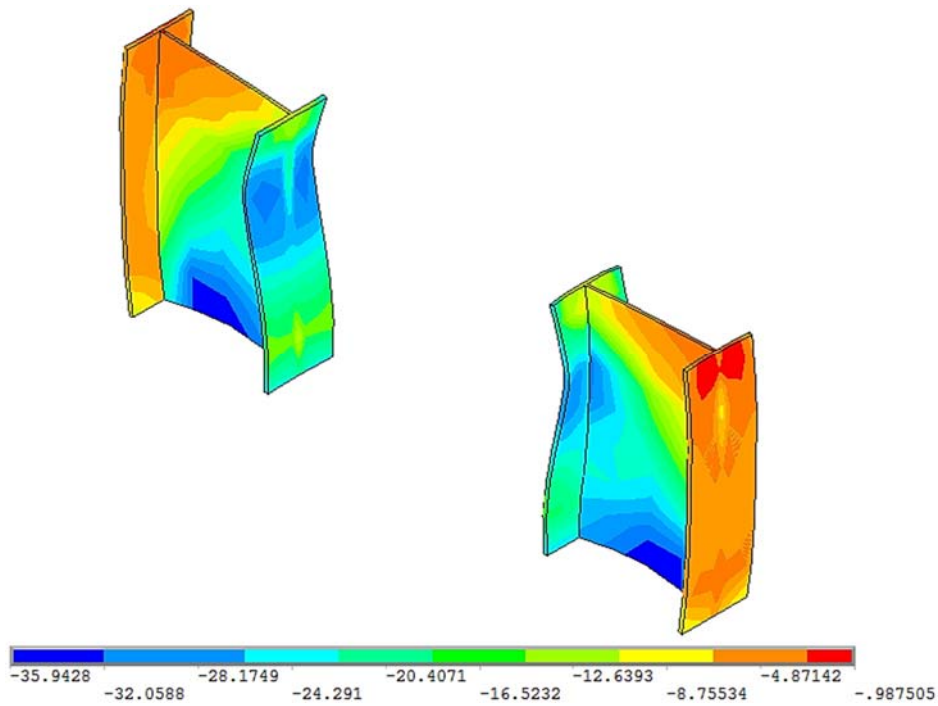
TABELA 6: Análise comparativa das forças relativas à primeira fissura			
Modelo	$F_r$ (kN)	$F_r/F_u$	$(F_r/F_u)_{numérico} / (F_r/F_u)_{experimental}$
Experimental	300	0,52	-
Eci	105,1	0,21	0,41
E <sub>max</sub>	220,85	0,33	0,64
E <sub>min</sub>	220,85	0,33	0,64
TaxaC	220,85	0,35	0,68
TaxaD	220,85	0,34	0,66

FONTE: Autor (2018).

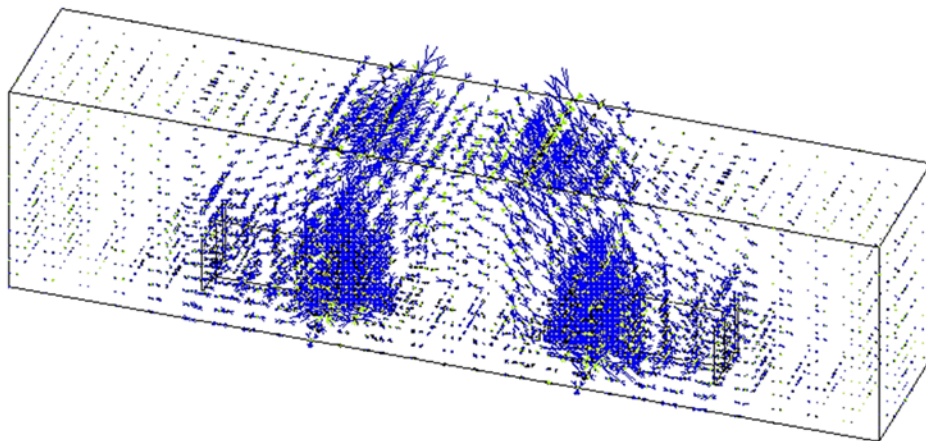
A Figura 8 mostra a distribuição das tensões principais de compressão nos perfis metálicos do modelo TaxaC. Como pode ser visto, as máximas tensões de compressão ocorreram na aba da estaca mais próxima ao centro do bloco, o que também pode ser observado na Figura 9, que traz a distribuição das tensões principais de compressão na parte interna do bloco, também do modelo TaxaC. Todos os modelos numéricos apresentaram distribuição das tensões principais de compressão semelhante e, com isto, pode-se afirmar que a seção transversal das estacas não foi solicitada uniformemente e, portanto, as estacas estão submetidas à flexo-compressão. Tal

comportamento também foi observado por Delalibera (2006), Barros (2013), Munhoz (2014) e Tomaz (2018).

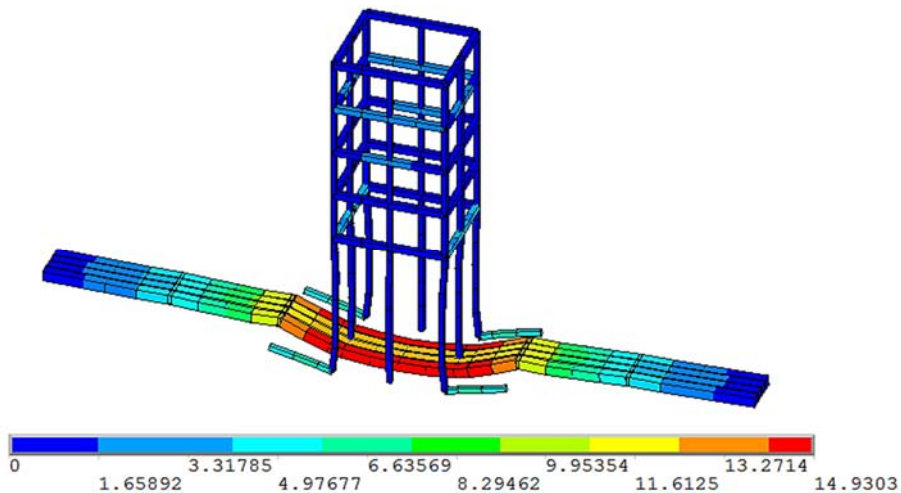
A Figura 10 apresenta as tensões, em  $\text{kN/cm}^2$ , nas barras de aço do modelo numérico E<sub>min</sub>, que teve a armação principal discretizada na malha de elementos finitos. As barras da armadura principal, colocadas na direção longitudinal do bloco, apresentaram tensão variável ao longo de seu comprimento, o que também foi constatado por Adebar et al. (1990), Delalibera (2006) e Tomaz (2018). Além disto, as barras de aço do tirante atingiram uma tensão de tração máxima de 149,303 MPa, abaixo da tensão de escoamento do material.



**FIGURA 8:** Tensões principais de compressão nos perfis metálicos do modelo TaxaC, em  $\text{kN/cm}^2$   
**FONTE:** Autor (2018).



**FIGURA 9:** Tensões principais de compressão no bloco do modelo TaxaC  
**FONTE:** Autor (2018).



**FIGURA 10:** Tensões na armadura do modelo numérico Emin, em  $\text{kN/cm}^2$   
**FONTE:** Autor (2018).

No intuito de verificar a aplicabilidade do modelo proposto por Blévo & Frémy (1967), em blocos sobre duas estacas metálicas, as tensões atuantes nas zonas nodais superior e inferior foram calculadas de acordo com o modelo proposto pelos autores. Para o cálculo da tensão na zona nodal inferior, foi empregada a recomendação de Tomaz (2018). De acordo com o autor, no caso de blocos sobre estacas metálicas, a área da estaca, utilizada na Equação 2, para cálculo da tensão na zona nodal inferior, deve ser, no mínimo, igual a área da seção transversal da estaca mais a área de concreto entre as abas do perfil, do contrário os valores de tensão obtidos não condizem com a resistência do concreto. Portanto, foi utilizada nos cálculos a área retangular delimitada pela altura e largura do perfil, mostrada na Figura 2.

A Tabela 7 mostra as tensões limites para as zonas nodais do bloco BEmb10sch, calculadas

pelos Equações 1, 2, 3 e 4, de acordo com a NBR 6118 (2014) e com Blévo & Frémy (1967), em que:  $\sigma_{zns,lim}$  é a tensão limite para a zona nodal superior;  $\sigma_{zni,lim}$  é a tensão limite para a zona nodal inferior.

A Tabela 8 traz uma comparação entre as tensões nodais verificadas nos modelos numéricos, no eixo da biela idealizada por Blévo & Frémy (1967), e as tensões nodais, calculadas pelas Equações 1 e 2 para os valores de força última do modelo BEmb10sch, ensaiado experimentalmente, e dos modelos numéricos, em que:  $\sigma_{zns,analítica}$  é a tensão na zona nodal superior calculada pelo modelo de Blévo & Frémy (1967);  $\sigma_{zni,analítica}$  é a tensão na zona nodal inferior calculada pelo modelo de Blévo & Frémy (1967);  $\sigma_{zns,numérica}$  é a tensão na zona nodal superior obtida no modelo numérico;  $\sigma_{zni,numérica}$  é a tensão na zona nodal inferior obtida no modelo numérico.

**TABELA 7:** Tensões limite para as zonas nodais

NBR 6118 (2014)		Blévo & Frémy (1967)	
$\sigma_{zns,lim}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{zni,lim}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{zns,lim}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{zni,lim}$ (kN/cm <sup>2</sup> )
1,80	1,29	2,51	1,80

FONTE: Autor (2018).

**TABELA 8:** Tensões nodais calculadas e numéricas

Modelo	$\sigma_{zns,analítica}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{zni,analítica}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{zns,numérica}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{zni,numérica}$ (kN/cm <sup>2</sup> )
Experimental	1,85	2,90	-	-
Eci	1,62	2,53	0,625	0,44
Emax	2,16	3,38	0,47	0,73
Emin	2,13	3,34	0,44	0,70
TaxaC	2,00	3,13	0,39	0,71
TaxaD	2,09	3,27	0,41	0,63

FONTE: Autor (2018).

Como pode ser visto na Tabela 8, os modelos numéricos apresentaram tensões muito inferiores às calculadas analiticamente utilizando-se o modelo de Blévat & Frémy (1967). Contudo, como já evidenciado na Figura 9, a distribuição de tensões dos modelos numéricos diferiu daquela prevista por Blévat & Frémy (1967), que apontam que o eixo da biela de compressão parte do eixo da estaca até  $\frac{1}{4}$  da face externa do pilar, como mostrado na Figura 1. Nos modelos numéricos as maiores tensões de compressão, nas zonas nodais superior e inferior, denominadas no presente trabalho de tensões máximas, foram verificadas na extremidade do pilar e na extremidade da aba da estaca mais próxima do centro do bloco. A Figura 11 ilustra a localização das tensões máximas nos modelos numéricos em contraste com as tensões calculadas considerando as dimensões sugeridas por Blévat & Frémy para a biela de compressão.

A Tabela 9 apresenta os valores das tensões nodais máximas verificadas nos modelos numéricos, assim como a comparação entre estas

tensões e as tensões calculadas analiticamente, em que:  $\sigma_{zns,max}$  é a tensão máxima na zona nodal superior obtida no modelo numérico;  $\sigma_{zni,max}$  é a tensão máxima na zona nodal inferior obtida no modelo numérico.

Apesar de exibirem valores mais próximos das tensões calculadas analiticamente, em comparação com as tensões verificadas no eixo da biela idealizada por Blévat & Frémy (1967), as tensões máximas, com exceção do valor de tensão máxima na zona nodal superior do modelo Eci, apresentaram resultados distantes dos resultados analíticos. Portanto, o modelo de bielas e tirantes proposto por Blévat & Frémy (1967) não é apropriado para o dimensionamento do bloco sobre duas estacas metálicas utilizado no ensaio e na modelagem numérica, pois os eixos e as dimensões das bielas de compressão do modelo idealizado pelos autores não condizem com a distribuição de tensões observada no modelo numérico.

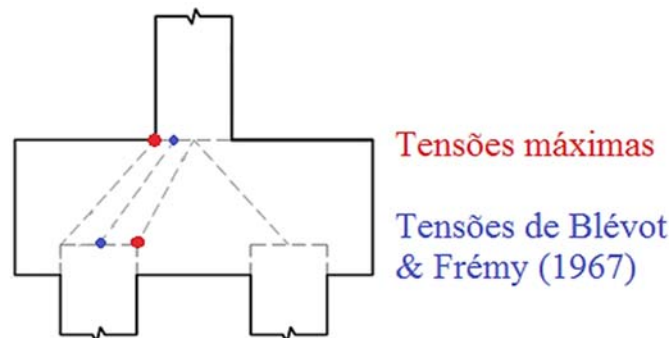


FIGURA 11: Regiões das tensões máximas apresentadas pelos modelos numéricos

FONTE: Autor (2018).

TABELA 9: Análise comparativa entre as tensões nodais máximas e as tensões calculadas analiticamente

Modelo	$\sigma_{zns,max}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{zni,max}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{zns,max} / \sigma_{zns,analítica}$	$\sigma_{zni,max} / \sigma_{zni,analítica}$
Experimental	-	-	-	-
Eci	1,57	1,18	0,97	0,47
E <sub>max</sub>	1,40	1,78	0,65	0,53
E <sub>min</sub>	1,32	1,75	0,62	0,52
TaxaC	1,23	1,87	0,62	0,60
TaxaD	1,23	1,71	0,59	0,52

FONTE: Autor (2018).

As tensões na biela de compressão, no meio da altura do bloco, foram calculadas considerando-se a biela com dimensões e eixo iguais à do modelo proposto por Blévtot & Frémy (1967), mostrado na Figura 1. Estes valores foram comparados com as tensões observadas nos modelos numéricos, no mesmo local. A Tabela 10 apresenta a análise comparativa das tensões na biela de compressão, em que:  $\sigma_{c,analítica}$  é a tensão de compressão na biela calculada analiticamente;  $\sigma_{t,analítica}$  é a tensão de tração na biela calculada analiticamente;  $\sigma_{c,numérica}$  é a tensão de compressão na biela do modelo numérico;  $\sigma_{t,numérica}$  é a tensão de tração na biela do modelo numérico.

As tensões de compressão na biela, calculadas analiticamente para o modelo ensaiado por Tomaz (2018), apresentaram valores superiores ao limite de resistência do concreto à compressão,

enquanto as tensões da tração exibiram valores inferiores ao limite de resistência do concreto à tração por compressão diametral. Tais resultados não condizem com o comportamento experimental do bloco que, de acordo com Tomaz (2018), apresentou ruptura por tração diagonal (fendilhamento da biela de compressão). Além disto, com exceção da tensão de tração na biela do modelo Eci, os modelos numéricos apresentaram grande diferença entre tensões na biela calculadas analiticamente e tensões na biela obtidas numericamente pois, nos modelos numéricos, o eixo da biela de compressão não condiz com o eixo da biela idealizada no modelo analítico. Estas constatações corroboram com a ideia de que o eixo da biela de compressão não se inicia no eixo da estaca até  $\frac{1}{4}$  da face externa do pilar, como proposto por Blévtot & Frémy (1967).

TABELA 10: Análise comparativa entre as tensões na biela

Modelo	$\sigma_{c,analítica}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{t,analítica}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{c,numérica}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{t,numérica}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{c,numérica}/\sigma_{c,analítica}$	$\sigma_{t,numérica}/\sigma_{t,analítica}$
Experimental	2,26	0,13	-	-	-	-
Eci	1,97	0,12	0,92	0,13	0,46	1,10
Emax	2,63	0,16	0,95	0,09	0,36	0,57
Emin	2,60	0,16	0,94	0,02	0,36	0,13
TaxaC	2,44	0,15	0,93	0,07	0,38	0,48
TaxaD	2,55	0,15	0,93	0,06	0,36	0,39

FONTE: Autor (2018).

## 8. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou uma simulação numérica, por meio do método dos elementos finitos, de um bloco sobre duas estacas metálicas em perfil W. Mesmo os perfis metálicos sendo utilizados como estacas, ainda existem incertezas com relação à distribuição interna de tensões e ao modelo de bielas e tirantes mais adequado para blocos sobre estacas metálicas.

A análise numérica realizada apresentou boa correspondência com os resultados experimentais obtidos por Tomaz (2018), indicando que as tensões de compressão tendem a apresentarem maior intensidade nas abas do perfil metálico mais afastadas das extremidades do bloco e, com isto, pode-se concluir que o eixo da biela não se inicia no centro geométrico da estaca até  $\frac{1}{4}$  da face externa do pilar, como idealizado pelo modelo de bielas e tirantes de Blévyot & Frémy (1967), o que evidencia a necessidade de se adaptar este modelo, assim como verificado por Adebar et al. (1990) e Delalibera (2006), em estacas de concreto, pois o mesmo não descreve o caminho das bielas de compressão em alguns casos.

Pode-se concluir que estacas metálicas são uma boa alternativa pois apresentam vantagens em relação à estacas de concreto. No entanto, são necessários estudos mais aprofundados para conhecer a geometria das bielas de compressão em blocos sobre estacas metálicas e propor um modelo analítico que idealize com melhor precisão o comportamento mais próximo do real destes elementos.

## 9. AGRADECIMENTOS

Fundação de apoio à pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMG.

## 10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.

ADEBAR, P.; KUCHMA, D.; COLLINS, M. P. **Strut-and-tie models for design of pile caps: an experimental study**. ACI Journal, v. 87, n. 01, 1990, p.81-92.

AHMAD, S.; SHAH, A.; ZAMAN, S. **Evaluation of the shear strength of four pile cap using strut and tie model (STM)**. Journal of the Chinese Institute of Engineers, v. 32, n. 02, 2009, p. 243-249.

BARROS, R. **Análise numérica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas com cálice externo, parcialmente embutido e embutido utilizado na ligação pilar-bloco**. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP, 2013.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. **Semelles sur pieux**. Anales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, Paris, v. 20, n. 230, 1967, p.223-295.

DELALIBERA, R. G. **Análise numérica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidos à ação de força centrada e excêntrica**. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP, 2006.

MUNHOZ, F. S. **Análise experimental e numérica de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura**. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP, 2014.

NORI, V. V.; THARVAL, M. S. **Design of pile caps – Strut and tie model method**. Indian Concrete Journal, v. 81, n. 04, 2007, p. 13-19.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. **Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models**. The Structural Engineer, v. 69, n. 06, 1991, p. 113-125.

SOUZA, R.; KUCHMA, D.; PARK, J.; BITTENCOURT, T. **Adaptable strut-and-tie model for design and verification of four-pile caps**. ACI Structural Journal, v. 106, n. 02, 2009, p. 153-162.

TOMAZ, M. A. **Análise das tensões nodais em blocos de concreto armado apoiado sobre duas estacas metálicas**. Dissertação (mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, MG, 2018.