

# ANÁLISE DA ESTABILIDADE LATERAL DE UMA VIGA PRÉ-MOLDADA DE CONCRETO PARA PONTE EM FASES TRANSITÓRIAS

## Analysis of lateral stability of precast concrete beams for bridges in transitory phases

Graziela Borges Borghi<sup>1</sup>, Guilherme de Paula Lisboa<sup>2</sup>, Daniel de Lima Araújo<sup>3</sup>

Recebido em 05 de outubro de 2017; aceito em 27 de maio de 2018; disponível on-line em 09 de outubro de 2018.



### PALAVRAS CHAVE:

Instabilidade lateral;  
Vigas de concreto protendido;  
Fases transitórias;  
Análise de sensibilidade;  
Parâmetros de segurança.

### KEYWORDS:

Lateral instability;  
Precast concrete beams;  
Transitory phases;  
Sensitivity analysis;  
Safety factors.

**RESUMO:** As estruturas de concreto, em geral, não apresentam problemas de estabilidade lateral. As fases transitórias, no entanto, se tornam um estado crítico para as vigas pré-moldadas, já que nesses casos os vínculos provisórios não restringem a rotação e a torção nos elementos, como acontece nas fases definitivas. Como consequência desse grau de liberdade, as peças podem perder o equilíbrio e se deslocar lateralmente. A verificação da instabilidade pode ser restringida para duas situações principais: elemento içado e elemento sobre apoio elástico. Vez que as recomendações normativas, em geral, apresentam parâmetros para verificação da segurança bastante simplistas, neste artigo toma-se o projeto de uma viga pré-moldada de concreto protendido e sua segurança contra a instabilidade lateral é avaliada segundo dois métodos que se baseiam ou no equilíbrio de forças na viga rotacionada ou na determinação da carga crítica de instabilidade lateral. Esses métodos são posteriormente compatibilizados a indicações normativas brasileiras e reavaliados. Acrescenta-se uma análise de sensibilidade, a fim de se conhecerem quais variáveis tem maior influência sobre os fatores de segurança propostos pelos métodos apresentados. Percebe-se que os índices de segurança são reduzidos quando da compatibilização às normativas brasileiras. Através da análise de sensibilidade, nota-se que a adoção de balanços durante as fases transitórias proporciona melhores níveis de segurança.

**ABSTRACT:** Concrete structures, generally, do not present lateral instability problems. However, the transitory phases become a critical state for precast beams, since in these cases the temporary supports do not restrict the rotation and torsion in the elements, as in the definitive phases. As a result of this degree of liberty, the pieces may lose their equilibrium and shift laterally. Instability studies may be restricted to two main situations: the hanging element and the element over the elastic support. Given that normative recommendations, in general, have very simplistic safety parameters, in this paper, one design of a precast concrete beam is taken and its safety against lateral instability is evaluated according to two methods, one based on the equilibrium of forces in the rotated beam and the other on the determination of its critical load of lateral instability. These methods are compatibilized to the Brazilian standard indications and reevaluated. A sensitivity analysis is added to determine which variables have the greatest influence on the safety factors proposed by the methods. It is found that the safety indicators are reduced when compatibilization to national normatives is applied. Through the sensitivity analysis, it is noted that the use of overhangs during the transitory phases improves the safety levels.

### \* Contato com os autores:

<sup>1</sup> e-mail: borhigraziela@gmail.com (G. B. Borghi)

Graduada, Universidade Federal de Goiás – Escola de Engenharia Civil e Ambiental.

<sup>2</sup> e-mail: guilhermedepaulalisboa@gmail.com (G. P. Lisboa)

Mestrando, PPG-GECON, Universidade Federal de Goiás – Escola de Engenharia Civil e Ambiental.

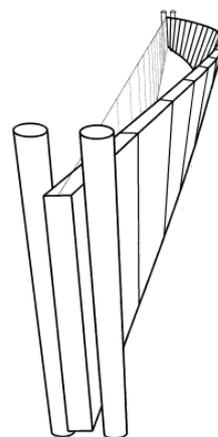
<sup>3</sup> e-mail: dlaraujo@ufg.com (D. L. Araújo)

Professor Doutor em Estruturas, Universidade Federal de Goiás – Escola de Engenharia Civil e Ambiental.

## 1. INTRODUÇÃO

As estruturas de concreto, em geral, não apresentam problemas de estabilidade lateral. Quando são analisados elementos estruturais em concreto pré-moldado, no entanto, a própria otimização de seções e a possibilidade de se vencerem maiores vãos, que lhes são inerentes, podem vir a mudar esta realidade. Assim, vigas longas, altas e com largura restrita podem estar sujeitas à instabilidade lateral (EL DEBS, 2000). Nos últimos anos, a crescente necessidade por pontes que vençam vãos cada vez maiores e que ainda permitam uma facilidade executiva que esteja acompanhada de tempos de execução cada vez menores vem fazendo com que uma grande variedade de seções seja estudada e desenvolvida para vigas de concreto pré-moldado. Segundo Stratford e Burgoyne (1999), no entanto, o grande inconveniente de vãos cada vez mais longos está na implicação direta em aumento de peso próprio da estrutura. Como alternativa geral a isso, os projetistas tentam reduzir o máximo possível o peso dos elementos. Todavia, para conseguir se chegar a esse objetivo é necessário que a largura das vigas seja reduzida, resultando em diminuição da inércia em torno do eixo vertical e da rigidez torcional destes elementos.

Conforme Sousa e Lima (2009), as fases transitórias são bastante críticas para as vigas pré-moldadas, uma vez que nesses casos os vínculos provisórios não restringem a rotação e a torção nos elementos, como acontece nas fases definitivas. Como consequência desse grau de liberdade, as peças podem perder o equilíbrio e se deslocar lateralmente, fazendo com que o peso próprio da viga atue de tal forma que uma de suas componentes trabalhe lateralmente sobre a seção de concreto, perpendicularmente ao eixo de menor inércia. Na Figura 1 é mostrada uma representação deste efeito.



**FIGURA 1:** Representação de uma situação em que uma viga pode estar sujeita à instabilidade lateral [Modificado].  
**FONTE:** (STRATFORD; BURGOYNE; TAYLOR, 1999).

Segundo El Debs (2000), é possível se reunir todos os casos de fases transitórias em duas situações principais: elemento sendo içado; e elemento sobre apoio elástico (viga sendo transportada em caminhão).

Além do comportamento dos vínculos, devem ser considerados os efeitos das inevitáveis imperfeições construtivas e dos possíveis desvios de montagem. Tais imprecisões provocam desvios no eixo longitudinal da viga, favorecendo a perda de equilíbrio. Os pontos de içamento e seus respectivos balanços, se realizados de maneira incorreta, podem provocar tensões de tração em seções nas quais não estavam previstos esses esforços, provocando fissuras e, conseqüentemente, alterando a rigidez da peça.

Segundo Mast (1989), grande parte dos métodos de verificação apresentados por normas e pela literatura corrente não é adequada para o tratamento de casos específicos como a suspensão por cabos ou sobre apoios elásticos. Neste sentido, Stratford e Burgoyne (1999) também colocam que as normas correntes apresentam verificações bastante simplificadas quanto à instabilidade lateral de elementos estruturais. As principais indicações normativas correntes são apresentadas na Tabela 1. Além disso, para vigas com vãos crescentes, chegando a

superar os 40 m, e esbeltezes cada vez maiores, análises que considerem imperfeições geradas durante a própria fase construtiva, por exemplo, passam a se tornar bastante importantes, determinando que considerações quanto à instabilidade lateral devem, definitivamente, ser levantadas em projeto.

### 1.1. OBJETIVO

Os objetivos deste artigo podem ser assim enumerados: 1) avaliar a sensibilidade dos métodos de verificação de segurança contra instabilidade lateral propostos por Mast (1989), Mast (1993) e Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) aos seguintes parâmetros: comprimento do balanço, tolerância quanto aos desvios construtivos e propriedades do material, além de variações dimensionais no veículo para a fase de transporte; 2) determinar qual desses parâmetros

pode ser melhor trabalhado, ainda em fase de projeto, caso uma viga não tenha garantida sua segurança em fases transitórias; 3) avaliar a interferência da adaptação de alguns parâmetros de projeto à forma como são postos nas normativas brasileiras, tal como o módulo de elasticidade e o limite de desvios construtivos, por exemplo.

O estudo apresentado aqui é continuidade do publicado por Borghi, Lisboa e Araújo (2017), no qual foram apresentadas análises com o objetivo de verificar se as indicações normativas garantem a segurança ou não contra a instabilidade lateral, variando-se o comprimento total da viga analisada. Já este artigo complementa o referido trabalho ao apresentar resultados diferentes – e complementares –, seguindo os objetivos anteriormente descritos.

**TABELA 1:** Recomendações normativas para a estabilidade lateral em vigas de concreto.

Norma/Código	Limite de esbeltez	
	Fase definitiva	Fase transitória
<b>ABNT NBR 9062</b> (ABNT, 1985)	$L/b_f < 50$ $Lh/b_f^2 \leq 500$	$h_m/a > 2$
<b>ABNT NBR 9062</b> (ABNT, 2006)	<i>Nesta versão, foram retiradas as indicações que constavam na versão de 1985. Esta versão da norma recomendava adotar o que está prescrito na ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014)</i>	
<b>ABNT NBR 6118</b> (ABNT, 2014)	$L/b_f < 50$ $h/b_f < 2,5$	
<b>ABNT NBR 9062</b> (ABNT, 2017)	$L/b_f < 50$ $Lh/b_f^2 \leq 500$	
<b>EUROCODE 2</b> (CEN,2004)	$Lh^{1/3}/b_f^{4/3} < 50$ $h/b_f < 2,5$	$Lh^{1/3}/b_f^{4/3} < 50$ $h/b_f < 3,5$
<b>ACI 318</b> (ACI, 2008)	$L/b_f < 50$	
<b>BS8110</b> (BS, 1997)	$L \leq \begin{cases} 60b_f \\ (250b_f^2)/d \end{cases}$	
<b>L:</b> é o vão teórico; <b>h:</b> é a altura da seção; <b>b<sub>f</sub>:</b> é a largura da seção comprimida;	<b>h<sub>m</sub>:</b> é a menor dimensão do centroide da seção e ambas as faces; <b>a:</b> é a flecha da viga girada de 90°.	

## 1.2. METODOLOGIA

A metodologia consiste em aplicar as verificações de segurança pelos métodos propostos por Mast (1989), Mast (1993) e Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) a uma viga de ponte em concreto protendido previamente projetada, sem enrijecedores de alma e içada por cabos verticais. Ainda, é realizado um estudo quanto à sensibilidade das verificações de segurança resultantes a variações de características físicas do material (resistência à tração na flexão do concreto) e a alterações dimensionais tanto na viga quanto no veículo de transporte; essa sensibilidade é avaliada ao se realizarem novas verificações de segurança sob variações nos parâmetros, permitindo-se determinar qual deles tem maior impacto sobre os níveis de segurança calculados.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO

Neste artigo são utilizadas as metodologias propostas por Mast (1989) e Mast (1993) e por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) para a verificação de segurança quanto à instabilidade lateral. A aplicação destes dois métodos se torna interessante por efeito comparativo, uma vez que as considerações iniciais tomadas são diferentes para cada um deles, conforme apresentado a seguir.

### 2.1. VERIFICAÇÃO SEGUNDO MAST (1989) E MAST (1993)

Mast (1989) e Mast (1993) apresentam recomendações e metodologias baseadas em estudos teórico-práticos que posteriormente foram incorporadas pelo PCI Bridge Design Manual (PCI, 2003). São apresentados métodos para avaliação da segurança contra a fissuração e contra a ruptura que consideram os efeitos deletérios das excentricidades iniciais devidas às imperfeições construtivas, já que estas, por desviarem o centro de gravidade das vigas do eixo que passa pelos apoios, fazem com que parte do peso próprio atue lateralmente,

perpendicularmente ao eixo de menor inércia.

As análises dos elementos em fase anterior à fissuração são feitas por equilíbrio de forças e momentos, mostrados na Figura 2. Para extrapolar seus estudos para situações após a fissuração, Mast (1993), amparado por ensaios experimentais e computacionais realizados em nove diferentes vigas, propõe uma expressão que considere a redução da rigidez efetiva desses elementos, de forma que possam ser aproveitadas as considerações iniciais. Acerca da ruptura, no entanto, ressalta-se que, conforme Lima (1995), a “ruptura” definida por Mast (1993) não corresponde àquela definida pelo estado limite último tomado na norma brasileira.

Quanto à aplicabilidade do método, Mast (1993) restringe que seus estudos foram feitos para vigas com razão entre o momento de inércia secundário e o principal pelo menos igual a 4% e com tensão média devida à protensão no mínimo igual a 8,30 MPa.

Diferentemente do que ocorre para a fase de içamento, na qual os vínculos não restringem a rotação da viga, para a fase de transporte, Mast (1993) propõe que devam ser consideradas as propriedades dos apoios, uma vez que, comumente, as vigas suportam ângulos de inclinação superiores àqueles suportados pelos apoios. Neste sentido, é considerado ainda que vigas de concreto sob essa situação e com espessura maior ou igual a 150 mm apresentam rigidez à torção maior que a rigidez dos apoios, o que transforma um problema de flambagem lateral em um caso de flexão simples e equilíbrio.

Conforme as considerações iniciais do método, Mast (1989) e Mast (1993) definem que a verificação da estabilidade lateral é feita comparando-se os momentos atuante e estabilizante. Como a força que provoca ambos os momentos é o peso próprio, a relação pode ser baseada apenas nos braços de alavanca, de forma que são obtidas as expressões para os fatores de segurança mostradas na Tabela 2.

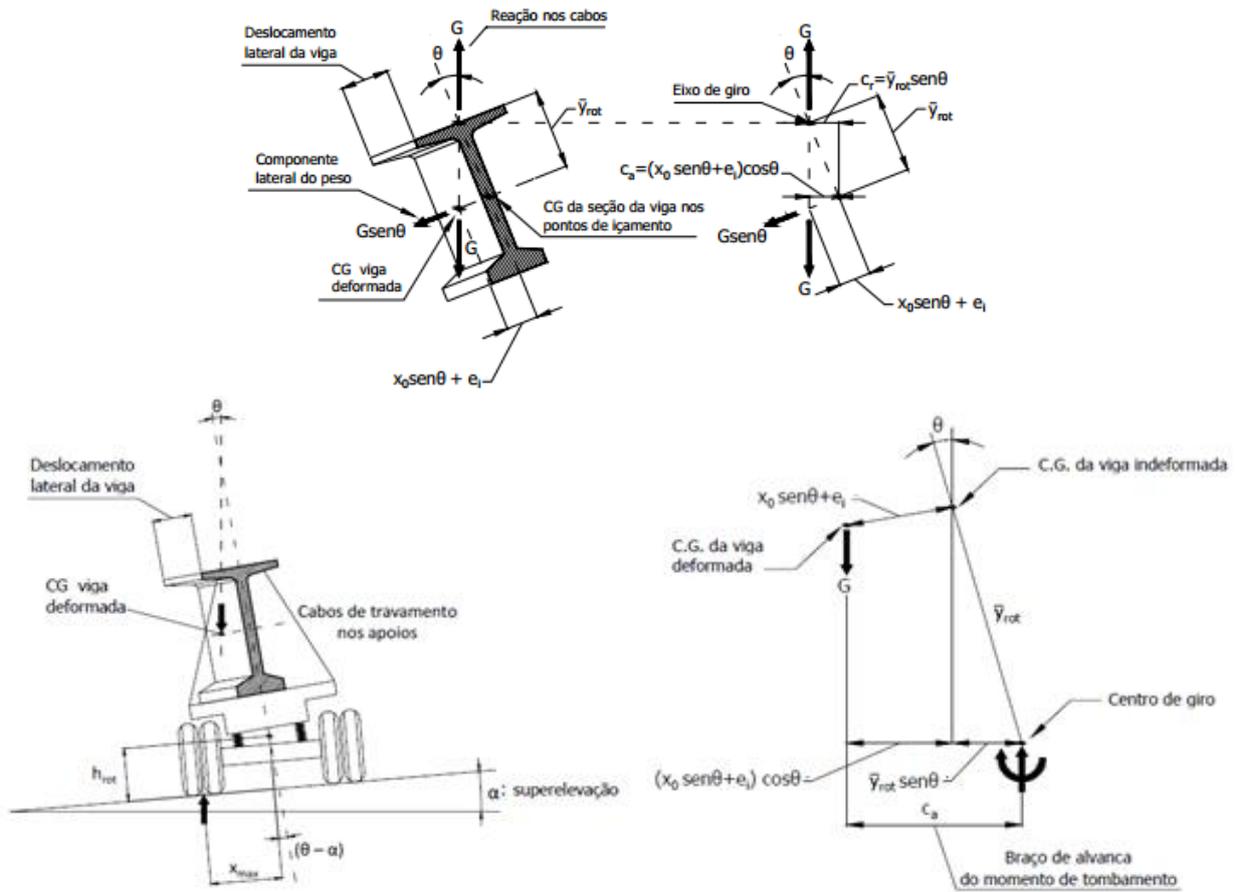


FIGURA 2: Equilíbrio de forças e momentos para situação de içamento (acima) e de transporte (abaixo) [Modificado].  
 FONTE: (KRAHL, 2014).

TABELA 2: Fatores de segurança segundo Mast (1989) e Mast (1993).

Fase Transitória	Fator de Segurança - FS	
	Contra Fissuração	Contra Ruptura
Içamento	$FS_{fiss,i} = \frac{1}{\frac{x_0}{y_{rot}} + \frac{\theta_i}{\theta_{fiss,i}}}$	$FS_{rup,i} = \frac{\theta_{rup,i} y_{rot}}{x_{0,rup} \theta_{rup,i} + e_i}$
Transporte	$FS_{fiss,t} = \frac{r(\theta_{fiss,t} - \alpha)}{x_{0,fiss} \theta_{fiss,t} + e_i + y_{rot} \theta_{fiss,t}}$	$FS_{rup,t} = \frac{r(\theta_{rup,t} - \alpha)}{x_{0,rup} \theta_{rup,t} + e_i + y_{rot} \theta_{rup,t}}$

$x_0$  : é o deslocamento lateral devido ao peso próprio atuando lateralmente;  
 $y_{rot}$  : é a distância entre o centro de gravidade e o eixo de giro;  
 $\theta_i$  : é o ângulo devido às excentricidades iniciais;  
 $\theta_{fiss}$  : é o ângulo em que ocorre a fissuração;  
 $\theta_{rup,i} = \sqrt{\frac{e_i}{2,5 x_0}}$  : é o ângulo de ruptura para içamento;  
 $\theta_{rup,t} = \frac{x_{max} - h_{rot} \alpha}{r} \alpha$  : é o ângulo de ruptura para transporte;  
 $x_{max}$  : é a distância da linha central ao centro dos pneus duplos;  
 $h_{rot}$  : é a altura do eixo de rolamento;  
 $\alpha$  : é a superelevação da via;  
 $x_{0,rup} = x_0 (1 + 2,5 \theta_{rup})$  : é a deflexão de antes da ruptura;  
 $e_i$  : é o valor das excentricidades iniciais;  
 $r$  : é a razão entre a rigidez à torção do apoio elástico (momento que produz rotação unitária), em kNm, e o peso próprio total da viga, em kN.

Mast (1993) define ainda que o fator de segurança contra a fissuração deve ser adotado para a viga caso seja maior que o fator encontrado para a ruptura, já que, nesse caso, a maior segurança da viga ocorre antes da ruptura, que, por sua vez, não ocorre antes da fissuração.

Destaca-se aqui que, a fim de se tornarem os fatores de segurança encontrados comparáveis à verificação realizada pelo método apresentado no item a seguir, determina-se o maior o peso próprio da viga para que seu fator de segurança se iguale à unidade (conceito de carga limite), de forma que a segurança da viga seja dada pela razão entre esse valor e seu peso próprio real.

## 2.2. VERIFICAÇÃO SEGUNDO STRATFORD, BURGOYNE E TAYLOR (1999)

Um pouco diferente do que é proposto por Mast em seus trabalhos, Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) apresentam três situações para as quais as vigas devem ser analisadas: içamento, transporte em caminhão e viga simplesmente apoiada, sendo que os comportamentos de deformação nesses dois últimos casos se assemelham bastante. Apesar disso, como levantado por El Debs (2000) e referenciado na Introdução deste artigo, os casos de instabilidade lateral podem ser analisados sob duas fases transitórias: içamento e transporte. Devido a isso, são levadas em conta, neste trabalho, apenas essas duas situações.

Em Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) é apresentada uma metodologia para que se chegue à carga crítica de instabilidade, por flambagem lateral em regime elástico, suportada pela viga. Essa carga é então comparada ao peso próprio real da viga, sendo a razão  $g_{crit}/g$  o valor que representa o nível de segurança do elemento.

As análises de segurança propostas nesse método são baseadas em simulação

numérica por meio do método dos elementos finitos aliada às hipóteses de Southwell (1932) para que sejam melhor considerados os comportamentos de deformação das vigas.

Com relação à fase de içamento, é considerado que esta é a fase mais crítica, uma vez que os apoios não oferecem quaisquer restrições laterais e que, por isso, as vigas podem apresentar giro em torno de seu eixo longitudinal, fazendo com que parte do peso próprio atue lateralmente, perpendicularmente ao eixo de menor inércia, incorrendo em grandes deformações por flexão simples lateral, para o caso de içamento com cabos a 90°. Além disso, exclusivamente para essa fase, as vigas de concreto correntes apresentam rigidez à torção bastante relevante, de forma que as cargas críticas de flambagem podem ser assumidas independentes da rigidez torcional. Já com relação à fase de transporte, os apoios oferecem restrição parcial ao giro da viga em torno de seu próprio eixo, de forma que o elemento passa a sofrer flexo-torção, fazendo com que a carga crítica de flambagem dependa da rigidez à torção.

Krahl (2014) apresenta expressões de carga de instabilidade ligeiramente diferentes das apresentadas por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), justificando que as expressões apresentadas neste último trabalho são referentes a uma viga perfeita, sem deformações iniciais. Se assim fosse, bastaria então comparar os valores encontrados com os pesos próprios lineares das vigas. Uma explicação mais detalhada sobre as considerações das imperfeições iniciais pode ser encontrada em Borghi e Lisboa (2017).

A segurança da viga nesse método pode ser verificada com as expressões mostradas na Tabela 3.

TABELA 3: Verificação da segurança segunda Stratford, Burgoyne e Taylor (1999).

Item Calculado	Expressões	
	Içamento	Transporte
Carga crítica de flambagem, $g_{crit}$	$g_{crit} = \frac{12 EI_y y_{rot}}{\frac{L^4}{10} - aL^3 + 3a^2 L^2 - 2a^3 L - a^4}$	$g_{crit} = 16,9 \frac{\sqrt{G_t J EI_y}}{L^3}$
Deslocamento lateral total, $\delta_T$	$\delta_T = \frac{\delta_0 \left(1 - \text{sen} \frac{\pi a}{L}\right) + e_c}{1 - \frac{g_{lim}}{g_{crit}}}$	$\delta_T = \frac{\delta_0 \left(1 - \text{sen} \frac{\pi a}{L}\right) + e_c}{1 - \left(\frac{g_{lim}}{g_{crit}}\right)^2}$
Carga de instabilidade, $g_{lim}$	$g_{lim} = g_{crit} - \frac{\delta_0 \left[1 - \text{sen} \left(\frac{\pi a}{L}\right)\right] + e_c}{\frac{g \text{ sen } \theta_{lim}}{384 EI_y} (5L^2 - 20aL - 4a^2) (2a - L)^2}$	$g_{lim} = g_{crit} \sqrt{1 - \frac{\delta_0 \left(1 - \text{sen} \frac{\pi a}{L}\right) + e_c}{\delta_T}}$
Verificação da segurança	$\frac{g_{lim}}{g}$	

$E$  : é o módulo de elasticidade do concreto;

$I_y$  : é o momento de inércia em torno do eixo y;

$y_{rot}$  : é a distância entre o centro de gravidade e o eixo de giro;

$a$  : é a dimensão do balanço da viga;

$L$  : é o vão teórico da viga;

$G_t$  : é o módulo de elasticidade transversal do concreto;

$J$  : é o momento de inércia à torção;

$\delta_0$  : é o deslocamento lateral devido às imperfeições iniciais;

$e_c$  : é o desvio entre os pontos de içamento;

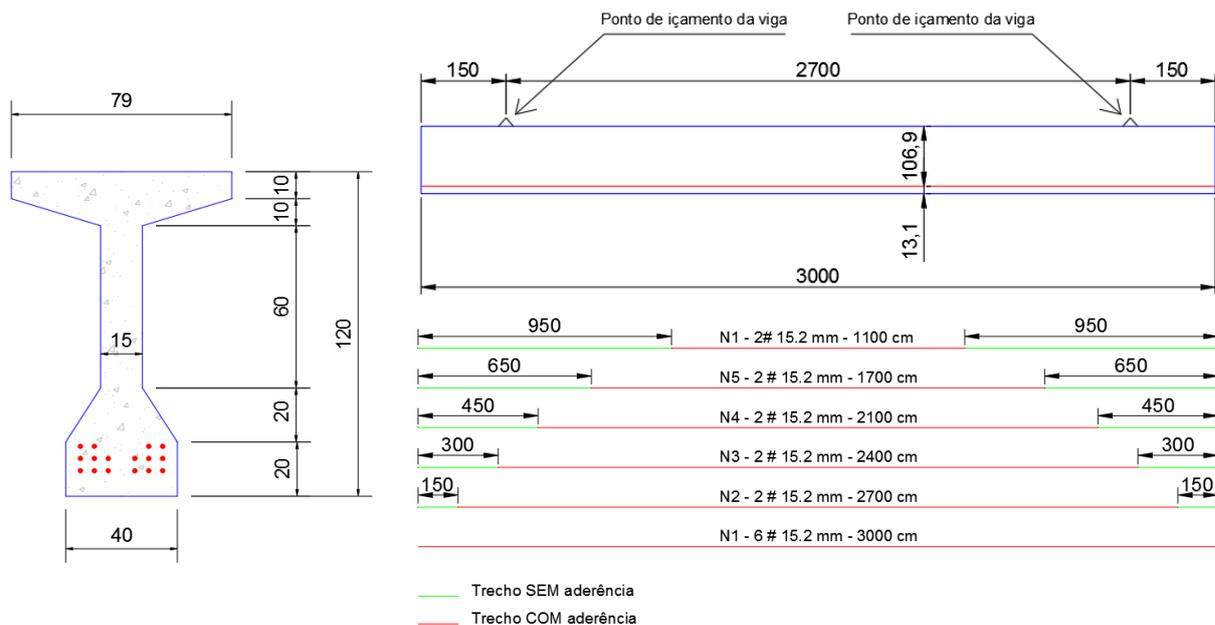
$g$  : é o peso próprio da viga, em kN/m;

$\theta_{lim}$  : é o ângulo de ruptura da viga, que, segundo Krahl (2014), pode ser tomado igual a 23°, ou 0,401 rad, conforme proposto por Mast (1993).

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste tópico, os métodos apresentados no item 2 são aplicados à análise de uma longarina pré-moldada de uma ponte mostrada na Figura 3. Os resultados são mostrados por meio de tabelas, mas explicações detalhadas sobre todos os procedimentos e as considerações realizadas

podem ser verificadas em Borghi e Lisboa (2017). Além disso, a fim de se identificarem as variáveis que têm maior influência sobre os fatores de segurança, aqui também é apresentada uma *Análise de Sensibilidade*, na qual são variados parâmetros relacionados à geometria da viga, aos materiais componentes e aos veículos de transporte.



**FIGURA 3:** Longarina de ponte utilizada no Estudo de Caso: seção transversal, à esquerda; vista longitudinal, acima e à direita; e distribuição dos cabos de protensão (CP 190 RB), abaixo e à direita (dimensões em cm).

### 3.1. AVALIAÇÃO DA SEGURANÇA SEGUNDO OS MÉTODOS ANALÍTICOS

Neste item é realizada a verificação da segurança da viga mostrada na Figura 3 segundo os métodos analíticos apresentados no item 2. Acrescenta-se que são mostrados tanto os resultados obtidos seguindo-se as indicações tal como são originalmente apresentadas nos métodos quanto os obtidos ao se adaptar alguns parâmetros desses métodos ao que é proposto pelas normativas brasileiras quanto ao cálculo: do módulo de elasticidade do concreto; da tolerância de limite construtivo (tomada igual ao limite de linearidade apresentado pela NBR 9062 (ABNT, 2006)); do limite de resistência à tração na flexão; do deslocamento por contra flecha devida à protensão; e das perdas progressivas da força de protensão, que passam a ser tomadas segundo o que é estabelecido no próprio projeto da viga analisada. Na Tabela 4 é mostrado um resumo das modificações introduzidas nos métodos analíticos segundo indicações da NBR 9062 (ABNT, 2006) e da NBR 6118 (ABNT, 2014). Na Tabela 5, para o método de Mast (1993) e Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), é apresentado o resumo da aplicação dos métodos analíticos.

De forma geral, observa-se uma redução da segurança da viga à instabilidade lateral ao se adaptar os modelos analíticos às recomendações das normas brasileiras. Além disso, Mast (1993) recomenda um fator de segurança mínimo igual a 1,0 para a situação de fissuração e igual a 1,5 para a situação de ruptura da viga pré-moldada. Nota-se que esses limites são atendidos para a viga em questão ao se aplicar o método em sua formulação original, como apresentada pelo PCI Bridge Design Manual (PCI, 2003), mas o deixam de ser para a ruptura em içamento quando esse método é adaptado às exigências normativas brasileiras, embora, nesse caso, a segurança seja definida pela fissuração da viga. Porém, o fator de segurança à fissuração nesse caso é reduzido de 1,78 para apenas 1,12 quando o método é adaptado.

O mesmo comportamento acontece com o método proposto por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), contudo a redução da relação  $g_{lim}/g$  tende a ser menor nesse método ao se adaptá-lo às exigências normativas brasileiras. Ressalta-se que, nesse caso, esses autores não sugerem valores limites para a relação  $g_{lim}/g$  de modo a definir a segurança mínima da viga nas fases de içamento e transporte.

TABELA 4: Resumo das adaptações dos métodos analíticos as tolerâncias normativas brasileiras.

Mast		Stratford, Burgoyne e Taylor	
lçamento original	lçamento adaptado	lçamento original	lçamento adaptado
$E = w_c^{1,5} \times 0,043 \sqrt{f_{ck}}$ $e_i = \frac{1,6L}{3,05} c + 6$ $y_{rot,corr} = h - (y_{cg} + 50)$ $f_r = 0,62 \lambda \sqrt{f_{ck}}$	$E = \alpha_E \times 5600 \sqrt{f_{ck}}$ $e_i = \frac{L}{1000} c + 15$ $y_{rot,corr} = h - (y_{cg} + \frac{L}{1000})$ $f_r = 0,273 f_{ck}^{2/3}$	$E = w_c^{1,5} \times 0,043 \sqrt{f_{ck}}$ $\delta_0 = \frac{3,2L}{3,05}$ $e_c = 6mm$	$E = \alpha_E \times 5600 \sqrt{f_{ck}}$ $\delta_0 = \frac{L}{1000}$ $e_c = 15mm$
Transporte original	Transporte adaptado	Transporte original	Transporte adaptado
$E = w_c^{1,5} \times 0,043 \sqrt{f_{ck}}$ $e_i = \frac{3,2L}{3,05} c + 25,4$ $y_{rot,corr} = 1,02(h_{cg} - h_{rot})$	$E = \alpha_E \times 5600 \sqrt{f_{ck}}$ $e_i = \frac{L}{1000} c + 25,4$ $y_{rot,corr} = \frac{L}{300} + (h_{cg} - h_{rot})$	$E = w_c^{1,5} \times 0,043 \sqrt{f_{ck}}$ $G_c = 0,4Ecs$ $\delta_0 = \frac{3,2L}{3,05}$	$E = 0,9E_{ci}$ $G_c = \frac{E_{cs}}{2,4}$ $\delta_0 = \frac{3,2L}{3,05}$

TABELA 5: Resumo das verificações realizadas pelos métodos de Mast e Stratford, Burgoyne e Taylor.

Mast		Stratford, Burgoyne e Taylor	
lçamento original	lçamento adaptado	lçamento original	lçamento adaptado
$E_{ci} = 28442 MPa$ $e_i = 0,0135m$ $y_{rot,cor} = 0,5021m$ $f_r = 3,28 MPa$ $FS_{fiss} = 1,78$ $FS_{rup} = 1,56$	$E_{ci} = 26669 MPa$ $e_i = 0,0293m$ $y_{rot,cor} = 0,5221m$ $f_r = 2,52 MPa$ $FS_{fiss} = 1,12$ $FS_{rup} = 1,27$	$g_{crit} = 25,98 kN/m$ $\delta_c = 0,0315m$ $e_c = 0,006m$ $g_{lim} = 25,70 kN/m$ $g_{lim}/g = 2,93$	$g_{crit} = 25,33 kN/m$ $\delta_c = 0,0300m$ $e_c = 0,015m$ $g_{lim} = 25,01 kN/m$ $g_{lim}/g = 2,85$
Transporte original	Transporte adaptado	Transporte original	Transporte adaptado
$y_{rot,cor} = 1,8879m$ $e_i = 0,0404m$ $FS_{fiss} = 4,23$ $FS_{rup} = 3,27$	$y_{rot,cor} = 1,9509m$ $e_i = 0,0397m$ $FS_{fiss} = 3,88$ $FS_{rup} = 3,19$	$G_t = 13598 MPa$ $g_{crit} = 67,39 kN/m$ $\delta_0 = 0,0315m$ $e_c = 0,0254m$ $\delta_t = 0,4210m$ $g_{lim} = 63,09 kN/m$ $g_{lim}/g = 7,19$	$G_t = 11953 MPa$ $g_{crit} = 61,18 kN/m$ $\delta_0 = 0,0300m$ $e_c = 0,0254m$ $\delta_t = 0,4153m$ $g_{lim} = 57,33 kN/m$ $g_{lim}/g = 6,53$

### 3.2. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A fim de se conhecerem quais as variáveis têm maior influência sobre os fatores de segurança resultantes dos métodos apresentados, neste item são realizadas análises tanto para a fase de lçamento quanto para a fase de transporte. Essas análises levam em conta tanto os valores originais de tolerâncias construtivas e de módulo de elasticidade do concreto, por exemplo, propostos pelos métodos,

como a interferência decorrente da adaptação desses valores à forma como são propostos pelas normas brasileiras NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 9062 (ABNT, 2006). Acrescenta-se ainda que, a fim de se avaliarem as alterações nas verificações de segurança, os parâmetros foram variados em  $\pm 5\%$  e  $\pm 10\%$  em torno do valor original de projeto da viga ou de recomendações dos métodos de forma a se gerarem novos valores do fator de segurança.

### 3.2.1. Fase de içamento

As análises seguintes avaliam, para os métodos propostos por Mast (1993) e Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), para a fase de içamento, a sensibilidade do fator de segurança da viga às seguintes variações: dimensão do balanço; tolerância de desvios construtivos; e resistência à tração na flexão do concreto. Tomando-se a verificação por Mast (1993), a segurança para esta viga na fase de içamento é determinada pelo fator de segurança contra a fissuração. Assim, em se tratando desse método, as análises seguintes são realizadas apenas para a verificação da segurança contra a fissuração.

#### 3.2.1.1. Variação do comprimento do balanço

El Debs (2000) indica a utilização de balanços a fim de se aumentar a segurança à instabilidade lateral de vigas durante o içamento. No entanto, ressalta que tal artifício tem alcance limitado em elementos de concreto protendido, já que nos balanços passam a ser necessários momentos fletores positivos para que haja equilíbrio com os esforços de momento negativo gerados pela força de protensão. Assim, a exemplo do que é realizado em Borghi e Lisboa (2017) e adicionalmente ao que é proposto pelos métodos de Mast (1993) e de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), é realizada uma análise complementar quanto às tensões de tração que surgem nas seções dos apoios, verificando se esses esforços ultrapassam ou não o valor que pode ser resistido pelo concreto sem que haja fissuração. Dessa forma, a variação do comprimento do balanço aqui fica restrita às situações em que não ocorre a fissuração das fibras superiores da seção transversal da viga sobre os apoios. Para tanto, foram consideradas a alteração da força de protensão devida aos trechos sem aderência dos cabos de protensão, que podem ser observados na Figura 3. A aplicação dos métodos apresentados,

no entanto, continua se dando em relação à seção mais crítica, que, para o caso apresentado, é a do meio do vão.

Na Figura 4 são mostrados os gráficos que demonstram a relação *Fatores de Segurança versus Comprimento do Balanço*, tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras. Nota-se um aumento linear da segurança da viga contra a instabilidade lateral com o aumento do comprimento do balanço, apesar de esse aumento ser limitado pelo máximo comprimento possível para não ocorrer a fissuração da viga sobre os apoios.

Levanta-se aqui que, exclusivamente para os valores adaptados e para os dois maiores balanços (1,575 e 1,650 m), apesar de se ter chegado a fatores de segurança superiores aos recomendados pelos métodos, as tensões de tração na fibra superior da viga nas seções sobre os apoios são maiores que o valor admitido pelo concreto. Pelo que propõem os métodos, esse valor corresponde ao “módulo de ruptura” do ACI 318 (ACI, 2008). Levando em consideração os valores adaptados, no entanto, esse valor se refere à tensão correspondente ao momento de fissuração, calculado pelo item 17.3.1 da ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014). Neste sentido, apesar de a verificação através dos métodos garantir a segurança da viga, a norma brasileira admite valores significativamente menores para a tração na flexão quando comparada à proposta internacional, fazendo com que, teoricamente, a viga não esteja segura contra a fissuração.

Por fim, destaca-se aqui que a principal causa da redução dos fatores de segurança para os valores adaptados é o limite de desvio construtivo. Se fossem tomadas apenas as indicações dos métodos para este parâmetro, mantendo-se adaptados os demais parâmetros, as avaliações de segurança originais e adaptadas seriam bem próximas.

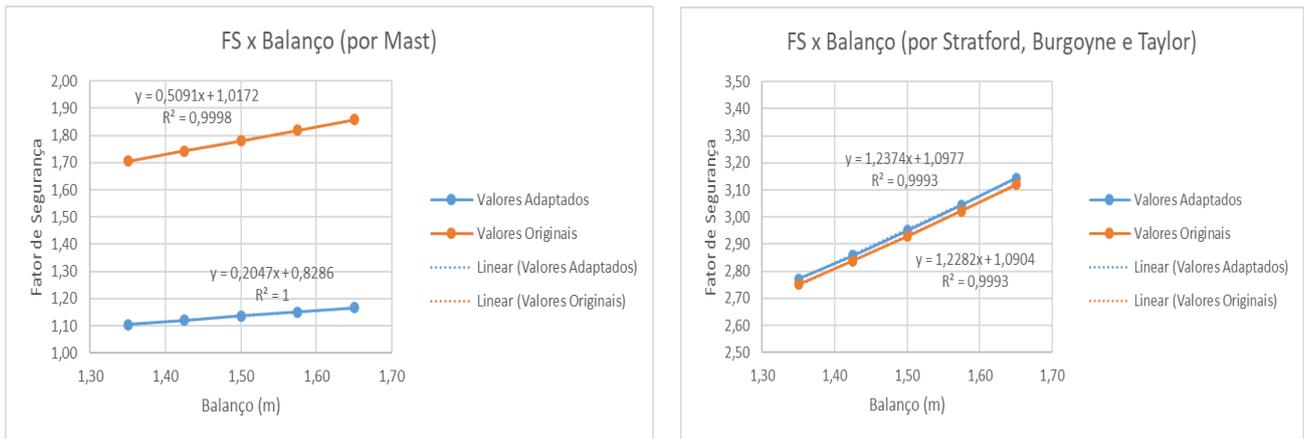


FIGURA 4: Fatores de Segurança versus Comprimento dos balanços.

3.2.1.2. Variação da tolerância de desvio construtivo

Na Figura 5 são mostrados os gráficos que demonstram a relação *Fatores de Segurança versus Tolerância quanto ao desvio construtivo*, obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.

Observa-se uma redução linear do fator de segurança com o aumento das tolerâncias para os desvios construtivos, sendo essa redução pequena em função da variação adotada para as tolerâncias. Além disso, o fator de segurança, neste caso, se mostra menos suscetível

que a variação do comprimento do balanço.

3.2.1.3. Variação da resistência à tração na flexão do concreto

Na Figura 6 são apresentados os gráficos que mostram a relação *Fatores de Segurança versus Resistência à tração na flexão do concreto*, obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras. Aqui, no entanto, a avaliação é feita apenas para o método proposto por Mast (1993), uma vez que a alteração deste parâmetro não afeta os resultados pelo método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999).

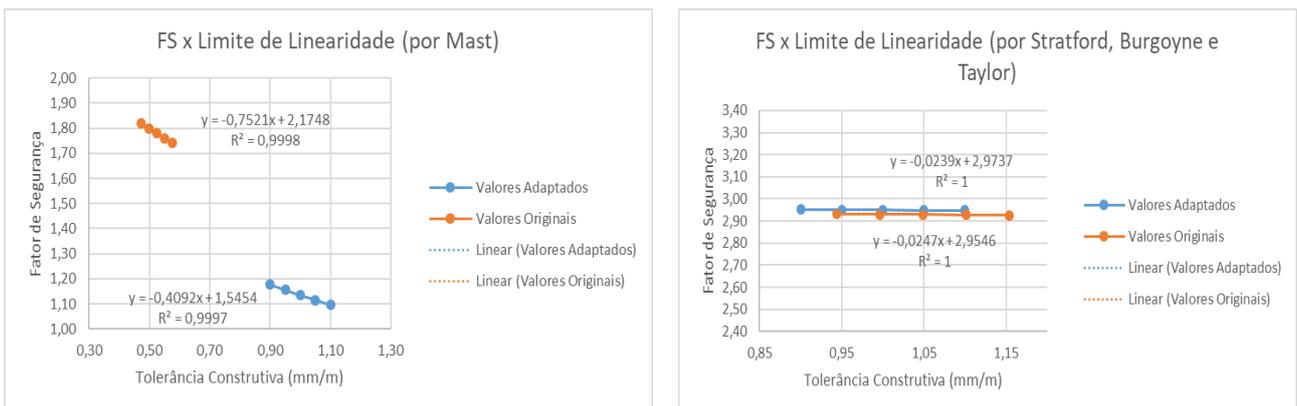


FIGURA 5: Fatores de Segurança versus Tolerância de desvio construtivo.

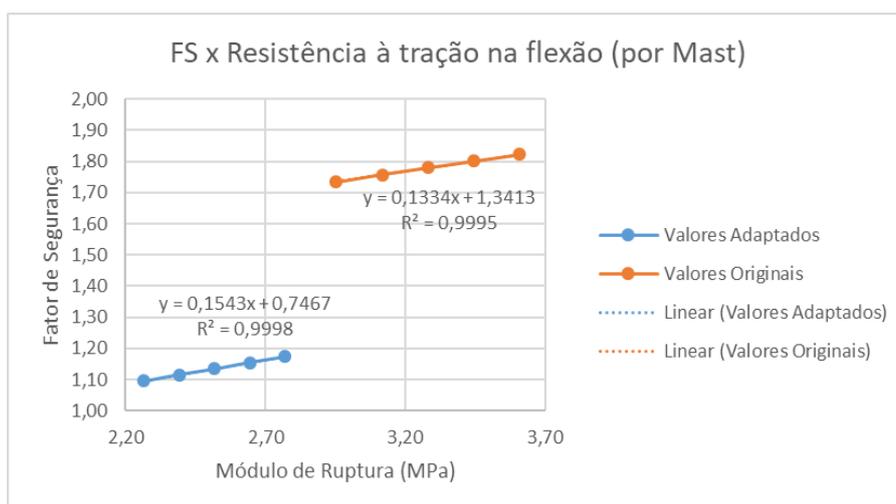


FIGURA 6: Fatores de Segurança versus Resistência à tração na flexão do concreto.

Nota-se um aumento do fator de segurança com o aumento da resistência à tração na flexão do concreto. Neste caso, o fator de segurança sofre menor influência que o observado tanto para a variação do comprimento do balanço quanto para a variação das tolerâncias construtivas, sendo essa influência dada pelo coeficiente angular das linhas de tendência traçadas. Neste sentido, observa-se que a segurança por Mast (1993) é mais afetada pelos desvios iniciais, enquanto por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) a variação nos balanços tem maior relevância.

Exceto pelos valores centrais de 3,28 MPa, conforme ACI 318 (ACI, 2008), e de 2,52 MPa, segundo a ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), obtidos para um concreto com  $f_{ck} = 28$  MPa, os demais valores, que foram variados em  $\pm 5\%$  e  $\pm 10\%$  em torno dos valores originais, não seguem nenhuma indicação normativa. Ainda assim, a viga se mostrou segura nas avaliações pelos métodos, tanto pelas recomendações internacionais quanto pelas nacionais (isto é,  $FS > 1,0$ ). Adicionalmente, destaca-se que para os balanços de 1,575 e 1,650 m, casos em que a viga não se mostra segura para os valores adaptados, como apresentado no item 3.2.1, esse inconveniente seria contornado caso os limites admitidos pela norma brasileira para a resistência à tração na flexão fossem 5 e 10% maiores, respectivamente.

### 3.2.2. Fase de transporte

A exemplo do que foi feito para a fase de içamento, aqui é avaliada a sensibilidade da segurança da viga pelos métodos de Mast (1993) e de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) para as seguintes variações: comprimento do balanço; tolerância de desvio construtivo; resistência à tração na flexão do concreto; e dimensões do veículo de transporte referentes tanto à distância entre a face de apoio da viga e o eixo de rolamento quanto à distância entre o eixo longitudinal do reboque e o eixo entre as rodas duplas.

Destaca-se aqui que, diferentemente do que foi notado na análise da fase de içamento por meio do método de Mast (1993), esta viga tem sua segurança determinada pelo fator de segurança à ruptura/tombamento, o que implica em que as análises sejam realizadas considerando a segurança na ruptura.

#### 3.2.2.1. Variação do comprimento do balanço

A exemplo do que foi realizado na fase de içamento, aqui também é feita uma verificação adicional quanto à capacidade de o concreto resistir, sem fissurar, aos esforços de tração gerados nos pontos de apoio. Além disso, os trechos sem aderência dos cabos de protensão, apresentados na Figura 3, foram levados em conta quando da consideração da força de protensão.

Na Figura 7 seguem gráficos que

mostram a relação *Fatores de Segurança versus Dimensão do Balanço*, obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.

Analogamente ao que ocorre na situação de içamento, a variação da força de protensão não interfere nos fatores de segurança calculados pelo método de Stratford, Burgoyne e Taylor. Além disso, nota-se que, pelo método de Mast (1993), o fator de segurança aumenta com o aumento do comprimento do balanço.

Ao se avaliar qual o parâmetro responsável pelas variações mais expressivas nos fatores de segurança originais e adaptados, percebe-se que são diferentes para cada método. Por Mast (1993), a diminuição dos fatores de segurança se deve principalmente à consideração de correção do *yrot*, distância do centro de

gravidade da viga ao eixo de giro. Enquanto o método original propõe que *yrot, corrigido* seja igual a *yrot* acrescido de 2%, a ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006) prevê uma contraflecha devida à protensão igual a  $L/300$ , valor este adotado na verificação adaptada. Já por Stratford Burgoyne e Taylor (1999), as diferenças se devem principalmente aos módulos de elasticidade,  $E$  e  $Gt$ , menores pela normatização brasileira, o que termina por aumentar os deslocamentos iniciais considerados.

### 3.2.2.2. Variação da tolerância de desvio construtivo

Na Figura 8 são apresentados os gráficos da relação *Fatores de Segurança versus Tolerância quanto ao desvio construtivo* obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.

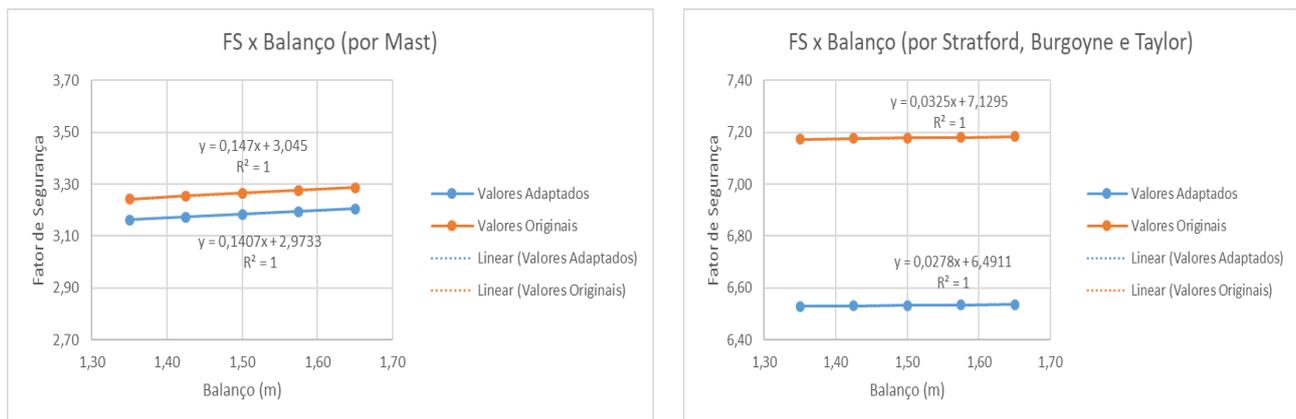


FIGURA 7: Fatores de Segurança versus Dimensão dos balanços.

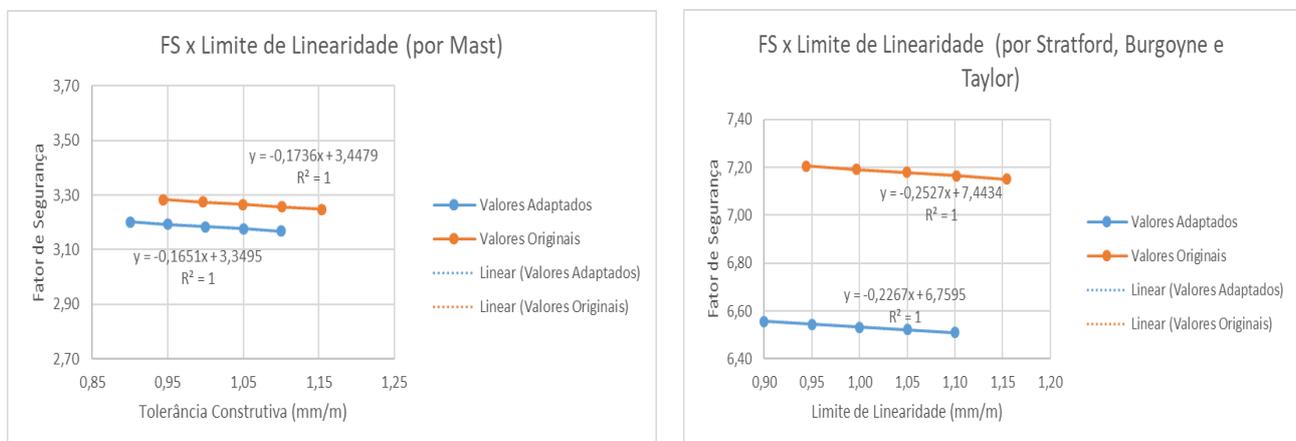


FIGURA 8: Fatores de Segurança versus Tolerância de desvio construtivo.

Observa-se a redução do fator de segurança com o aumento das tolerâncias construtivas. No entanto, a influência dessa variável é equivalente àquela pela variação do comprimento do balanço. Dessa forma, vê-se que a segurança na fase de transporte sofre maior influência das tolerâncias construtivas do que aquela observada para a fase de içamento.

Destaca-se aqui, no entanto, que as excentricidades iniciais dadas pelos métodos originais acabam que por serem ligeiramente maiores que aquelas indicadas pelas normas nacionais. Isso porque os valores obtidos pela relação  $L/1000$  são menores que os 3,2 mm para cada 3,05 m de viga recomendados por ambos os métodos internacionais. Mesmo assim, os métodos adaptados fornecem fatores de segurança menores, o que indica que outras variáveis são responsáveis pela redução do fator de segurança nos métodos adaptados às normativas brasileiras.

### 3.2.2.3. Variação da distância entre a face de apoio da viga e o eixo de rolamento

Ao se considerar que os fatores de segurança mostrados no item 3.1 deste trabalho levam em conta apenas as indicações dos métodos originais para as dimensões dos veículos utilizados para transporte, torna-se interessante a análise da sensibilidade da segurança a esses valores. Assim, neste item, a segurança da viga é avaliada ao se variar a distância entre a face inferior da viga e o eixo de rolamento do veículo.

Na Figura 9 são apresentados gráficos que mostram a relação *Fatores de Segurança versus Distância entre face inferior da viga e o eixo de rolamento do veículo* obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras. No gráfico que segue, diferentemente do que foi realizado para os demais parâmetros, que foram variados em  $\pm 5\%$  e  $\pm 10\%$ , optou-se por se utilizarem, além do valor indicado pelo método de Mast (1993), ou seja, 1203 mm, as dimensões de 600, 700, 800 e 900 mm, por se julgar a indicação original fora dos padrões mais comumente encontrados na realidade brasileira.

Nota-se que o método de Mast (1993) apresenta maiores valores para o fator de segurança com a redução da distância entre face inferior da viga e o eixo de rolamento do veículo. Por outro lado, o método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) praticamente não é influenciado, apresentando ligeiro aumento do fator de segurança com o aumento do valor dessa variável. Esse não seria um comportamento esperado para a situação real de transporte.

### 3.2.2.4. Variação da resistência do concreto à tração na flexão

A seguir, na Figura 10, são apresentados os gráficos que mostram a relação *Fatores de Segurança versus Resistência à tração na flexão do concreto* obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.

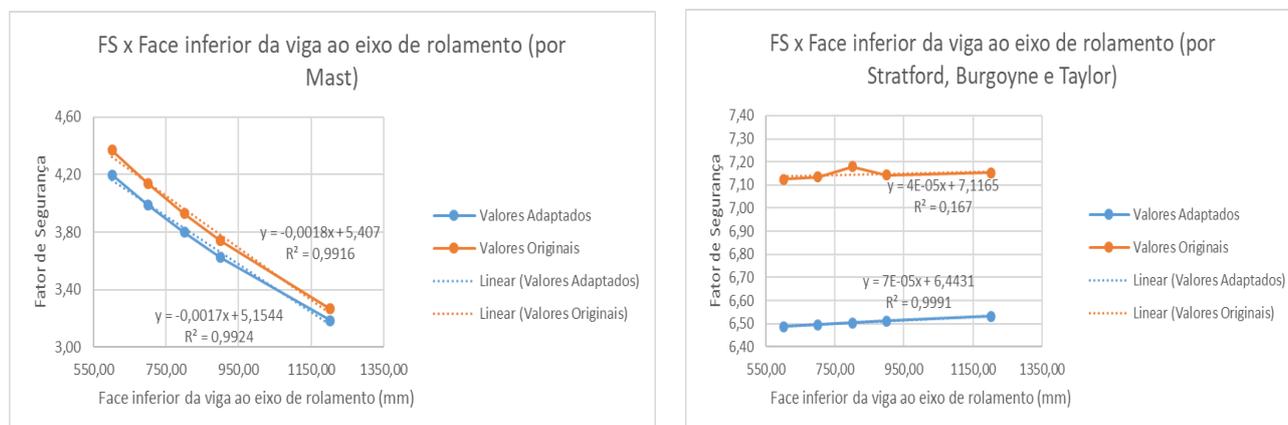


FIGURA 9: Fatores de Segurança versus Distância entre face inferior da viga e eixo de rolamento do veículo.

A exemplo do que foi feito para a situação de içamento, por não alterar os resultados obtidos pelo método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) este parâmetro tem sua influência avaliada apenas para o método de Mast (1993). Além disso, apesar de a segurança desta viga ser determinada pela situação de ruptura/tombamento, a relevância deste parâmetro só pode ser avaliada quanto à segurança contra a fissuração. Assim sendo, exclusivamente aqui para a fase de transporte, altera-se o fator de segurança para a situação de fissuração.

Nota-se que este é o único caso em que o método adaptado apresenta fatores de segurança maiores que o método original. Isso mostra que essa variável não tem influência na segurança da viga, já que a sua segurança é definida pela situação de tombamento da viga.

### 3.2.2.5. Variação da distância entre o eixo longitudinal do reboque e o eixo entre as rodas duplas

Aqui a segurança da viga tem sua sensibilidade avaliada admitindo o transporte realizado em veículos com diferentes dimensões entre o eixo longitudinal e o eixo entre suas rodas duplas.

Diferentemente do que foi feito quando da variação da distância entre a face inferior da viga e o eixo de rolamento do veículo, aqui optou-se por se variar o valor indicado pelo método de Mast (1993) em  $\pm 5\%$  e  $\pm 10\%$ , já que aqui o intervalo de valores resultante se adequa bem ao que é mais comumente encontrado nos veículos do tipo no Brasil. Neste sentido, e sabendo-se que essa variação somente interfere na segurança à ruptura/tombamento avaliada através do método de Mast (1993), apresenta-se na Figura 11 o gráfico que relaciona os *Fatores de Segurança versus Distância entre o eixo longitudinal do reboque e o eixo entre as rodas duplas*, obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.

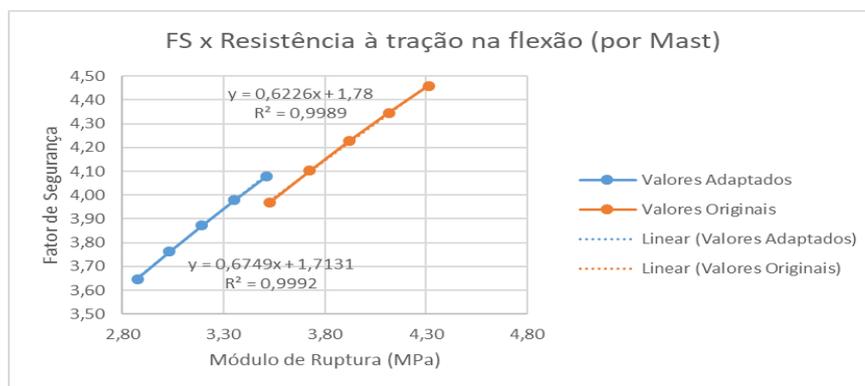


FIGURA 10: Fatores de Segurança versus Resistência do concreto à tração na flexão.

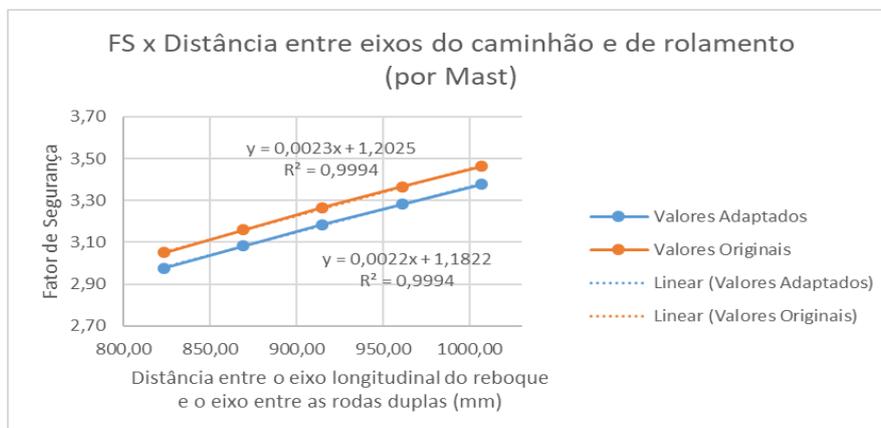


FIGURA 11: Fatores de Segurança versus Distância entre o eixo longitudinal do caminhão e o eixo entre as rodas duplas.

Nota-se que o fator de segurança aumenta com o aumento da distância entre o eixo longitudinal do caminhão e o eixo entre as rodas duplas, já que se conta com um maior braço de momento resistente e, conseqüentemente, maior dificuldade para o tombamento da viga; entretanto, esse aumento do fator de segurança é pequeno. A maior influência nos fatores de segurança na fase de transporte (ruína por tombamento) parece ser devida às tolerâncias de desvio construtivo, seguida da variação do comprimento do balanço. A exemplo do que foi feito para a fase de içamento, essa influência é avaliada através do coeficiente angular das linhas de tendência traçadas. Assim, acredita-se que a principal variável a ser controlada na fase de transporte deve ser a tolerância dos desvios construtivos durante a fabricação da viga.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, foram utilizados dois métodos bastante distintos. Enquanto Mast (1989) e Mast (1993) propõem verificações mais simplificadas por meio de equilíbrio de forças e momentos, Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) apresentam uma metodologia baseada em verificação de instabilidade por flambagem lateral, implementada computacionalmente por análise em elementos finitos. Apesar de o primeiro método parecer menos rebuscado, no entanto, traz algumas considerações não levantadas pelo segundo, como quanto às dimensões laterais do veículo de transporte e da superelevação das vias, por exemplo. Além disso, o método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) não sofre influência da força de protensão, o que, em um caso real, vem a influenciar negativamente na carga crítica de flambagem dado o aumento da força normal de compressão, como é levantado por El Debs (2000) com relação ao efeito de cabos inclinados em situações de içamento. Verificações adicionais quanto às tensões de tração que surgem nas seções dos balanços e que não são consideradas por nenhum dos dois métodos apresentados são

mostradas em Borghi e Lisboa (2017).

Tomando como base a Análise de Sensibilidade deste artigo e com relação à diminuição dos fatores de segurança observada quando de suas adaptações às normativas brasileiras para a situação de içamento, verificações mais satisfatórias seriam conseguidas caso as tolerâncias nacionais quanto aos desvios construtivos fossem mais restritivas, uma vez que, para a verificação adaptada, tomando-se como valores originais apenas essas tolerâncias, propostas inclusive pelo *PCI Bridge Design Manual* (PCI, 2003), por exemplo, é percebida uma significativa melhora para os fatores de segurança adaptados.

Com relação à consideração brasileira de limite de resistência à tração na flexão, observa-se que os menores valores encontrados através das indicações normativas brasileiras prejudicam bastante as verificações de segurança à instabilidade lateral quando comparados aos propostos por normas internacionais, sendo essa diferença suficiente para reduzir os fatores de segurança a valores inferiores aos mínimos indicados.

Já com relação à fase de transporte, constata-se que a indicação brasileira mais prejudicial à verificação de segurança é o limite de deformação por contraflecha permitido. Para que se garanta a segurança na fase transitória de transporte indica-se reduzir a contraflecha permitida nas vigas, o que pode ser conseguido, por exemplo, com a realização de protensão nas fibras superiores.

Por fim, caso uma eventual avaliação de uma viga para fases transitórias indique o não atendimento à segurança quanto à estabilidade lateral, recomenda-se aqui a adoção de balanços como uma alternativa mais simples de ser executada e eficaz no sentido de se contornar esse problema. Deve-se atentar, no entanto, para que seja realizada também a verificação quanto às tensões de tração no concreto na seção do ponto de içamento, proposta por Borghi e Lisboa (2017).

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014, 238p.
- ABNT: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062: **Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 1958, 36p.
- ABNT: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062: **Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2006, 59p.
- ABNT: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062: **Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2017, 86p.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION, BS 8110. **Structural use of concrete. Part 1: Code of practice for design and construction**, London, 1997.
- BORGHI, G.B.; LISBOA, G.P. **Verificação da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto em fases transitórias**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil). Escola de Engenharia Civil e Ambiental – UFG, Goiânia, GO, 2017.
- BORGHI, G.B.; LISBOA, G.P.; ARAÚJO, D.L. Verificação da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto em fases transitórias. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, Bento Gonçalves – RS. **Anais do 59º Congresso Brasileiro do Concreto**. Rio Grande do Sul: CBC2017, Outubro-Novembro, 2017. Cód.: 59CBC1569, 16 p.
- EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2000.
- EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION (2004). **Eurocode 2: Design of Concrete Structures: Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**. British Standards Institution, 2004.
- KRAHL, P. A. **Instabilidade lateral de vigas pré-moldadas em situações transitórias**. 2014. 209 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Escola de Engenharia de São Carlos – USP, São Carlos, SP, 2014.
- LIMA, M. C. V. **Instabilidade lateral das vigas pré-moldadas em regime de serviço e durante a fase transitória**. 1995. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Escola de Engenharia de São Carlos – USP, São Carlos, SP, 1995.
- MAST, R. F. Lateral stability of long prestressed concrete beams – Part 1. **PCI JOURNAL**, p. 34 - 53, 1989.
- MAST, R. F. Lateral stability of long prestressed concrete beams – Part 2. **PCI JOURNAL**, p. 70 - 88, 1993.
- PCI: PRECAST, PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **Bridge Design: Precast, Prestressed Concrete Bridges – The High Performance Solution**. Chicago, IL: Precast, Prestressed Concrete Institute, 2003.
- STRATFORD, T. J.; BURGOYNE, C. J.; TAYLOR, H. P. J. Stability design of long precast concrete beams. **Proceedings of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 134, n. 2, p. 159-168, 1999.
- STRATFORD, T. J.; BURGOYNE, C. J. Lateral stability of long precast concrete beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 124, n. 2, p. 169–80, 1999.
- SOUTHWELL, R. V. **On the analysis of experimental observations in problems of elastic stability**. *In*: Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society, 1932. p. 601-616.
- SOUSA, É. A.; LIMA, M. C. V. **Instabilidade lateral de vigas pré-moldadas durante a fase de içamento**. 2009. 10 f. Artigo de iniciação científica. Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2009.