

PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO DE CONCRETO ARMADO - RETANGULARIDADE DOS PILARES

PUNCHING SHEAR IN REINFORCED CONCRETE FLAT SLABS – COLUMN RECTANGULARITY

Valéria Conceição Mouro Costa ¹, Diorgenes Carvalho de Oliveira ², Ronaldo Barros Gomes ³,
Gilson Natal Guimarães ⁴

Recebido em 29 de agosto de 2012; recebido para revisão em 05 de setembro de 2012; aceito em 18 de setembro de 2012; disponível on-line em 16 de outubro de 2012.



PALAVRAS CHAVES:

Laje cogumelo;
Concreto armado;
Punção;
Pilar retangular.

KEYWORDS:

Flat Slab;
Reinforced Concrete;
Punching;
Rectangular column.

RESUMO: Foram ensaiadas e analisadas 8 (oito) lajes cogumelo de concreto armado quadradas com 1800 mm de lado e 130 mm de espessura, submetidas a carregamento central, com o objetivo de investigar a influência do índice de retangularidade do pilar, sendo que a relação entre as dimensões da seção transversal do pilar ($c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$) variou entre 1 e 4, com perímetro mantido constante e igual a 1000 mm. São apresentados e analisados os resultados das cargas de ruptura, modos de ruptura, deslocamentos verticais, fissuração e deformações do aço e concreto. São apresentadas comparações dos resultados experimentais com códigos, normas de projeto e resultados da literatura. Os resultados indicam que à medida que aumenta o índice de retangularidade, a resistência à punção diminui para lajes que possuem pilares com o perímetro constante, sugerindo que o combate à punção pode ser mais efetivo em regiões próximas das extremidades dos pilares, onde há maior concentração de forças cortantes. É apresentada uma proposta de inclusão do parâmetro $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$ nas expressões de cálculo da resistência à punção das normas ACI (2002), CEB-FIP (1991), EC2 (2001) e NBR-6118 (2003).

ABSTRACT: Eight reinforced concrete flat slabs were tested. Slabs were 1800mm square and 130mm thick and were submitted to concentric loading. The objective of this study was to investigate the influence of column rectangularity coefficient. The relationship between the column cross section dimensions ($c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$) varied between 1 and 4 with a constant perimeter equal to 1000mm. Results presented and analyzed include ultimate loads and failure types, modes of rupture, vertical displacements, cracking and deformations of steel and concrete. Comparisons with codes and with results obtained by other researchers are also presented. The results indicate that as the rectangularity coefficient increases, punching shear resistance decreases for constant perimeter column flat slabs. This suggests that punching shear has to be considered especially in regions close to column corners, where there is a larger concentration of shear forces. A proposal for an inclusion of the rectangularity parameter ($c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$) in expressions for calculation punching shear resistance of ACI (2002), CEB-FIP (1991), EC2 (2001) and NBR-6118 (2003) codes is presented.

* Contato com os autores:

¹ e-mail : valeriamouro@gmail.com (V. C. M. Costa)

Eng^a. Civil mestranda do curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia Civil – CMEC / UFG

² e-mail : diordrum@gmail.com (D. C. de Oliveira)

Eng^a. Civil mestrando do curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia Civil – CMEC / UFG

³ e-mail : rbbgomes@gmail.com (R. B. Gomes)

Prof. Dr. da Escola de Engenharia Civil - Universidade Federal de Goiás – UFG.

⁴ e-mail : gilson@eec.ufg.br (G. N. Guimarães)

Prof. Dr. da Escola de Engenharia Civil - Universidade Federal de Goiás – UFG.

1. INTRODUÇÃO

Segundo a NBR 6118 (2003), lajes-cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, enquanto lajes lisas são apoiadas nos pilares sem capitéis. Estas placas estão sujeitas à ruptura por punção na ligação laje-pilar, que ocorre frágil e repentinamente. Punção é o estado limite último determinado por cisalhamento no entorno de forças concentradas. É decorrente da grande concentração de tensões na região da ligação laje-pilar, a qual está submetida tanto ao esforço cortante como ao momento fletor negativo máximo.

A literatura apresenta diversos trabalhos que estudam o comportamento da ligação de lajes cogumelo com pilares de seção transversal quadrada, sendo a pesquisa com pilares retangulares em menor número, como os trabalhos de Hawkins *et al.* (1971), Regan e Rezaei-Jorabi (1988), Teng *et al.* (1999), Al-Yousif e Regan (2003), Silva (2003), Oliveira (2003) e Borges (2004), apesar da sua utilização prática ser mais frequente. O presente trabalho aborda o estudo da influência da retangularidade da seção transversal dos pilares, com a variação das dimensões dos lados do pilar, e perímetro constante, na resistência à punção das lajes cogumelo de concreto armado.

1.1 OBJETIVO E JUSTIFICATIVA

Os principais objetivos deste estudo são:

- Investigar o comportamento último e em serviço à punção de lajes cogumelo de concreto armado submetidas ao carregamento central, com índices de retangularidade variando entre 1 e 4, e o perímetro dos pilares igual a 1000 mm;
- Analisar as normas e códigos de projeto visando melhorar a expressão de cálculo da resistência à punção de lajes cogumelos considerando pilares retangulares;
- Propor a inclusão do parâmetro μ , que leva em consideração a influência da relação entre a maior e a menor dimensão do pilar ($c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$), nas expressões de cálculo das normas ACI-318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001), NBR-6118 (2003).

As pesquisas realizadas sobre as ligações de lajes com pilares retangulares ainda não resultaram em um modelo de dimensionamento à punção capaz de satisfazer a todos os questionamentos em relação a essas ligações. Encontram-se poucos ensaios envolvendo lajes cogumelo com pilares retangulares na literatura.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Segundo Cordovil (1995), a norma americana ACI desde 1963 abordava o problema de punção em placas de concreto armado. Na atual versão, a ACI 318/02 considera o índice de retangularidade dos pilares. As normas CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) e a NBR 6118 (ABNT, 2003) não levam em consideração a geometria dos pilares na resistência à punção de lajes cogumelo.

A seção crítica, ou de controle, de lajes sujeitas à punção, está localizada a uma distância medida a partir da face do pilar ou da área carregada. Para uma laje cogumelo com altura efetiva "d" apoiada em pilar de seção retangular com dimensões $c_{m\acute{i}n}$ (menor dimensão) e $c_{m\acute{a}x}$ (maior dimensão), o perímetro de controle é obtido conforme mostra a Figura 1, para as normas do ACI 318 (2002), sendo igual para as normas CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) e NBR 6118 (ABNT, 2003).

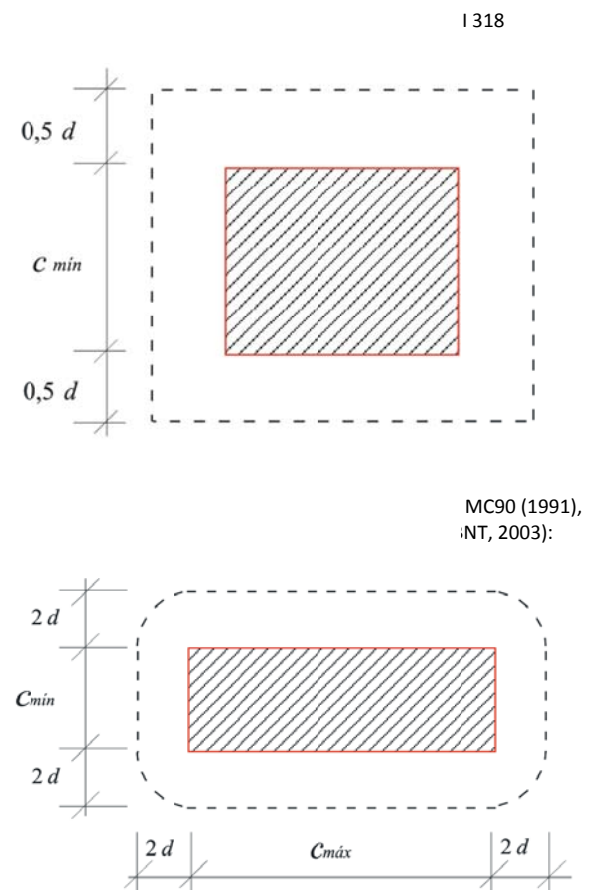


Figura 1: Perímetro de controle de acordo com as normas de projeto. Fontes: ACI 318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001), NBR 6118 (ABNT, 2003).

A verificação da punção em lajes cogumelo, segundo ACI 318 (2002) é realizada através da comparação entre a força nominal atuante V e a força

nominal resistente V_n . Para uma laje sem armadura de cisalhamento, a força nominal resistente é oferecida apenas pelo concreto V_c , dada pela Equação 1.

$$V \leq V_c \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. [01]}$$

Onde:

V_c = é o menor valor obtido através das Equações 2, 3 e 4.

$$V_c < \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. [02]} \\ \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2\right) \frac{1}{12} \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. [03]} \\ \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. [04]} \end{array} \right.$$

Onde:

β_c = relação entre o lado maior e o lado menor do pilar;

f'_c = resistência à compressão do concreto em corpos de prova cilíndricos, em MPa;

b_0 = perímetro de controle localizado a $0,5d$ do pilar, em mm;

d = altura efetiva da laje, em mm;

α_s = 40 (pilares internos), 30 (pilares de borda) e 20 (pilares de canto).

O valor obtido da Equação 2 se torna não conservativo quando se tem relações entre os lados do pilar com valores maiores que 2, tratando-se, neste caso, de pilares retangulares. Para estes pilares, a tensão real de cisalhamento na seção de controle, atinge o valor máximo dado pela Equação 2 apenas na região dos cantos do pilar, diminuindo este valor em direção à região central do lado do pilar.

Ensaio realizados constataram ainda que, na medida em que o valor da razão b_0/d aumenta, nos casos de pilares de grandes dimensões, o valor de v_c (= V_c/b_0d) diminuiu. Baseados nestes aspectos é que foram desenvolvidas as Equações 2 e 3, de forma a se levar em consideração os fatores mencionados no cálculo de v_c . As Equações 3 e 4 mostram que o método de cálculo do ACI 318 (2002) trata o caso de pilar retangular através da redução das tensões nominais cisalhantes, e desconsidera a influência da armadura de flexão e o efeito de tamanho na resistência ao puncionamento.

O CEB-FIP MC90 (1991) não apresenta consideração quando os pilares ou áreas carregadas apresentam, para relações entre lado maior e lado menor, valores superiores a 2. Esta norma considera para as ligações laje-pilar que não possuem armadura de punção, que sejam feitas duas verificações:

- Verificação da compressão do concreto, através da comparação das tensões atuantes na seção de controle definida pelo pilar e a tensão resistente;
- Comparação entre a tensão nominal atuante no perímetro de controle localizado a $2d$ do contorno do pilar, com uma tensão nominal resistente.

A altura efetiva d é calculada pela média aritmética das alturas efetivas nas direções ortogonais x e y conforme mostra a equação 5.

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (\text{mm}) \quad \text{Eq. [05]}$$

A taxa geométrica de armadura principal de flexão ρ é obtida pela média geométrica das taxas de armadura ρ_x e ρ_y nas direções ortogonais x e y , respectivamente, em uma região com largura igual ao lado do pilar mais $3d$ para cada lado, sendo dada pela Equação 6.

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (\%) \quad \text{Eq. [06]}$$

Na verificação da seção de controle localizada a $2d$ do pilar, a tensão de cisalhamento atuante na seção de controle v é comparada com a tensão de cisalhamento resistente v_n como mostra a Equação 7.

$$v \leq v_n \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [07]}$$

A tensão de cisalhamento resistente de lajes sem armadura de cisalhamento, dada apenas pela contribuição do concreto v_c , é obtida pela Equação 8.

$$v_c = v_{sd} \leq 0,12 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} u_d \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [08]}$$

Onde:

u = é o perímetro de controle situado a $2d$ do pilar, em mm;

ρ = é a taxa geométrica da armadura principal de flexão, em %.

O EUROCODE 2 (2001) apresenta recomendações muito semelhantes ao do CEB-FIP MC90 (1991), com relação às verificações da seção de

controle: verificação da tensão máxima de cisalhamento no perímetro do pilar ($v \leq v_{m\acute{a}x}$), da tensão de cisalhamento atuante na seção de controle a $2d$ do pilar ($v \leq v_n$), e da tensão de cisalhamento atuante na seção de controle a $1,5d$ da última camada de armadura de cisalhamento, se houver. A tensão de cisalhamento atuante v é dada pela Equação 9, onde u_1 é o perímetro de controle a $2d$ do pilar.

$$v = \frac{V}{u_1 d} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [09]}$$

Para lajes sem armadura de cisalhamento, são feitas duas verificações: na face do pilar, através da Equação 10, e na seção de controle a $2d$ do pilar, através da equação 11.

$$v = \frac{V}{u_0 d} \leq v_{m\acute{a}x} = 0,5v f_{ck} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [10]}$$

$$v = \frac{V_{sd}}{u_1 d} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [11]}$$

Onde:

u_0 = é o perímetro do pilar ou da área carregada, em mm;

$v_{m\acute{a}x}$ = é a tensão máxima de cisalhamento atuante na face do pilar, em MPa;

v = é a resistência à compressão para um concreto fissurado, dada por $0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$, em MPa;

$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \rho_{1y}} \leq 0,02$, é a taxa de armadura de flexão.

A NBR 6118 (ABNT, 2003) apresenta semelhanças em alguns conceitos com o CEB-FIP (1991), como por exemplo, na forma e definição dos perímetros de controle, e no cálculo das forças resistentes, variando apenas alguns coeficientes.

Em lajes sem armadura de punção, deve ser verificada a compressão diagonal do concreto na zona adjacente ao pilar, e a punção na superfície de controle distante $2d$ da face do pilar. A verificação da compressão do concreto na seção do pilar é feita através da comparação entre a tensão atuante no perímetro do pilar τ_s e a tensão resistente τ_{r2} , conforme mostram as equações 12, 13 e 14.

$$\tau_s \leq \tau_{r2} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [12]}$$

$$\tau_s = \frac{V}{u_0 d} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [13]}$$

$$\tau_{r2} = 0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [14]}$$

A verificação da punção na seção de controle situada a $2d$ do pilar em lajes sem armadura de cisalhamento é feita com a comparação entre a tensão de cisalhamento atuante na seção de controle u_1 , τ_s , e a tensão de cisalhamento resistente fornecida apenas pelo concreto τ_{r1} , através das Equações 15, 16 e 17.

$$\tau_s \leq \tau_{r1} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [15]}$$

$$\tau_s = \frac{V}{u_1 d} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [16]}$$

$$\tau_s = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} u_1 d \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. [17]}$$

3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

O programa experimental visa representar uma situação semelhante à de edifícios residenciais com presença de lajes cogumelo apoiadas em pilares quadrados ou retangulares. Verifica-se neste trabalho a situação de punção, comum em pilares de centro de edifícios com lajes cogumelo com carregamento simétrico e sem excentricidade.

A Figura 2 mostra que o modelo adotado procurou representar uma região entre seções de momentos fletores nulos delimitada pela circunferência de raio $r \cong 1/5L$, onde L é o comprimento do vão de um painel.

Foram ensaiadas até a ruptura 8 lajes quadradas com 1800mm de lado e 130mm de espessura. A principal variável das lajes ensaiadas foi a dimensão do lado do pilar, com perímetro constante e igual a 1000 mm. A relação entre o maior e o menor lado do pilar variou de 1 a 4. A Figura 3 e a Tabela 1 apresentam as características geométricas das lajes.

O sistema de ensaio das lajes consistiu de um

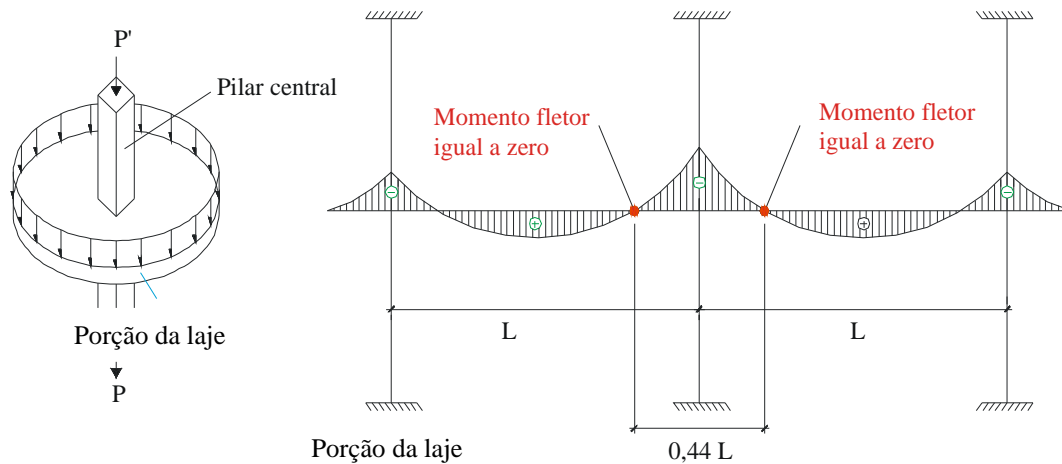


Figura 2: Modelo hipotético caracterizando a situação estudada.

conjunto de oito vigas metálicas, vigas 1 e 2, apoiadas em oito placas equidistantes formando uma circunferência de 825 mm de raio, que simulam os 8 pontos de carga, atirantadas em uma laje de reação. Estas placas tinham dimensões de 120x200 mm e 25 mm de espessura. Uma representação detalhada do esquema de ensaio é mostrada nas Figuras 4 e 5.

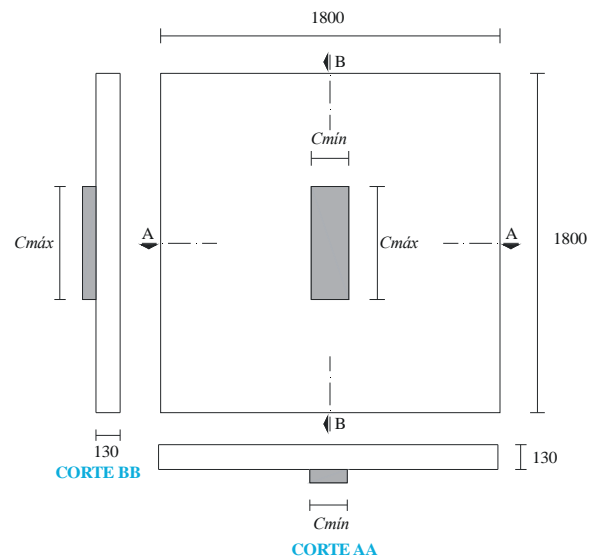
A armadura de flexão foi igual para todas as lajes, adotando-se duas malhas, uma inferior e outra superior. A armadura de flexão negativa (malha superior) foi composta por 19 barras de 12,5 mm de diâmetro, espaçadas a cada 94 mm, em cada direção. A ancoragem desta armadura foi feita por 19 ganchos de 6,3mm de diâmetro, em forma de "U", em cada lado da laje. A armadura de flexão positiva (malha inferior) foi composta por 11 barras de 6,3 mm de diâmetro, espaçadas a 163 mm, em cada direção.

Foram utilizados espaçadores de 15mm de espessuras fixados à armadura de flexão positiva em todas as lajes, para definição do cobrimento de concreto. As placas que simularam os pilares foram dispostas com a maior dimensão paralela à direção y . O concreto utilizado para todas as lajes foi dosado para atingir uma resistência característica à compressão em torno de 25 MPa, aos 28 dias.

Para determinar os deslocamentos verticais em alguns pontos da laje, utilizaram-se relógios comparadores digitais, com precisão de 0,01mm. As leituras dos deslocamentos foram efetuadas em duas direções perpendiculares, com a origem no centro da laje (sistema de coordenadas $x-y$). Foram posicionados relógios na linha dos pontos de inflexão de momento fletor, permitindo a obtenção dos deslocamentos da laje em relação à laje de reação.

Para medir a deformação das armaduras principais de flexão e no concreto, utilizou-se extensômetros elétricos de resistência (EER).

Todos os ensaios foram feitos com incrementos de carga de 25kN até atingir a ruptura. Em todas as cargas aplicadas foram feitas leituras de relógios, medição de trena no centro da laje, de extensômetros elétricos de resistência e de concreto. Observou-se a propagação das fissuras e fez a marcação das mesmas. Os ensaios das lajes tiveram duração de aproximadamente quatro horas.



Laje	c_{\min} (mm)	c_{\max} (mm)	c_{\max}/c_{\min}
L1	250	250	1,00
L2	230	270	1,17
L3	215	285	1,33
L4	200	300	1,50
L5	165	335	2,03
L6	125	375	3,00
L7	110	390	3,55
L8	100	400	4,00

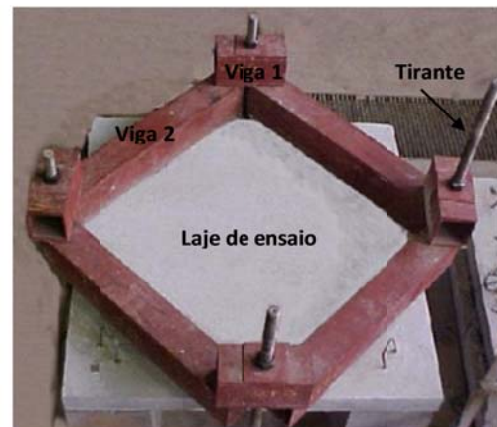
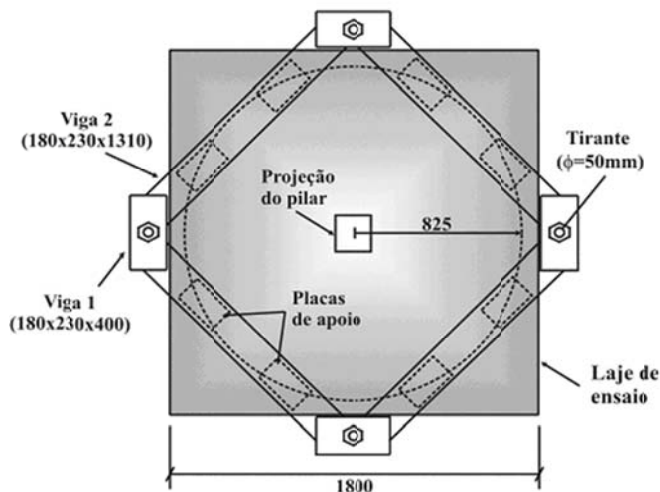
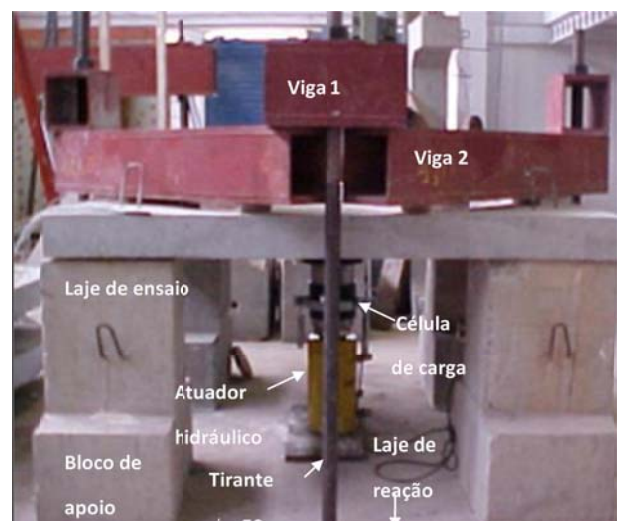
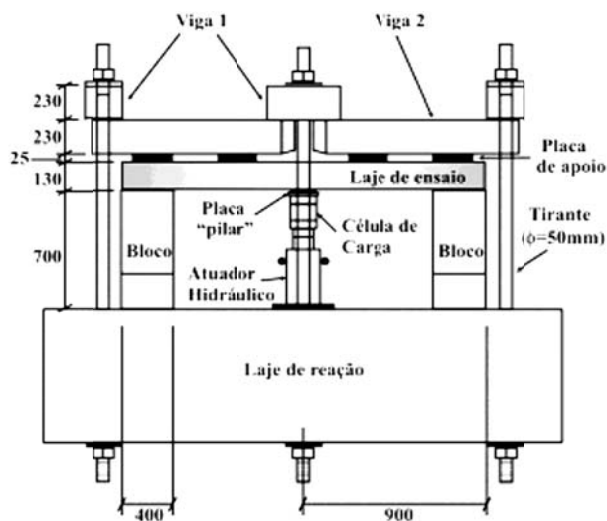
Figura 3: Características geométricas das lajes - (mm).

Tabela 1: Características geométricas das lajes ensaiadas

Laje	Dimensões do pilar (mm)		$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	d (mm)	f_c (MPa)	ρ %
	$c_{m\acute{i}n}$	$c_{m\acute{a}x}$				
L1	250,00	250,00	1,00	94,00	29,00	1,39
L2	230,00	270,00	1,17	93,00	29,00	1,40
L3	215,00	285,00	1,33	94,00	29,00	1,39
L4	200,00	300,00	1,50	90,00	29,00	1,45
L5	165,00	335,00	2,03	91,00	22,00	1,43
L6	125,00	375,00	3,00	91,00	22,00	1,43
L7	110,00	390,00	3,55	91,00	22,00	1,43
L8	100,00	400,00	4,00	94,00	22,00	1,39

Os perímetros dos pilares são constantes e iguais a 1000 mm;

A altura efetiva d foi obtida através da observação de pedaços de concreto extraídos dos centros das lajes. Estas medidas têm uma precisão de ± 2 mm. A altura efetiva média é a distância entre a borda inferior da laje e o centro de gravidade das armaduras de flexão principais.

**Figura 4: Sistema de ensaio e fotografia da laje – vista superior - (unidade em mm).****Figura 5: Sistema de ensaio e fotografia da laje – vista lateral - (unidade em mm).**

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

As idades e propriedades mecânicas, com valores médios dos resultados dos corpos-de-prova (CP's) do concreto são apresentadas na Tabela 2. Na Tabela 3 é apresentado um resumo das propriedades mecânicas dos aços utilizados na confecção da armadura de flexão, através de ensaios de tração axial realizados em amostras, de acordo com a NBR-6152 (1992).

Os deslocamentos verticais aumentaram com o acréscimo do carregamento, sendo que os maiores valores obtidos foram medidos no ponto central da laje. A laje L1, que possui carregamento quadrangular, apresentou um perfil simétrico para os deslocamentos verticais nas direções x e y. Nas lajes de carregamento retangular, os deslocamentos não se mostravam mais simétricos, com o aumento da relação $c_{máx}/c_{mín}$, sendo $c_{máx}$ a maior dimensão, e $c_{mín}$ a menor dimensão da seção transversal do pilar.

Nas lajes L6, L7 e L8 (lajes com índices de retangularidade iguais a 3,00, 3,55 e 4,00), os deslocamentos verticais na direção y, direção paralela à maior dimensão do pilar, foram superiores aos deslocamentos na direção x, todos equidistantes do

centro da laje, devido à restrição imposta pelo pilar.

Os maiores pontos de deslocamento foram atingidos pelos pontos mais próximos ao centro da laje, sendo que, em todas as lajes, a armadura de flexão atingiu o escoamento em pontos próximos à face do pilar.

Foram realizadas medidas de deformações nas barras de aço da armadura de flexão, da borda superior, nas direções x e y. Os maiores pontos de deformação foram atingidos pelos pontos mais próximos ao centro da laje, sendo que, em todas as lajes, a armadura de flexão atingiu o escoamento em pontos próximos à face do pilar.

As deformações das barras da armadura de flexão, medidas em relação à maior dimensão do pilar (direção y) foram superiores as obtidas em relação a menor dimensão (direção x), com exceção das lajes L1, L5 e L7, que apresentaram grandes deformações da armadura medidas em relação à menor dimensão do pilar, até atingir o escoamento.

As leituras realizadas nos extensômetros localizados na superfície inferior das lajes mostraram que não houveram deformações que comprometessem nesta região a integridade do concreto.

Tabela 2: Propriedades mecânicas do concreto

Laje	Idade (dias)	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	E_c (GPa)	$E_{c(NBR/03)}$ (GPa)	$E_c / E_{c(NBR/03)}$
L1,L2,L3 e L4	7,00	21,10	2,30	*	25,80	-
	14,00	24,60	2,60	*	27,80	-
	21,00	27,50	2,70	*	29,40	-
	28,00	29,00	3,40	28,70	30,10	0,95
	30,00	29,60	*	*	30,50	-
	41,00	29,60	*	*	30,50	-
L5,L6,L7 e L8	7,00	16,60	*	*	22,80	-
	14,00	21,10	*	*	25,70	-
	21,00	21,90	*	*	26,20	-
	28,00	22,30	2,10	19,70	26,50	0,74
	34,00	22,80	*	*	26,70	-

* ensaio não realizado

Obs.: As lajes L1 e L2 foram ensaiadas com o concreto na idade de 28 dias, a laje L3 foi aos 30 dias e a L4 aos 41 dias. As lajes L5 a L8 foram ensaiadas no período entre 28 e 34 dias.

Tabela 3: Propriedades mecânicas dos aços

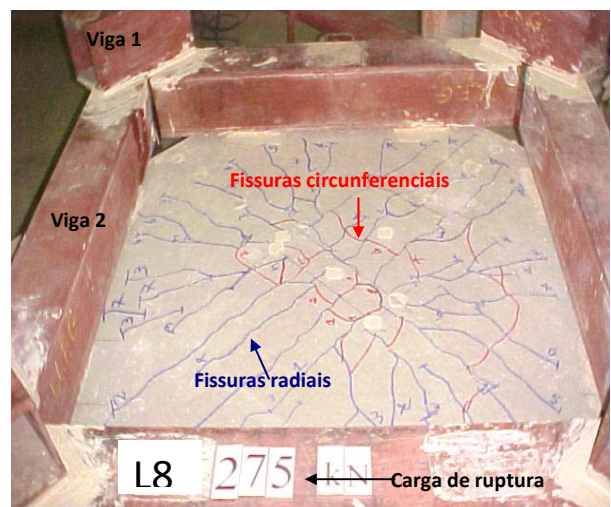
Diâmetro (mm)	Lajes	Área (mm ²)	f_{yk} (MPa)	E_s (GPa)	ϵ_{yk} (mm/m)
6,30	L1 a L8	32,20	600,00	203,00	2,96
12,50		122,70	597,00	215,00	2,78

As fissuras surgiram na superfície superior da laje e se desenvolveram de forma semelhante em todas as lajes. As fissuras radiais foram as primeiras a surgirem, em todas as lajes, ao redor do pilar e se propagaram em direção às bordas da laje com o aumento do carregamento. Estas fissuras apareceram com uma carga de 100 kN nas lajes, estando entre 25% e 33% da carga de ruptura, exceto na laje L8, cujas fissuras surgiram sob uma carga de 75 kN, correspondendo a 27% da carga de ruptura.

As fissuras circunferenciais surgiram no carregamento de 100 kN, correspondendo ao intervalo entre 26% e 36% da carga de ruptura, exceto nas lajes L2, L3 e L4, que surgiram na carga de 125 kN, em torno de 32% da carga de ruptura, sendo que estas fissuras ligam-se nas fissuras radiais existentes e circundam o pilar. As Figuras 6 e 7 apresentam a fissuração das lajes L1 e L8, respectivamente.

A Tabela 4 e a Figura 8 apresentam um resumo das comparações entre as cargas de ruptura experimentais e as estimadas pelas normas de projeto. Os resultados mostram que a estimativa do ACI 318 (2002) forneceu os resultados mais conservadores, com uma média de 1,82 para V_{exp}/V_{cal} , obtendo também o maior valor para o desvio padrão igual a 0,17. O Eurocode 2 (2001) apresentou o maior coeficiente de variação, sendo 9,86%. O CEB-FIP MC90 (1991) e a NBR 6118 (ABNT, 2003) apresentaram praticamente o mesmo resultado para a média e os menores valores para o desvio padrão, e tiveram o coeficiente de variação igual a 9,75%.

A distribuição das forças cortantes em torno dos pilares pode influenciar na resistência última das lajes. Levando-se em conta o fenômeno da polarização das forças cortantes e a importância de utilizar a relação $c_{máx}/c_{mín}$ nas análises das normas e códigos de projeto, os resultados experimentais da presente pesquisa e os resultados da literatura de lajes solicitadas nas duas direções foram utilizados para aproximar os resultados das expressões do ACI 318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) e da NBR 6118 (ABNT, 2003) aos resultados reais.

**Figura 6: Fissuração da Laje L1****Figura 7: Fissuração da Laje L8**

Para obter uma função real que passe mais próximo dos pontos (x,y), que são os resultados experimentais das lajes da presente pesquisa e da literatura, sendo x, os valores de $c_{máx}/c_{mín}$, e y, os valores para V_{exp}/V_{cal} , para um total de 53 lajes, utilizou-se o método dos mínimos quadrados, como apresenta a Tabela 5.

A Tabela 6 mostra os valores obtidos através das expressões do método dos mínimos quadrados, para índices de retangularidade entre 1 e 5. O parâmetro “ μ ” deve ser incorporado diretamente na expressão para o

cálculo da resistência ao puncionamento das normas como indicados na Tabela 7, $V_{cal,ef} = \mu V_{cal}$, sendo $c_{mín}$ e $c_{máx}$, a menor e maior dimensão do pilar.

O parâmetro “ μ ” para a norma do ACI 318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991) e NBR 6118 (ABNT, 2003)

foram iguais a 1,47, 0,96 e 0,95, respectivamente, para índices de retangularidade entre 1 e 5, conforme apresentado na Tabela 7. Para índices entre 1 e 3, propõe-se para o EUROCODE 2 (2001) o parâmetro “ μ ” igual a 1,21, e para índices acima de 3 até 5, considera “ μ ” igual a 1,02.

Tabela 4: Resumo da relação V_{exp}/V_{cal} das lajes ensaiadas (normas e códigos)

Laje	$c_{mín}$ (mm)	$c_{máx}$ (mm)	V_{exp} (kN)	V_{exp}/V_{ACI}	V_{exp}/V_{CEB}	V_{exp}/V_{EC2}	V_{exp}/V_{NBR}
L1	250,00	250,00	375,00	1,62	1,21	1,48	1,19
L2	230,00	270,00	390,00	1,70	1,27	1,56	1,25
L3	215,00	285,00	375,00	1,62	1,21	1,48	1,19
L4	200,00	300,00	395,00	1,80	1,32	1,65	1,31
L5	165,00	335,00	385,00	1,90	1,34	1,64	1,32
L6	125,00	375,00	350,00	2,15	1,26	1,57	1,25
L7	110,00	390,00	300,00	1,96	1,08	1,35	1,07
L8	100,00	400,00	275,00	1,80	0,96	1,19	0,95
Média				1,82	1,21	1,49	1,19
Desvio Padrão				0,17	0,12	0,15	0,12
Coeficiente de Variação (%)				9,37	9,75	9,86	9,75

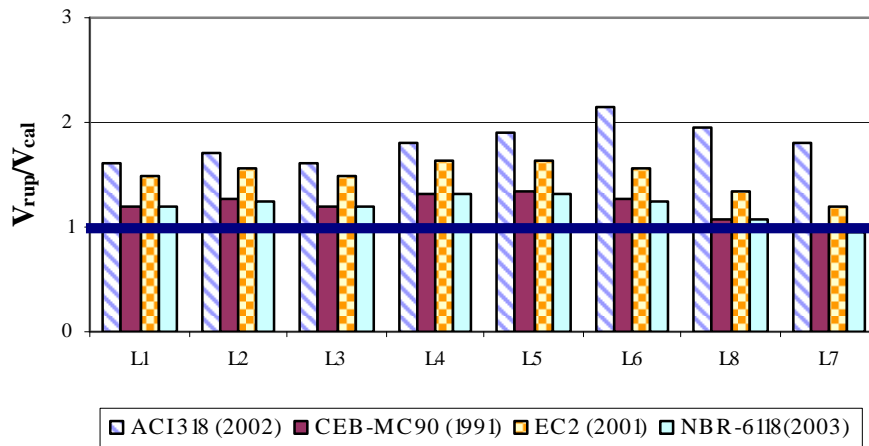


Figura 8: Gráfico da relação entre as cargas de ruptura e as cargas estimadas.

Tabela 5: Método dos mínimos quadrados

Norma	y
ACI 318 (2002)	-0,0076 $c_{máx}/c_{mín}$ + 1,4935
CEB-FIP MC90 (1991)	-0,0553 $c_{máx}/c_{mín}$ + 1,1632
EURODODE 2 (2001)	-0,0747 $c_{máx}/c_{mín}$ + 1,3957
NBR 6118 (ABNT, 2003)	-0,0554 $c_{máx}/c_{mín}$ + 1,1538

Tabela 6: Valores obtidos das expressões do método dos mínimos quadrados

$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	Prop_ACI/02	Prop_CEB/91	Prop_EC2/01	Prop_NBR/03
1,00	1,49	1,11	1,32	1,10
2,00	1,48	1,05	1,25	1,04
3,00	1,47	1,00	1,17	0,99
4,00	1,46	0,94	1,10	0,93
5,00	1,46	0,89	1,02	0,88

Tabela 7: Valores do parâmetro " μ " para as normas de projeto

μ				
$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	Prop_ACI/02	Prop_CEB/91	Prop_EC2/01	Prop_NBR/03
1,00				
2,00		1,05		1,05
3,00	1,47		1,21	
4,00				
5,00		0,90	1,02	0,90

Foi feito um comparativo do parâmetro " μ " e, percebe-se que a inclusão do parâmetro " μ " nas expressões de cálculo do ACI 318 (2002) e NBR 6118 (ABNT, 2003) resultaram em uma média para a relação V_{exp}/V_{cal} igual a 1, e as médias do EUROCODE 2 (2001) e CEB-FIP MC90 (1991) foram iguais a 1,01, com menores valores do desvio padrão para o CEB-FIP MC90 (1991) e NBR 6118 (ABNT, 2003), em relação às estimativas das expressões das normas citadas, estando a favor da segurança.

A inclusão do parâmetro " μ " na equação do CEB-FIP MC90 (1991) conduziu a uma estimativa média para a relação V_{exp}/V_{cal} igual a 1,01. A inclusão do parâmetro " μ " na equação do ACI 318 (2002) conduziu a uma estimativa média para a relação V_{exp}/V_{cal} igual a 1. A proposta estimou o menor desvio padrão, igual a 0,19, estando a favor da segurança.

5. CONCLUSÕES

As conclusões principais obtidas neste estudo foram as seguintes:

1. À medida que o índice de retangularidade aumentava, a resistência ao puncionamento

e a resistência à flexão diminuam. Todas as lajes romperam por punção.

2. A NBR 6118 (ABNT, 2003) forneceu resultados próximos ao do CEB-FIP MC90 (1991), sendo que os melhores índices de resistência foram obtidos pela norma brasileira. O ACI 318 (2002) mostrou-se mais conservador, com maiores valores da média e do desvio padrão.
3. A proposta do parâmetro " μ " nas normas analisadas apresentou melhores resultados para a resistência ao puncionamento, considerando a influência da relação $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$ nas expressões dessas normas.

6. AGRADECIMENTOS

À Capes, ao Procad – Programa Nacional de Cooperação Acadêmica pelo apoio financeiro, e CNPq pelo suporte financeiro. Às empresas Realmix Concreto, Impercia – Produtos Químicos e Impermeabilizantes para Construções; Perfinasa – Perfilados e Ferros Nossa Senhora Aparecida Ltda; e ao Laboratório Carlos Campos Consultoria.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Committee 318 (2002). **Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318 – 02) and Commentary (ACI 318R-02)**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002, 391 pp.

AL-YOUSIF, A.T., REGAN, P.E. **Punching resistances of RC slabs supported by large an/or elongated columns**. The Structural Engineer, March, 2003, p. 130-134.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de Obras de Concreto Armado – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

_____. NBR-6152/92: **Materiais metálicos – Determinação das propriedades mecânicas à tração – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, 1992.

BORGES, L.L.J. (2004). **Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares e Furos de Grandes Dimensões**. Tese de Doutorado, Publicação E.TD-002A/04, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 367 p.

CEB-FIP MC90 (1991). **CEB-FIP Model Code 1990: Final Draft**. Bulletin D'Information 204, Committe Euro-International du Beton, Lousanne, July 1991.

CORDOVIL, F. A. B. **Punção em Placas de Concreto Armado**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995, 393 p.

EUROCODE 2 (1992). **Design of concrete structures – Part1: General Rules and Rules for Buildings**. European Prestandard ENV 1992-1-1:1991. Comité Européen de Normalisation, Brussels, 1992, 253 pp.

HAWKINS, N.M., FALLSEN, H.B., HINOJOSA, R.C. (1971). **Influence of Column Rectangularity on the Behavior of Flat Plate Structures**. ACI Publication SP-30: Cracking, Deflection, and Ultimate Load of Concrete Slab Systems, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1971, p. 126-146.

OLIVEIRA, D.R.C. (2003). **Análise experimental de lajes cogumelo de concreto de alta resistência com pilares retangulares**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Universidade de Brasília, Brasília, Agosto 2003, 183 pp.

REGAN, P.E., REZAI-JORABI, H. **Shear resistance of one-way slabs under concentrated loads**. ACI Structural Journal, March-April 1988, p.150-158.

SILVA, J.A. **Punção em Lajes Cogumelo: Pilares Retangulares, Furos e Armadura de Cisalhamento**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Julho 2003, 171 pp.

TENG, S., KUANG, K. L., CHEONG, H. K. (1999). **Concrete Flat Plate Design – Findings of Joint BCA-NTU**, R&D Project, 1999, 15 pp.