

VALIDAÇÃO DA EXPRESSÃO APROXIMADA DA RIGIDEZ SECANTE ADIMENSIONAL (KAPPA) PARA CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA

Validation of non-dimensional secant stiffness (kappa) approximated expression for high strength concrete

Gustavo Licht Fortes¹, João Carlos Della Bella², Ricardo Leopoldo e Silva França³

Recebido em 20 de julho de 2017; aceito em 12 de dezembro de 2018; disponível on-line em 03 de maio de 2018.



PALAVRAS CHAVE:

Pilares de concreto armado;
Efeitos de segunda ordem;
Rigidez secante adimensional;
Momento-curvatura;
Método do Pilar-Padrão;

KEYWORDS:

Reinforced concrete columns;
Slender columns design;
Second-order effects;
Slender columns rigidity;
Load-moment curve.

RESUMO: Concretos de alta resistência (CAR) estão inseridos no grupo II de resistência e possuem f_{ck} superior a 50 MPa. Eles possuem curvas tensão-deformação com limites distintos daqueles convencionados como concretos de resistência normal. Por isso, o uso da rigidez secante adimensional apresentada pela norma brasileira de concreto armado – NBR6118 (ABNT, 2014) – necessita de validação para CAR. Para essa validação da expressão que consta na norma brasileira para CAR, foram analisadas disposições de armadura consideradas mais desfavoráveis para a resistência (altos valores de d'/h), com várias taxas mecânicas de armadura. Foram comparados os momentos máximos de 1ª ordem que poderiam ser aplicados na seção caso se considerasse a rigidez kappa a partir do diagrama momento-curvatura, com aqueles momentos obtidos considerando a rigidez kappa aproximada por expressão normativa. Em apenas 4,26% dos 5.840 casos analisados, o valor K aproximado resultou maior que o valor K real. A maior diferença entre os valores de máximos momentos de primeira ordem obtidos por meio da rigidez adimensional real e aproximada foi de 7,27%, o que pode ser considerado aceitável. Dessa forma a expressão aproximada da rigidez kappa prescrita pela NBR6118 (ABNT, 2014) também é válida para CAR.

ABSTRACT: High strength concretes (HSC) are presented in group II of resistance and have compression strength greater than 50 MPa at 28 days. They have stress-strain curves with different limits from those referred as normal resistance concretes. Therefore, the use of the non-dimensional secant stiffness presented by the Brazilian Code of Reinforced Concrete - NBR6118 (ABNT, 2014) - needs validation for HSC. Unfavorable dispositions of steel bar reinforcement (high values of d'/h), with a several mechanical rates of reinforcement, were analyzed for validation of the expression that appears in the Brazilian Code for HSC. It was compared the maximum moment of 1st order that could be applied in the section if the kappa stiffness was considered from the moment-curvature diagram, with those moments obtained with the normative expression for kappa stiffness. The approximate value was greater than the real value in only 4.26% of the 5840 cases analyzed. The greatest difference between the values of maximum first-order moments obtained by the real and the approximate non-dimensional stiffness was 7.27%, which can be considered acceptable. Thus the approximate expression of the kappa stiffness prescribed by NBR6118 (ABNT, 2014) is also valid for HSC.

* Contato com os autores:

¹e-mail: glfortes90@gmail.com (G. L. Fortes)
Engenheiro Civil, Mestrando em Engenharia de Estruturas, EPUSP-USP.

²e-mail: dbella@usp.br (J. C. Della Bella)
Engenheiro Civil, Prof. Dr. na EPUSP-USP.

³e-mail: ricardo.franca@fa.eng.br (R. L e S. França)
Engenheiro Civil, Dr., Diretor da França & Associados Projetos Estruturais.

1. INTRODUÇÃO

Desde a construção do MASP, em 1968, o uso de concretos de alta resistência (CAR) tem se difundido no Brasil, principalmente em elementos submetidos predominantemente à compressão. Concretos com resistência característica à compressão aos 28 dias (f_{ck}) superior a 50 MPa possibilitam a construção de edifícios mais altos ou de pontes mais arrojadas. Algumas obras brasileiras destacam-se como as construções do edifício e-Tower (SP) – com uso de concreto com f_{ck} superior a 100 MPa; do Centro Empresarial Previnor (BA) e do Evolution Tower (PR) – ambas edificações utilizaram concreto com f_{ck} superior a 60 MPa. No âmbito internacional, foi utilizado concreto com f_{ck} superior a 70 MPa nas torres Burj Dubai (Emirados Árabes Unidos) e Taipei 101 (Taiwan). A norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014), que trata dos procedimentos para projeto de estruturas de concreto armado, foi atualizada em 2014 e foram incluídos os preceitos para o uso de concretos de resistência até 90 MPa.

O comportamento do CAR quando submetido a esforços de compressão é distinto do comportamento dos concretos de resistência normal. Além das diferenças na curva tensão-deformação entre os dois tipos de concreto, o menor limite de deformação do CAR pode levar a problemas decorrentes da instabilidade mais facilmente do que ocorre nos pilares de concretos com resistência normal, segundo Aguiar (2000).

Para a análise aproximada dos efeitos locais de segunda ordem em pilares retangulares de concreto armado, foi proposta por França (1991) uma expressão aproximada da rigidez secante adimensional κ (kappa), a partir dos estudos desenvolvidos para a linearização do diagrama Momento-Normal-Curvatura. Os esforços solicitantes, já majorados pelos efeitos de 2ª ordem podem, então, ser obtidos a partir do Método do pilar-padrão com a rigidez do pilar dada pela rigidez secante adimensional aproximada.

Uma extensa avaliação do uso da rigidez secante adimensional κ para o dimensionamento dos pilares com concretos de resistência até

50 MPa foi feita por Oliveira (2004). Todavia, a literatura ainda carece de estudos a respeito da validade do uso da rigidez κ para CAR.

2. OBJETIVO

O presente trabalho objetiva validar a expressão aproximada da rigidez secante adimensional (κ –kappa) para o cálculo de pilares retangulares de concreto de alta resistência. Para tanto, serão feitas comparações entre os pares (Normal-Momento) resistentes, obtidos por dois processos. O primeiro processo consiste no cálculo dos efeitos de segunda ordem a partir da rigidez secante real, e o segundo consiste no cálculo dos efeitos de 2ª ordem a partir da expressão aproximada da rigidez secante.

Serão avaliadas as diferenças obtidas na determinação do par Normal-Momento resistente ao se utilizar o segundo processo em detrimento do primeiro.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 EFEITOS LOCAIS DE SEGUNDA ORDEM E O PARÂMETRO KAPPA

Os efeitos locais de segunda ordem em pilares retangulares podem ser representados por meio do Método do Pilar-Padrão. A curvatura do pilar é considerada uma senóide após a deformação. Com essa consideração, o momento total, já considerando os efeitos de segunda ordem, é dado pela Equação 1:

$$M_{d,tot} = M_{1d} + \frac{le^2}{\pi^2} \cdot N_d \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \quad [\text{Eq. 1}]$$

Sendo:

M_{1d} = maior momento de cálculo do pilar, em módulo;

le = comprimento efetivo do pilar;

N_d = força normal de cálculo;

$(1/r)$ = Curvatura do pilar no ponto.

Torrico (2010) ensaiou pilares esbeltos de CAR e concluiu que a deformada final do pilar aproximava-se de uma senóide, o que justifica o uso do Método do Pilar-Padrão.

Considerando, então, o concreto armado como um material elástico linear pode-se fazer a aproximação $(1/r) = v'' = M_{d,tot}/EI$.

A partir dessa aproximação e considerando $\pi^2 \approx 10$, a Equação 1 torna-se a Equação 2.

$$M_{d,tot} = M_{1d} \left(\frac{1}{1 - \frac{10 \cdot N_d}{EI}} \right) \quad [\text{Eq. 2}]$$

Em que:

EI = rigidez do pilar.

A rigidez EI não representa o simples produto do módulo de elasticidade do concreto – E – pela inércia da seção – I , mas a relação entre o momento aplicado e a curvatura. Dessa forma a rigidez depende não só de características geométricas e da armação do pilar, mas também da força normal aplicada, conforme postula Ceccon (2008).

A relação entre o momento e a curvatura não é linear. Todavia, pode-se proceder com a linearização do diagrama momento curvatura ao se considerar a rigidez do pilar como sendo a rigidez secante $(EI)_{sec}$. França (1991) propõe os limites de resistência do concreto e do aço apresentados na Equação 3 e na Equação 4 para a confecção do diagrama Momento-Curvatura para a obtenção da rigidez secante. A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) também utiliza esses limites.

$$\sigma_{c,m\acute{a}x} = 1,1f_{cd} \quad [\text{Eq. 3}]$$

$$\sigma_{s,m\acute{a}x} = f_{yd} \quad [\text{Eq. 4}]$$

Em que:

$\sigma_{c,m\acute{a}x}$ = tensão máxima no concreto;

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto.

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = f_{ck} / 1,4;$$

$\sigma_{s,m\acute{a}x}$ = tensão máxima no aço;

f_{yd} = tensão de escoamento de cálculo do aço;

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = f_{yk} / 1,15$$

Para a verificação do ELU do pilar mantêm-se o limite de $\sigma_{c,m\acute{a}x} = 0,85f_{cd}$.

Os esforços solicitantes são considerados com os valores indicados na Equação 5 para a montagem do diagrama Momento-Curvatura.

$$N_d = N_{sd} / \gamma_{f3} = N_{sd} / 1,1 \quad \text{e} \quad [\text{Eq. 5}]$$

$$M_d = M_{Rd} / \gamma_{f3} = M_{Rd} / 1,1$$

Em que:

N_d, M_d = força normal de cálculo e momento fletor de cálculo, respectivamente;

N_{sd}, M_{Rd} = força normal solicitante de cálculo e momento fletor resistente de cálculo, respectivamente.

Os valores solicitantes de cálculo – N_d, M_d – são resultado do produto dos valores característicos pelo coeficiente γ_f , que possui como uma das parcelas o coeficiente parcial γ_{f3} . O coeficiente parcial γ_{f3} considera as deficiências do modelo de cálculo. Os valores de cálculo N_d e M_d são obtidos pela divisão dos valores solicitantes pelo coeficiente parcial $\gamma_{f3} = 1,1$, pois se considera desprezável o erro de modelo de cálculo no uso do diagrama Momento-Curvatura.

A rigidez secante é o coeficiente angular da reta que liga a origem ao ponto M_{Rd} , no diagrama Momento-Curvatura confeccionado para a força normal N_d , seguindo os limites apresentados nas Equações 3 e 4. A Figura 1 ilustra a obtenção da rigidez secante.

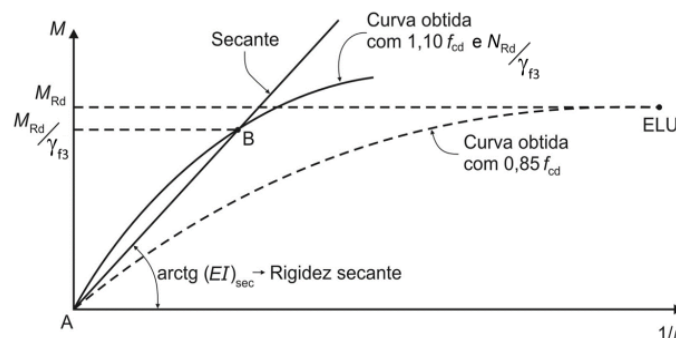


FIGURA 1: Diagrama Momento-Curvatura para obtenção da rigidez secante.

FONTE: NBR 6118 (ABNT, 2014).

A rigidez secante (κ) surge de maneira a tornar adimensional a Equação 2. A rigidez kappa é a relação entre a rigidez da seção do pilar e características de resistência do pilar. Para pilares retangulares e com armação simétrica, a formulação para a rigidez κ é apresentada na Equação 6.

$$\kappa = \frac{EI_{\text{sec}}}{Ac \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad [\text{Eq. 6}]$$

Sendo:

EI_{sec} = rigidez secante;

Ac = área bruta da seção de concreto do pilar

h = dimensão do pilar na qual o momento atua.

As definições de força normal reduzida e momento fletor reduzido são apresentadas na Equação 7 e na Equação 8, respectivamente:

$$v = N_{sd} / (Ac \cdot f_{cd}) \quad [\text{Eq. 7}]$$

$$\mu = M_{sd} / (Ac \cdot h \cdot f_{cd}) \quad [\text{Eq. 8}]$$

As variáveis v e μ são utilizadas para tornar adimensionais os esforços solicitantes.

Utilizando-se dessas variáveis, a Equação do momento total no pilar (Equação 2) pode ser reescrita de maneira adimensional conforme Equação 9.

$$\mu_{\text{tot}} = \mu_{,1} \cdot \left(\frac{1}{1 - v \cdot \lambda^2 / 120 \cdot \kappa} \right) \quad [\text{Eq. 9}]$$

Sendo:

λ = índice de esbeltez da seção. $\lambda = le \cdot \sqrt{12}/h$

para seções retangulares.

Procedendo-se dessa forma ao se fazer o dimensionamento do pilar, o único parâmetro desconhecido é o valor de κ . É importante lembrar que o método do pilar padrão pode ser utilizado para valores do índice de esbeltez de até 90.

Todas as características do pilar, tanto geométricas como de armação, devem ser conhecidas para encontrar-se o valor da rigidez secante adimensional. Deve-se conhecer, por exemplo, as características mecânicas do concreto; as dimensões do pilar; as armaduras longitudinais e transversais; e o cobrimento. A partir dessas características, é possível obter as relações momento-curvatura e determinar a rigidez secante adimensional.

Para facilitar o procedimento de cálculo, dado que a montagem dos diagramas de Momento-Curvatura demanda um tempo razoável, foi proposta por França (1991), uma reta aproximada da rigidez secante adimensional (Equação 10):

$$\kappa = 32 \cdot v \cdot \left(1 + \frac{5}{h} \cdot \frac{M_{d,\text{tot}}}{N_d} \right) \quad [\text{Eq. 10}]$$

O comportamento do concreto sob compressão deve ser conhecido para a montagem do diagrama Momento-Curvatura apresentado na Figura 1. A curva tensão-deformação dos concretos de alta resistência difere daqueles de resistência normal, pois os limites de deformação de $\varepsilon_{c2} = 2\%$ – para início do trecho retangular – e $\varepsilon_{cu2} = 3,5\%$ – para a ruptura do concreto – não podem ser usados.

3.2 CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO PARA CONCRETOS DE ALTA RESISTÊNCIA

A rigidez secante depende diretamente do estado de tensões nas seções do pilar. Portanto, uma mudança na curva tensão-deformação modifica consideravelmente o comportamento do concreto e conseqüentemente o valor da rigidez κ .

A norma brasileira adota as Equações 11 e 12 para descrever o comportamento do concreto no ELU. O diagrama parábola-retângulo é dado por:

$$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right], \quad [\text{Eq. 11}]$$

para $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$

$$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}, \quad [\text{Eq. 12}]$$

para $\varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$

Em que:

σ_{cd} = tensão de cálculo do concreto;

ε_c = deformação no concreto;

Para concretos de resistência até 50MPa, os valores de ε_{c2} , ε_{cu2} e n assumem, respectivamente, 2%, 3,5% e 2.

As Equações 13 a 15 apresentam as expressões dos valores limites de deformações de CAR e a expressão do valor de n .

$$\varepsilon_{c2} = 2 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad [\text{Eq. 13}]$$

$$\varepsilon_{cu2} = 2,6 + 35 \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4 \quad [\text{Eq. 14}]$$

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4 \quad [\text{Eq. 15}]$$

Os valores de ε_{c2} e ε_{cu2} são dados em ‰ e o valor de f_{ck} deve ser utilizado em MPa.

A Figura 2 ilustra a curva tensão-deformação para alguns valores de f_{ck} .

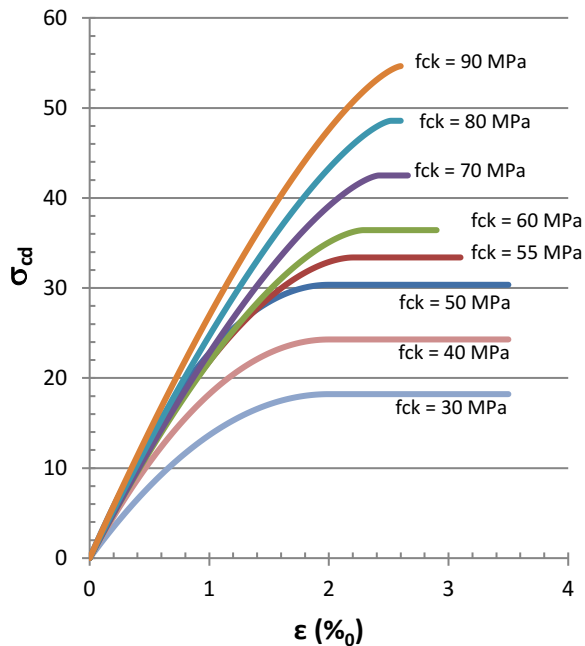


FIGURA 2: Diagrama Momento-Curvatura para obtenção da rigidez secante. **FONTE:** Autoria própria.

A reta aproximada da do valor kappa precisa ser validada devida a modificação da curva tensão-deformação dos CAR.

4. METODOLOGIA

A validação da Equação 10 para CAR foi feita a partir da análise dos valores do momento resistente para as seções de pilares e configurações de armadura apresentadas na Figura 3.

As seções escolhidas buscam simular situações desfavoráveis dentro do escopo de seções e armações permitidas pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014) e usuais nos projetos de estruturas. O momento fletor é considerado atuando na dimensão h .

O vetor Md apresentado na Figura 3 indica o sentido da atuação do momento solicitante. As diferenças entre as três seções consistem no posicionamento da armadura e na relação d'/h . A seção TIPO A20 possui armaduras iguais nas duas faces com maiores tensões provocadas pelo momento solicitante e relação $d'/h = 0,20$. Já a seção TIPO B20 possui armaduras iguais nas quatro faces e relação $d'/h = 0,20$. A seção TIPO C10 possui armaduras iguais em duas faces e relação $d'/h = 0,10$.

Foram analisadas para flexão composta normal as seções da Figura 3 com cinco valores de f_{ck} : 55, 60, 70, 80 e 90 MPa. Diversos valores de “ κ ” e “ μ resistente” para taxas mecânicas de armadura e forças normais reduzidas dentro do seguinte intervalo: $0 \leq \omega \leq 1,5$, com variação de 0,1 em 0,1; e $0,05 \leq v \leq 1,5$, com variação de 0,05 em 0,05 foram analisados.

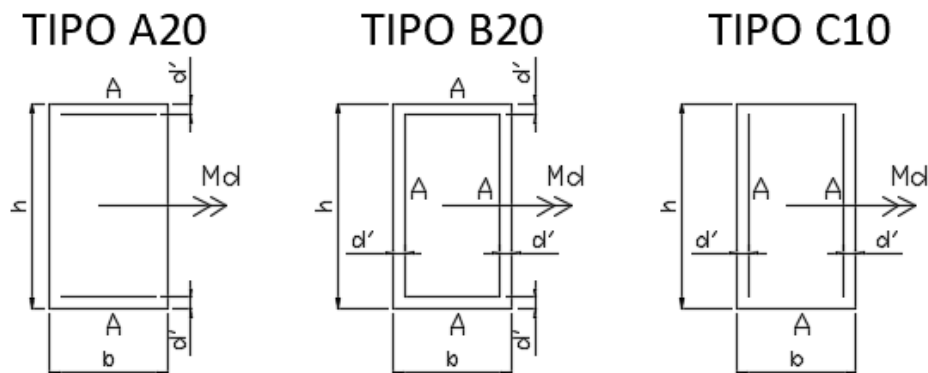


FIGURA 3: Características das seções consideradas.

FONTE: Autoria própria.

Para cada par de força normal reduzida (v) e taxa mecânica de armadura (ω) foi determinado o momento resistente da seção (μ). Esse momento resistente é igual ao momento solicitante máximo que pode ser aplicado no pilar, já se considerando os efeitos de 2ª ordem. Para esse momento resistente é, então, determinada a curvatura do pilar. A curvatura ($1/r$) é determinada a partir da Equação 16.

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_A - \varepsilon_B}{h} \quad [\text{Eq. 16}]$$

Sendo:

ε_A = deformação específica da fibra mais comprimida ou menos tracionada;

ε_B = deformação específica da fibra mais tracionada ou menos comprimida;

A rigidez secante é dada pela relação entre a curvatura ($1/r$) e o momento resistente, conforme ilustrado na Figura 1. A obtenção da rigidez secante adimensional (κ) é feita a partir da Equação 6. Os valores de κ aproximado, dados pela Equação 10, foram comparados com os valores de κ real, obtidos a partir do diagrama Momento-Curvatura. Os ternos (κ, v, μ) foram gerados a partir de programa computacional.

Uma segunda comparação foi feita para

garantir que a reta aproximada da rigidez adimensional esteja a favor da segurança. As máximas excentricidades relativas (e_1/h) de primeira ordem que poderiam ser aplicadas às seções dos pilares, no limite da sua capacidade, foram comparadas. A partir dos valores da rigidez secante, pode-se inferir qual parcela do momento total representa o momento de 2ª ordem. O momento máximo de 1ª ordem é dado pela diferença entre o momento resistente total e o momento de 2ª ordem.

Os valores das excentricidades relativas foram obtidas com a substituição na Equação 9 dos valores de κ real e dos valores de κ aproximado. Essa verificação foi feita para três distintos índices de esbeltez: $\lambda = 35$, $\lambda = 60$ e $\lambda = 90$. A excentricidade relativa de primeira ordem é definida segunda a Equação 17.

$$\frac{e_1}{h} = \frac{M_{1d}}{N_{sd} \cdot h} = \frac{\mu_1}{v} \quad [\text{Eq. 17}]$$

Onde:

e_1 = excentricidade máxima de 1ª ordem;

μ_1 = momento máximo de primeira ordem reduzido.

A Figura 4 ilustra graficamente a comparação feita.

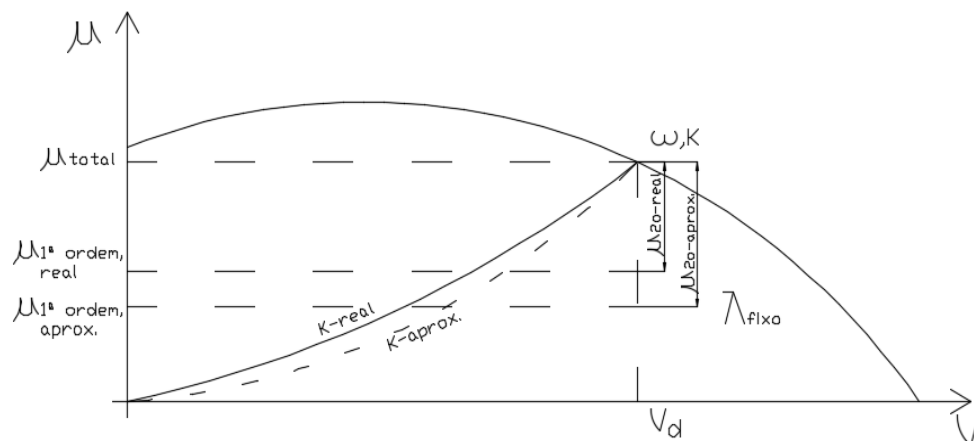


FIGURA 4: Curva Momento-Normal e valores de momentos resistentes de 1ª e 2ª ordem, para kappa real.

FONTE: Autoria própria.

Na verificação de um pilar interessa qual o máximo momento de 1ª ordem que ele resiste, dada uma armadura e uma força normal. Dessa forma, foram comparados os máximos momentos de 1ª ordem determinados pelo Método do Pilar-Padrão para os valores de κ real e κ aproximado. A comparação foi feita entre os valores de excentricidades relativas máximas de 1ª ordem, conforme Equação 16. Ceccon (2008) salienta que a linearização do diagrama Momento-Curvatura leva a maiores deslocamentos e conseqüentemente a maiores esforços de segunda ordem, o que reduz o momento máximo de 1ª ordem. Assim sendo, como a rigidez real do pilar é superior à sua rigidez secante, a utilização do κ real já é favorável à segurança do pilar.

Os casos nos quais a taxa mecânica de armadura (ω) resultasse em uma taxa geométrica (ρ) inferior a 0,4% – limite normativo – foram desprezados. A Tabela 1 apresenta os valores da taxa mecânica de armadura mínima para os valores de f_{ck} analisados.

TABELA 1: Taxa mecânica mínima de armadura.

$\omega_{,min}$	f_{ck} (MPa)
0,044	55
0,041	60
0,035	70
0,030	80
0,027	90

FONTE: Autoria própria.

Ao se excluírem os valores que resultavam em taxa inferior à mínima, obtiveram-se ao todo 5840 ternos (κ, ν, μ) que cobrem situações desfavoráveis de armação e uma grande gama de combinação de esforços.

5. RESULTADOS

As comparações feitas conforme metodologia apresentada indicam que a reta aproximada da rigidez secante adimensional é favorável à segurança dos pilares de CAR na maior parte dos casos analisados. Em apenas 4,26% dos

5840 casos analisados, o valor de κ aproximado resultou superior ao valor do κ real. Para esses casos, a máxima excentricidade relativa de 1ª ordem que se obtém utilizando-se o valor real ou o valor aproximado da rigidez secante não difere de mais de 10%, sendo a diferença máxima de 7,27%. Em relação ao momento de 2ª ordem, a maior diferença é de 6,64%. Ou seja, no pior caso, o uso do κ aproximado em detrimento do κ real resultou em um momento máximo de 1ª ordem superior em 7,27% e um momento de 2ª ordem superior em 6,64%. Devido ao fato de que apenas 4,26% dos casos analisados serem desfavoráveis e ao fato de que a diferença máxima das excentricidades relativas é inferior a 10%, a segurança pode ser considerada atendida.

A aceitabilidade de diferenças de até 10% assemelha-se àquela feita pela norma brasileira para se desprezar os efeitos de segunda ordem a partir da determinação de um índice de esbeltez limite. Esse índice limite é calculado supondo que o momento de 2ª ordem pode ser desprezado quando seu valor não for superior a 10% do momento de 1ª ordem.

A Figura 5 foi elaborada a partir dos dados gerados para a seção TIPO B20, com $f_{ck} = 60\text{MPa}$ e ilustra as comparações feitas.

Na Figura 5, pode-se observar que a aproximação do valor de κ pela Equação 10 resulta em um valor inferior de rigidez secante para a maioria dos casos. Uma menor rigidez secante ocasiona maiores deslocamentos, o que reduz o momento máximo de 1ª ordem. Dessa forma, a aproximação feita estaria a favor da segurança. Os valores de excentricidade relativa total baixos ($e/h_{total} \leq 0,4$) ocorrem para valores de força normal reduzida superiores a 0,8. Para esses casos, os valores da rigidez secante dados pela reta aproximada resultam inferiores aos valores da rigidez secante real.

A Figura 6 apresenta para todas as seções e valores de f_{ck} analisados os valores de κ real e κ aproximado versus a excentricidade relativa total.

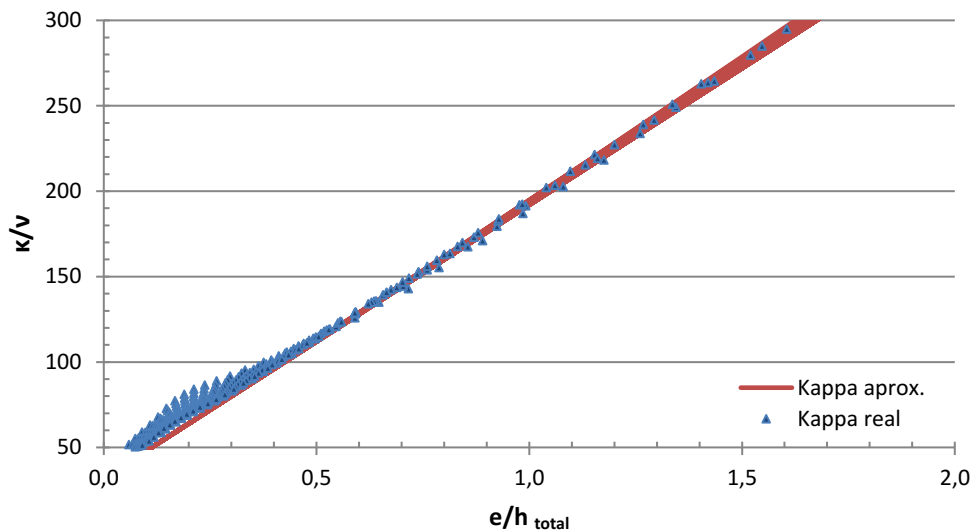


FIGURA 5: kappa real e kappa aproximado X excentricidade relativa total para seção TIPO B e $f_{ck}=60\text{MPa}$.
FONTE: Autoria própria.

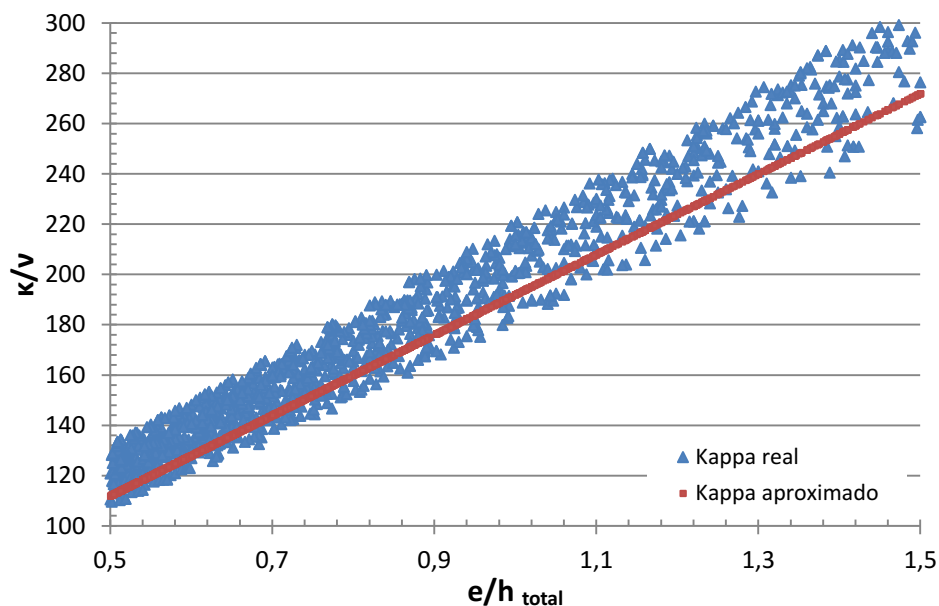


FIGURA 6: kappa aproximado e kappa real X excentricidade relativa total para todo o conjunto de dados.
FONTE: Autoria própria.

Os valores de kappa real foram obtidos por meio do diagrama Momento-Curvatura, enquanto os valores de kappa aproximado foram obtidos com a Equação 10. Os valores de força normal reduzida (v) e de excentricidade relativa total caracterizam a resistência da seção e são os mesmos em ambos os casos.

Os pontos situados abaixo da reta formada pelos valores de κ aproximado representam os casos em que o valor aproximado resultou superior ao valor real de kappa.

As Figuras 5 e 6 ilustram a comparação feita. O que determina, todavia, a validade da Equação 10 para CAR é a segurança no cálculo do momento máximo de 1ª ordem resistido pela seção do pilar, quando os efeitos de 2ª ordem são calculados pela rigidez secante adimensional real ou por sua reta aproximada.

Para os casos em que o valor de kappa obtido pela reta aproximada resulta inferior ao seu valor real, os momentos de primeira ordem também resultam inferiores. Isso advém do fato de

que uma menor rigidez ocasiona maiores deslocamentos, o que gera um maior momento de 2ª ordem. Como o momento resistente da seção é fixo, um maior momento de 2ª ordem implica em uma redução no valor máximo do momento de 1ª ordem.

Para os casos em que κ aproximado é maior que κ real, foi analisada a diferença que isso provoca nos momentos de 1ª ordem. Os máximos valores da relação de momentos de 1ª ordem que poderiam ser aplicados ao pilar quando calculados pelo κ aproximado ou por κ real são apresentados nas Tabelas 2 a 4.

Como pode ser observado nas tabelas, as maiores diferenças entre o momento máximo de 1ª ordem calculado por κ aproximado e o momento

máximo de primeira 1ª ordem calculado por κ real ocorrem para valores de $\lambda=90$, no limite da utilização do método. A maior diferença é de 7,27%, o que representa o erro cometido ao se utilizar o valor da rigidez secante aproximada. Esse erro pode ser considerado aceitável, pois além de ser inferior a 10%, foram utilizadas seções de pilares adversas – cobertura grande e distribuição de armaduras desfavorável. Além desses fatos, o próprio cálculo dos efeitos de 2ª ordem pela rigidez secante é favorável à segurança.

A Figura 7 apresenta as relações entre as excentricidades relativas dos momentos resistentes máximos de primeira ordem, calculados por rigidez secante adimensional real e aproximada, para todas as seções e valores de f_{ck} estudados.

TABELA 2: Maior diferença entre momentos máximos de primeira ordem para $\lambda = 35$.

Seção	Classe do concreto				
	C55	C60	C70	C80	C90
A20	0,52%	0,29%	0,04%	0,03%	0,00%
B20	0,43%	0,18%	0,08%	0,00%	0,00%
C10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

FONTE: Autoria própria.

TABELA 3: Maior diferença entre momentos máximos de primeira ordem para $\lambda = 60$.

Seção	Classe do concreto				
	C55	C60	C70	C80	C90
A20	1,82%	0,98%	0,15%	0,09%	0,00%
B20	1,51%	0,62%	0,29%	0,00%	0,00%
C10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

FONTE: Autoria própria.

TABELA 4: Maior diferença entre momentos máximos de primeira ordem para $\lambda = 90$.					
Seção	Classe do concreto				
	C55	C60	C70	C80	C90
A20	6,46%	3,20%	0,44%	0,30%	6,46%
B20	7,27%	2,10%	0,94%	0,00%	7,27%
C10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

FONTE: Autoria própria.

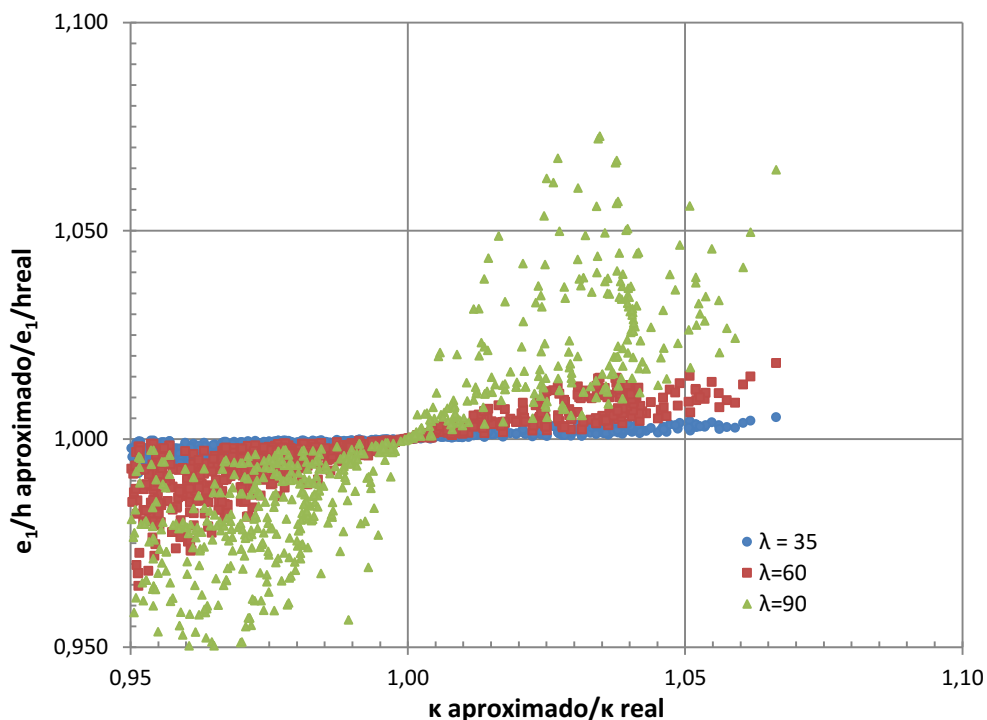


FIGURA 7: Relações máximas de excentricidades relativas dos momentos de primeira ordem resistentes.

FONTE: Autoria própria.

Os casos em que o valor de κ aproximado é superior a κ real provocam um valor de momento resistente máximo de 1ª ordem superior, porém não na mesma proporção. A maior dispersão dos dados ocorre para $\lambda=90$ que é o limite de utilização do Método do Pilar-Padrão. Para esses casos, os efeitos de 2ª ordem são mais sensíveis a variações de força normal ou de taxa de armadura. Quando se compara a Equação 10 com o valor real de κ , o erro máximo cometido na determinação do

máximo momento de 1ª ordem não ultrapassa 10%.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi verificada a validade da expressão aproximada da rigidez secante adimensional, apresentada pela norma brasileira, para concretos de alta resistência. A partir de diversos valores de força normal reduzida (ν) e

taxa mecânica de armadura (ω) foram determinados o momento resistente da seção (μ) e o valor correspondente da rigidez secante (κ). Foram analisados 5840 ternos (κ, ν, μ) para obtenção do máximo momento de 1ª ordem que pode ser aplicado nos pilares. Os valores de excentricidade máxima de 1ª ordem (e_1/h) foram, então, comparados entre os valores de kappa obtidos pelo diagrama Momento-Curvatura e aqueles valores de kappa obtidos por meio da reta aproximada. Os dados analisados cobrem situações desfavoráveis na prática dos projetos estruturais e foram gerados por programa computacional de cálculo de flexão composta-oblíqua.

A comparação feita indica que em apenas 4,26% dos casos analisados o valor de κ aproximado é superior ao valor κ real. A maior diferença entre os momentos máximos de 1ª ordem encontrada foi de 7,27%. Utilizando-se da mesma ideia postulada pela norma brasileira de se desprezar efeitos de 2ª ordem – locais ou globais – que provoquem momentos fletores inferiores a 10% dos momentos de 1ª ordem, pode-se considerar que a maior diferença entre os momentos máximos de primeira ordem é aceitável, já que é inferior a 10%. Logo, a aproximação da rigidez secante adimensional dada pela Equação 10 e utilizada pela norma NBR 6118:2014 também é válida para concretos de alta resistência (CAR), estando a favor da segurança na ampla maioria dos casos. Essa equação é utilizada para dimensionamento de pilares de concreto armado por meio do Método do Pilar-Padrão.

Como os resultados apresentam maiores dispersões à medida que o valor do índice de esbeltez aumenta, pode ser sugerida uma modificação da Equação 10 que leve em conta o valor de λ .

A norma brasileira NBR6118 (ABNT, 2014) traz em seu escopo os princípios para a utilização de CAR de até 90 MPa. A validação da expressão aproximada de κ permite uma simplificação no processo de cálculo dos pilares de CAR, desde que respeitadas as limitações do Método do Pilar- Padrão. Confirma-se, pois, a possibilidade de

utilização da equação apresentada pela referida norma para CAR.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, E. A. B. **Projeto de pilares de concreto de alto desempenho**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, EESC. São Carlos, SP, 2000, 202p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014 Projetos de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014. 261 p.

CECCON, J. L. **Análise dos efeitos de segunda ordem em pilares solicitados a flexão oblíqua composta**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de São Paulo, EPUSP, São Paulo, SP, 2008, 153p.

FRANÇA, R. L. e S. **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de São Paulo, EPUSP, São Paulo, SP, 1991, 288p.

OLIVEIRA, P. H. de A. S. **Processo aproximado para consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de São Paulo, EPUSP, São Paulo, SP, 2004, 208p.

TORRICO, F. A. **Análise teórica e experimental do comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência considerando a ductilidade**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, EESC. São Carlos, SP, 2010, 311p.