10.5216/ia.v35i1.11018

Aspectos psicológicos do raciocínio lógico-matemático na geometria plana Um estudo sobre as influências dos conteúdos na construção da inteligência*

João Alberto da Silva,
da Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Resumo: O ensino da geometria plana nas séries finais do Ensino Fundamental é, muitas vezes, desprovido de sentido. Os professores optam por práticas pedagógicas que se fundamentam em algoritmos, sem preocuparem-se com os processos mentais que estão envolvidos na construção do pensamento geométrico. Essa pesquisa vale-se da Epistemologia Genética para investigar como adultos que frequentaram a escola e obtiveram êxito no ensino de geometria elaboram significações a propósito de problemas que envolvem o cálculo da área e do perímetro de figuras planas. Os dados indicam que a totalidade dos entrevistados é capaz de realizar o cálculo através do algoritmo, mas muito poucos apresentam explicações elaboradas. Os modelos de significação são os mais variados e dirigem-se de um pensamento baseado exclusivamente na percepção até a explicação logicomatemática dos conceitos envolvidos.

Palavras chave: Epistemologia Genética. Modelos de Significação. Pensamento Lógico-matemático.

Introdução

Muitas vezes, os professores universitários deparam-se, em suas salas de aula, com alunos que apresentam comportamentos bastante diversos do ponto de vista intelectual. Particularmente quando se trata da matemática, a dificuldade parece ser ainda maior. Nota-se que muitos dos problemas

* Artigo recebido em 21/05/2009 e aprovado em 08/09/2009.

referem-se a conteúdos anteriores ao Ensino Superior, gerando por parte dos professores um tipo curioso de justificativa para o fracasso dos alunos: "falta base!".

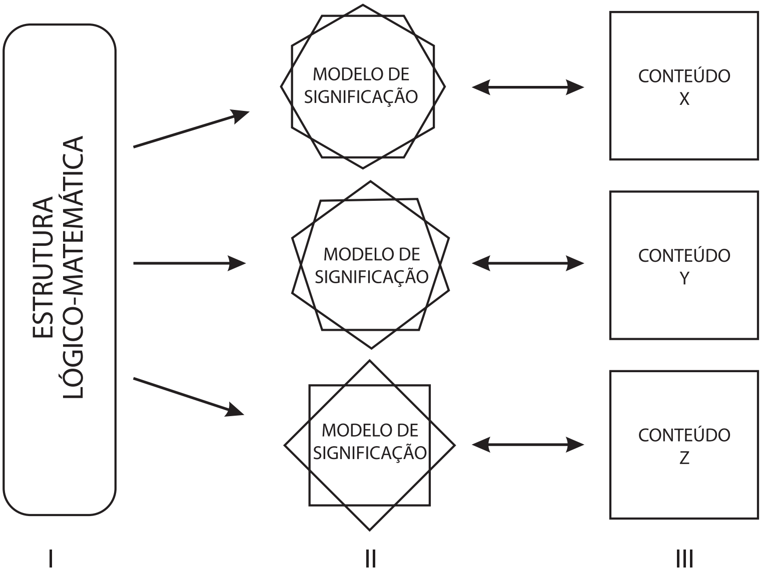
Os conteúdos elementares da geometria são ensinados, em geral, na sexta série do Ensino Fundamental. Eles abordam o cálculo da superfície e do contorno de figuras planas e ocupam-se da formalização desses conceitos por meio de algoritmos. Tem-se a hipótese de que, mesmo dominando o cálculo, muitos sujeitos não são capazes de elaborar uma explicação para a relação que existe entre a área e o perímetro de quadriláteros, por exemplo.

No que tange às operações mentais, o papel dos conteúdos e das significações já foi destacado por Piaget e Garcia ao dizerem que "toda ação e operação comportam significações e como nenhuma ação ou operação, nem, sobretudo nenhuma significação, permanece em um estado isolado, então cada uma delas é solidária de outras, pois existem implicações entre ações ou operações envolvendo suas significações" (1989, p. 12). Em função das particularidades de cada sujeito, as experiências individuais frente aos objetos são as mais distintas, ocasionando na vida adulta diversas maneiras de compreender e assimilar os conteúdos. Assim, é possível encontrar nos adolescentes e nos adultos uma variedade bastante grande de comportamentos a respeito de problemas que são apresentados, visto que é possível encontrar distintos estados de significação e explicação das situações.

Nota-se que, no plano da estrutura, os conteúdos são estruturados pelas operações lógico-matemáticas, tal como seriar, classificar, etc., mas quando se deparam com os problemas da realidade precisam organizar-se em função de seus significados. No caso do adulto, ainda que as operações logicomatemáticas possam fazer parte de uma estrutura formal, é preciso construir e organizar o conjunto de significados, para ter-se a possibilidade de uma dedução sobre o real e a significação de uma situação. Se as conexões entre as significações apresentam um caráter representativo apoiado nos instrumentos semióticos, pressupomos que se pode falar então de um modelo para interpretar a realidade, organizar os problemas em pensamento e atribuir significado às situações. Acreditamos que o raciocínio desenvolve-se em um sistema de conjunto e organiza-se sob a forma de um modelo de significação, cuja principal função é construir um quadro antecipatório e dedutivo das condutas a serem executadas.

Nesse sentido, um modelo de significação pode ser entendido sob a perspectiva do conjunto de implicações significantes que o sujeito elabora para interpretar a realidade. Quando Piaget (1975, 1977) introduz o conceito de implicação significante, ele o faz para exprimir a existência de uma lógica própria das ações e dos significados. De acordo com Piaget "o sistema das implicações significantes fornece um elemento que não é compreendido, nem nos objetivos, nem nos meios empregados: é a determinação das razões, sem as quais os sucessos representam apenas fatos sem significados" (1977, p. 179). No caso do adulto, mesmo que a estrutura possa fornecer às operações suas formas de organização mais sofisticadas, é necessário que se construam conexões entre significados sob a forma de modelos, que atribuam sentido às situações.

Figura 1 – Modelos de Significação



I – Estrutura comum que sustenta as operações lógico-matemáticas.

II – Modelos de significação que indicam a organização das operações em função de conteúdos específicos.

III – Conteúdos com os quais o sujeito opera.

A figura anterior ilustra a dinâmica que propomos. Encontra-se no sujeito uma estrutura mais ou menos geral que é responsável por organizar as operações logicomatemáticas. Além dela, existiriam modelos de significação que se originaram da atividade operatória do sujeito frente aos conteúdos. Os comportamentos, como já haviam afirmado Piaget e Inhelder(1979), continuariam, equivalentes, sob o ponto de vista lógico-matemático, mas podem ser considerados hierarquicamente diferenciados, se levarmos em conta os conteúdos e a significação construída sobre estes.

O problema de pesquisa que seguimos nesse artigo refere-se aos modelos de significação que são construídos pelos adultos a respeito de um problema que envolve o contorno e a superfície de quadriláteros. Como pensa o estudante universitário a respeito do cálculo da área e do perímetro? Qual a resistência desse conteúdo à assimilação e quais as particularidades que ele demanda ao pensamento do sujeito? Enfim, nosso objetivo é investigar os processos de significação presentes no pensamento do adulto em relação a questões da geometria elementar.

Materiais e métodos

Esta pesquisa caracteriza-se por ser um estudo exploratório, descritivo e de cunho qualitativo. A orientação metodológica é inspirada nos procedimentos normalmente utilizados nas pesquisas em Epistemologia e Psicologia Genéticas. Em especial, o Método Clínico e suas variações, ao longo da obra de Piaget (Vinh-Bang, 1966) é o referencial que se adota para a coleta e análise dos dados.

Para investigar a significação e a mobilidade do pensamento do adulto, elaboramos um procedimento metodológico em duas etapas. Em um primeiro momento, é apresentado um cálculo sobre o assunto em questão e se diz ao sujeito: "resolva este cálculo como tu fazias na escola e vai me contando o que estás fazendo". Em seguida, é realizada uma entrevista semi-estruturada. O objetivo é fazer uma *primeira foto* do modelo de significação do adulto. Essa primeira foto seria a significação que se constrói, de imediato, frente a um problema novo. O segundo momento consistiria na aplicação do Método Clínico propriamente dito, através do qual o experimentador procura explorar o pensamento do sujeito de modo a mobilizar suas operações na construção de uma significação mais elaborada do problema. Se a entrevista semi-estruturada permite a confecção de uma foto estática do pensamento do sujeito, o Método Clínico permite captar o movimento e fazer um "filme" que, além de registrar a significação atribuída, é capaz de evidenciar os processos e as operações mentais envolvidos.

Quanto aos participantes, foram entrevistados quinze sujeitos com idades entre 19 e 33 anos (a idade não se mostrou uma variável relevante) e que atenderam às seguintes características: ter completado com sucesso a série na qual são ensinados os conteúdos em questão, ser estudantes do Ensino Superior ou já tê-lo concluído e assinar o consentimento informado. Todos os sujeitos fazem parte da classe média ou média-alta, não apresentam déficit mental ou relato de problemas de aprendizagem. Para o número de entrevistados foi utilizado o critério da saturação. Foram-se realizando entrevistas até que as respostas não apresentassem maiores variações em relação às anteriores.

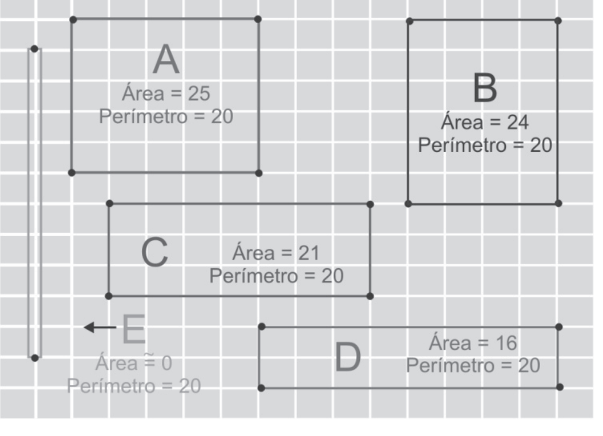
Descrição da técnica utilizada

Inicialmente, pede-se ao entrevistado que calcule, em uma folha de papel à parte, a área e o perímetro de duas figuras: um retângulo de 8 cm por 2 cm e um quadrado de lado 4 cm. Seis entrevistados não souberam resolver o cálculo e alegaram não se lembrarem da fórmula empregada. Dentre os que resolveram, todos se valeram da estratégia de somar os lados para encontrar o perímetro e de multiplicar um lado pelo outro para encontrar a área.

Após, utiliza-se um geoplano, pinos e um cordão de 25 cm de comprimento para investigar a compreensão que o sujeito possui dos conceitos. O geoplano é um material muito utilizado no ensino de geometria. Trata-se de um tabuleiro com furos com distância de 1 cm uns dos outros. Nestes furos, colocam-se pinos, os quais servem de apoio para que, com um barbante, se limite uma superfície plana. Os furos servem como índice para mensurar a superfície limitada pelo cordão, bem como seu comprimento. A fácil alteração das figuras pela mobilidade dos pinos e a possibilidade de contagem dos furos faz com que o geoplano seja muito útil no ensino da geometria.

No experimento (Figura 2), o geoplano é utilizado para representar cinco quadriláteros. O primeiro (A) é um quadrado de lado 5 (área = 25 e perímetro = 20); o segundo (B) é um retângulo de lados 6 e 4 (área = 24 e perímetro = 20); o terceiro (C) é outro retângulo de lados 7 e 3 (área = 21 e perímetro = 20); o quarto (D) é um quadrilátero de lados 8 e 2 (área = 16 e perímetro = 20);

Figura 2 – Ilustração do geoplano para conservação do perímetro e alteração da área



o último (E) é por sua vez um retângulo cujo um lado é apenas a espessura de um furo e o outro próximo de 10 (área próxima de 0 e perímetro = 20). Os pinos já estão colocados no geoplano desde o início do experimento e não são retirados nas transformações, apenas o cordão muda de lugar.

Para a realização da "primeira foto", nos moldes de uma entrevista semi-estruturada, vai-se contando uma pequena história para o entrevistado diante do geoplano e realizando ações correspondentes:

– "Há um senhor que comprou um cachorro e construiu um canil próximo de sua casa".

Coloca-se o cordão nos pinos que correspondem ao quadrado A.

– "Após algum tempo, esse senhor resolve trocar o canil de lugar no terreno e o constrói de outra maneira".

Retira-se o cordão do quadrado A e se passa para o retângulo *B*. Pergunta-se ao entrevistado:

– "Que aconteceu com a superfície? E com a cerca?"

Caso o entrevistado não compreenda as perguntas, pode-se enfatizar indagando se foi preciso que o dono do cão comprasse mais arame para fazer a cerca do canil ou como ficou a superfície para o animal brincar.

– "Depois de um tempo, o senhor achou que o cão não estava muito feliz naquele lugar e resolveu trocar novamente o canil de lugar".

Retira-se o cordão do retângulo B e passa-o para o retângulo C. Pergunta-se novamente ao entrevistado como está a superfície e o comprimento da cerca do novo canil.

– "Ainda, não satisfeito com a situação, o dono do cachorro resolveu trocar mais uma vez o canil".

Retira-se o cordão do retângulo C e se passa para o retângulo D. Pergunta-se a respeito da cerca e da superfície.

Após essa investigação, passamos para a prática do Método Clínico. Nesse momento da sessão, o experimentador procura explorar o pensamento do entrevistado, oferecer contra-sugestões e situações de conflito. As respostas dadas durante a entrevista da primeira foto são testadas agora sob a perspectiva de seu significado e sentido. O experimentador realiza mais uma mudança no geoplano, propondo aquilo que consideramos ser a situação de maior conflito perceptivo, que é o caso em que o perímetro se conserva e a área se torna mínima (retângulo E). Conta-se que o dono do cão não estava, mais uma vez, satisfeito com o canil e o trocou novamente. Explora-se o pensamento do sujeito em função dessa nova mudança e de comparações com as situações anteriores. O entrevistador pode voltar a reconstruir os retângulos de área maior para comparar com o quadrilátero E. Após as entrevistas, foi organizado um protocolo de análise dos dados, que permitiu evidenciar quatro modelos de significação, os quais apresentaremos em seguida.

Primeiro modelo de significação: Juízo unidimensional

Foram encontrados dois sujeitos (28 e 34 anos) que apresentam um modelo de significação bastante simples. Eles interpretam o problema considerando apenas a modificação dos lados dos quadriláteros e emitem um juízo de acordo com o dado perceptivo mais aparente. Escolhemos um dos casos para analisar em minúcias. Conta-se a história a respeito do cachorro e se executa a primeira transformação (quadrado de 5x5 para o retângulo de 6x4):

> – E agora? O que tu podes me dizer que aconteceu com a cerca do canil? É maior? É menor? É a mesma?
>
> – É o mesmo.
>
> – E a superfície para o cachorro caminhar?
>
> – É maior. Tem mais espaço para o cachorro brincar.
>
> – Como é que tu sabes disso?
>
> – Porque aqui (aponta um dos lados do retângulo) é mais comprido, então o cachorro pode ir e voltar mais.
>
> – O teu outro colega disse que achava que era diferente. Ele disse que achava que era a mesma coisa porque um lado estava mais comprido, mas o outro estava mais curto?
>
> – É, mas o espaço para o cachorro caminhar é maior nesse segundo canil. Eu posso contar?
>
> – Sim, claro.
>
> – Tu podes ver que em um o lado é 5, mas no outro já é 6, daí é melhor. (Ner, 34 anos, Estudante de Administração).

O trecho acima já fornece algumas pistas de que o sujeito utiliza um índice unidimensional. Ele percebe uma mudança no tamanho do lado do quadrilátero e usa esse referente para emitir um juízo. Tal afirmação é bastante surpreendente para o experimentador, que precisa desde já indagar mais o sujeito para conseguir compreender o que diz. Ele julga que a superfície do canil se modifica, pois no quadrilátero de lado 6 o comprimento para o cachorro caminhar é maior, mas faz isso sem se preocupar que o canil torna-se simultaneamente mais estreito. Surpreende, novamente, ao tomar a iniciativa de contar, mas o faz apenas para reafirmar seu critério unidimensional. Na sequência da sessão é possível melhor verificar o seu modo de significar o problema. Muda-se o retângulo de 6x4 para 7x3.

– E como fica a cerca agora?
– Vai faltar porque é mais comprido. Tu precisas mais fio.
– E a superfície para o cachorro caminhar?
– Ficou mais estreito, porém aumentou a largura.
– Então, o que tu achas?
– Fica a mesma coisa. Tu tiras o espaço de um lado, mas coloca de outro.

Muda-se o quadrilátero de 7x3 para 8x2.

– Como fica a cerca?
– Tu tens de comprar mais cerca.
– Como é que tu sabes?
– Porque eu contei e aqui tem 8, então está mais comprido, tem mais distância.
– E a superfície?
– É a mesma porque tu estás mudando só o formato, mas o espaço é o mesmo.
– Teve um colega teu que veio aqui antes e disse que era preciso mais cerca para fazer esse canil porque ele fica muito comprido desse lado. Tu achas que ele pode estar certo?
– Sim, porque tu precisas espichar o fio para poder cercar tudo. É muito mais comprido.
– Mas também teve outro colega que achou que a cerca era realmente a mesma, mas achou que a superfície diminuiu porque está muito estreito. Tu achas que ele pode estar certo?
– Não, porque a cerca está mudando em todas as transformações, mas tu podes ver que tu desmanchas um canil e faz outro, então o espaço é o mesmo.
– Se tu tivesses de me dizer como está o fio e a superfície do canil aqui nessas mudanças, o que tu poderias me dizer?
– Que a cerca está mudando, mas o espaço é sempre o mesmo.

Ora, a continuação da entrevista nos permite identificar mais precisamente o modo de pensar de NER. Para o caso da área, ele tenta realizar uma espécie de conservação, mas não para o perímetro, pois está preso à idéia de comprimento do fio. Notemos como ficam as condutas do sujeito frente à situação que consideramos fonte de um possível conflito. Muda-se o quadrilátero de 8x2 para 10x0.

– Como tu achas que fica a cerca agora?
– Aumenta um monte o comprimento.
– Mas e o tamanho do fio?
– É o mesmo porque ele diminui na largura. Nesse aqui não tem largura.

– E a superfície para o cachorro caminhar?
– Não existe, porque o cachorro só pode caminhar de um lado para outro.
– Vou voltar para aquela primeira situação que nós tínhamos (quadrado de 5x5). Se eu comparar esse quadrado com essa última situação (10x0) que nós tínhamos, o que tu podes me dizer?
– É que nesse mais fino (10x0) o cachorro não tem onde caminhar e o fio fica muito comprido.
– Como fica o tamanho do fio?
– É bem mais comprido nesse último.
– Teve um colega teu que disse que achava que o fio era o mesmo porque não se tirou nem colocou nada
– Não tem como saber se o tamanho do fio é o mesmo porque aqui ele fica mais comprido.
– E se eu agora mudar novamente e voltar para o primeiro que a gente tinha (5x5) para comparar de novo, o que tu achas que eu tenho de fazer com o fio nessa mudança?
– Tem de comprar mais fio, mas que engraçado porque tu estás é usando o mesmo fio sempre. A grosso modo, se eu contar tu tens de comprar mais fio porque está ficando mais comprido, mas é o mesmo fio. Na verdade ... claro... o fio é sempre o mesmo então é a mesma cerca sempre.
– E a superfície?
– Está maior, mas está mais estreita.
– Mas a superfície total?
– Ela é maior na distância, mas ela toda se compensa. Eu acho que é isso.
– Isso o quê?
– Resumindo, não muda nada, só o formato.
– E tu consegues contar para me mostrar isso?
– Tenho. 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 (conta com o dedo o retângulo de 10x0, mas conta o número de marcadores e não o de espaços). E aqui tem 1,2,3,4,5,6 (No retângulo de 5x5). É esse.. (aponta para o retângulo de 10x0) É maior.
– O que é maior?
– Ele é mais comprido. A distância é maior. Nesse outro (5x5) o centro é maior, mas nesse a distância é que é. Eles se compensam.
– E tu consegues fazer uma conta para me dizer isso? – Sim, mas é esse o problema. Nesse dá 11 e é mais comprido que o outro que dá só 6.

Após passar pela situação de conflito, o sujeito percebeu, parcialmente, que suas crenças estavam equivocadas. NER constata que a área não se mantém nessa última transformação e passa, agora, a acreditar na conservação do fio. Todavia, essa nova inferência não surge da observação de que as mudanças dos lados se compensam, mas simplesmente da constatação de que "é o mesmo fio".

Nota-se que essas condutas equivocadas são oriundas de um problema de coordenação. Não se trata da ausência de conservação do fio ou das operações lógico-matemáticas, mas de organizar esse problema em função de seus conteúdos. A situação de conflito ajuda a modificar as inferências que deformavam a leitura da realidade, mas ainda não levam ao êxito. Provavelmente, não há muitos esquemas mobilizados para dar conta do problema e eles não produzem um modelo muito organizado para interpretar os fatos.

Veja-se que ele realiza um cálculo, cuja origem, no entanto, está ainda em uma inferência unidimensional. As regulações diante desses novos parâmetros não são suficientes para dar origem a novas coordenações. O que o sujeito faz é medir o tamanho de um dos lados, reforçando a idéia de uma organização unidimensional do problema. Em certos momentos, diante das variações que propomos, ele oscila e passa a realizar uma compensação qualitativa das transformações. Mostra-se confuso, mas quando recorre ao cálculo, volta ao comportamento de considerar apenas um dos lados do quadrilátero. Em resumo, o sujeito acredita em uma coisa, mesmo que seja contrária às inferências anteriores, o que dá origem a duas implicações conflitantes:

$\overline{L} \to \overline{F}$ (a não conservação do lado implica a não conservação do fio);
$F \to A$ (a conservação do fio implica a conservação da área).

Nesse caso, a linha temporal das inferências e de conexão entre as implicações é muito importante. Em comum, os comportamentos apresentam uma predominância de juízos baseados em impressões perceptivas muito simples. Primeiramente, ele acredita que há uma mudança nos lados do quadrilátero e isso faz, por consequência, mudar o comprimento do fio ($\overline{L} \to \overline{F}$). Esse sujeito não apresenta ainda uma compensação entre largura e comprimento, estando atento apenas a uma dessas características. Todavia, por vezes, o sujeito responde que o fio é o mesmo, ainda que ache dever ele ser mais comprido! Sendo o mesmo fio, então algo se conserva, donde o sujeito conclui que a área permanece a mesma nas diferentes transformações ($F \to A$). Ora, observe-se a linha temporal que surge: o formato muda – isso leva a crer que muda o comprimento do fio, mas uma conservação do fio implica uma manutenção da área. As implicações ainda não estão arranjadas em um sistema de conjunto mais organizado, o que ocasiona uma incoerência lógica entre as significações construídas.

Na última variação (10x0), a área se reduz ao mínimo com a conservação do perímetro. O sujeito não confirma a percepção de que a área se mantém, isto é, percebe que $F \to A$ é uma implicação falsa. Ele corrige seus juízos anteriores: se a área se altera, então é ela o fator que muda. O fio é sempre o mesmo e seu comprimento se conserva. Para explicar essa nova inferência, o sujeito agora vai para uma compensação qualitativa. Os passos seguintes é que são curiosos; o conflito serve para o sujeito, em parte, se corrigir, mas logo em seguida essa primeira inferência é perdida. Como ele passa a acreditar na compensação qualitativa, conclui que não há mais mudança porque há compensação dos lados e por isso conservação tanto da área quanto do perímetro. O peculiar é que a mesma inferência (a área não se mantém), que serve para corrigir uma anterior (conservação da área), produz uma nova inferência (a de que o comprimento do fio se compensa nos lados) e que volta a concluir por uma conservação na área.

Vejamos o jogo de implicações:

$\overline{L} \to \overline{F}$ (a não conservação do lado implica a não conservação do fio)

$F \to A$ (a conservação do fio implica a conservação da área)

Após a situação de conflito, as implicações anteriores são percebidas como falsas, dando origem à seguinte ordem sequencial de implicações:

$\overline{F \to A}$ (a conservação do fio não implica a conservação da área), então

$\overline{L} \to F$ (a não conservação do lado implica a conservação do fio), logo

$F \to \mathrm{P}$ (a conservação do fio implica a conservação do perímetro) e

$P \to A$ (a conservação do perímetro implica a conservação da área)

Esse fato, que é curioso por um lado, mostra, por outro, a sequência temporal das implicações entre significados e conexões lógicas derivados. Eles possuem ordens sequenciais que influenciam os juízos e as conclusões posteriores. Diferentemente das operações lógico-matemáticas, cuja temporalidade não é determinante, a ordem das significações e das implicações é crucial na organização de um modelo para atribuir significado ao problema.

Segundo modelo de significação: Compensação qualitativa

Para os sujeitos que ultrapassam, de imediato, a crença de que a mudança dos lados modifica o tamanho do perímetro, surge uma justificativa que leva a outra constatação. Se os lados se conservam, então os tamanhos se compensam. Essa interpretação, correta para o caso do perímetro, é estendida para a estimativa da área, dando espaço a uma série de novas condutas. Foram encontrados seis, de diferentes idades, que organizavam a situação dessa maneira. Vejamos um caso. Conta-se a história a respeito do canil. Faz-se a primeira mudança (do quadrado de5x5 para o quadrado de 6x4).

> – E agora? O que tu podes me dizer que aconteceu com a cerca do canil? É maior? É menor? É a mesma?
> – Eu acho que fica a mesma coisa.

– E a superfície para o cachorro caminhar?
– É a mesma.
– Como é que tu sabes?
– É que tu usaste o mesmo fio. O que tu tiraste daqui (aponta para a área que foi diminuída pelo estreitamento do retângulo) foi colocado aqui (aponta para a área que foi aumentada em função do aumento do comprimento do retângulo).
(ROS, 22 anos, Estudante de Ciências Contábeis)

É possível perceber que o sujeito justifica a conservação da área em função da permanência do fio. Todavia, essa compensação não é quantitativa, pois o índice para o juízo é a percepção. Nesses casos, em que o sujeito acredita em uma conservação da área devido a uma possível regulação entre o aumento e a diminuição dos lados, dizemos que se trata de uma compensação qualitativa, pois não leva em conta os dados métricos que podem fornecer o resultado correto. As inferências envolvidas são:

$F \rightarrow L$ (conservação do fio implica conservação dos lados) ou
$F \rightarrow P$ (conservação do fio implica conservação do perímetro)

A partir dessas duas primeiras implicações o sujeito infere que há compensação entre os lados do quadrilátero e, então, formula novas implicações:

$F \rightarrow A$ (conservação do fio implica conservação da área) ou
$P \rightarrow A$ (conservação do perímetro implica conservação da área)

Desse conjunto de implicações extrai-se a explicação da compensação qualitativa. Ele parte da inferência de que os tamanhos dos lados se conservam pela manutenção do fio. Disso deriva que o perímetro não se altera e que os outros elementos também se conservam em função de uma compensação. É evidente que essa inferência anterior se basta como índice suficiente para o juízo, sem que se preocupe em averiguar a métrica da transformação. Na sequência da sessão, é possível ver como esse jogo inferencial sustenta as condutas do sujeito. Muda-se do retângulo de 6x4 para o retângulo de 7x3.

– E como fica a cerca agora?
– Continua a mesma.
– E a superfície para o cachorro caminhar?
– Eu acho que a mesma coisa.
Muda-se para o retângulo de 8x2.
– Como é que ficou a superfície para o cachorro caminhar?
– Agora parece que aumentou.
– Como é que tu sabes que aumentou?

– É difícil de dizer. Tu não aumentaste o fio e não diminuíste, mas está mais comprido. Dá a impressão de que é maior porque está mais estreito.
– Tu achas que a superfície é maior porque está mais estreito? Tu podes me explicar melhor isso?
– É que está mais estreito, daí acaba ficando mais comprido justamente porque o fio é o mesmo então dá essa impressão de que aumentou, mas no fim é a mesma coisa.
– Teve um colega teu que veio aqui antes e disse que era preciso mais cerca para fazer esse canil porque ele fica muito comprido desse lado. Tu achas que ele pode estar certo?
– Não, porque ele está mais comprido, mas acabou diminuindo na largura.
– Mas também teve outro colega que achou que a cerca era realmente a mesma, mas que a superfície diminuiu porque está muito estreito. Tu achas que ele pode estar certo?
– Sim, claro. Tu olhando dá a impressão que mudou, mas é a mesma coisa.

Nesse momento, é importante verificar como as transformações provocam certo desequilíbrio em ROS. Ele percebe que algo muda: no primeiro quadrado, tem-se uma área de 25 cm^2, depois 24 cm^2, para então 21 cm^2 e 16 cm^2. A área está mudando e o sujeito volta a verificar suas implicações para interpretar o que está acontecendo. Coisa curiosa é que esse sujeito, em particular, retoma inferências mais primitivas, oscilando entre a compensação qualitativa e o juízo unidimensional. Em certos momentos, não sabe como interpretar as mudanças que acontecem, atribuindo-as, então, a uma modificação do tamanho do lado, mas que é rapidamente corrigida pela idéia da conservação do fio. Na verdade, superficialmente, poder-se-ia interpretar que o sujeito estava, em determinados momentos, regredindo. Entretanto, em uma análise mais profunda, pode-se observar que essa aparente regressão só acontece porque o sujeito já duvida da inferência que rege o seu juízo naquele instante. Essa dúvida vai abrir a possibilidade de que novas regulações se construam e que possam organizar novas coordenações.

Muda-se para o retângulo 10x0.

– Como tu achas que ficou a superfície agora?
– Está muito estreita.
– É menor, igual ou maior?
– É bem menor.
– E a cerca para o canil?
– É o mesmo fio, mas mudou o espaço. Está bem menor.
– Vou voltar para aquela primeira situação que nós tínhamos (quadrado de 5x5). Se eu comparar esse quadrado com essa última situação (10x0) que nós tínhamos, o que tu podes me dizer?
– Nessa aí tu tens bem mais espaço para o cachorro brincar.

– Agora, se eu comparar esse primeiro canil (5x5) e esse outro (7x3). O que tu podes me dizer da superfície?
– É a mesma. Agora sim continua igual.
– Teve um colega teu que achava que este aqui (7x3) era menor; tu achas que ele pode estar certo?
– Não. Eu acho que ele pode ter olhado que está mais estreito, mas fica ao mesmo tempo mais comprido. É a mesma coisa.
– Tu achas que consegue fazer algum cálculo para me dizer a medida da cerca ou da superfície? (Para e pensa).
– Não... Eu não sei como.

Com a mudança para a situação em que o perímetro ainda se conserva e a área é mínima, o sujeito já é capaz de perceber que há uma modificação no tamanho da superfície. A diferença perceptiva entre o quadrado de 5x5 e o retângulo de um lado 10 e outro próximo de 0 é muito grande. Como a percepção ainda é um forte referente para o juízo do sujeito, nesse caso, ele desconsidera suas inferências anteriores e acredita em uma mudança. Veja-se que interessante é a relação que se estabelece entre os dados oriundos da percepção e as inferências: são os índices perceptivos que levam às inferências (compensação qualitativa), mas quando estas são superadas, o sujeito tende a voltar para inferências mais primitivas (juízo unidimensional), baseadas exclusivamente na percepção. Ao compararmos esse modelo de significação com o anterior, percebe-se que o sujeito avança na construção das implicações e a lógica das significações é um pouco mais sofisticada, ainda que não completamente coerente.

Se antes tínhamos:

$P \rightarrow A$ (conservação do perímetro implica conservação da área)

O sujeito desdobra essa implicação em outra, pois acredita que:

$A \rightarrow P$ (conservação da área implica conservação do perímetro)

A partir disso, destacamos que as inferências que sustentam os juízos dos sujeitos desse modelo são baseadas em uma implicação mútua, dada por:

$A \leftrightarrow P$ (a conservação da área implica a do perímetro e vice-versa).

O fato de ROS não saber resolver o cálculo tanto no papel quanto no material impede que tenha outros índices de juízo. O único feedback para suas ações é a percepção imediata e qualitativa.

Terceiro modelo de significação: Correção pelo cálculo

Alguns sujeitos iniciam a sessão organizando a situação através de um modelo de compensação qualitativa, mas, ao longo do experimento, são capazes de perceber problemas na lógica implicativa que vinham seguindo. Determinados momentos, tal como o caso em que o perímetro se conserva e a área é mínima, podem desencadear regulações e sugerir uma revisão nas conexões lógicas estabelecidas (implicações significantes). As referências que dominam as condutas originam-se das implicações $F \to P$ e $F \to A$, portanto $A \leftrightarrow P$. Analisemos um caso específico para acompanhar o processo de raciocínio dos sujeitos que elaboram esse modelo de significação. Ela resolve os cálculos propostos sem problemas, valendo-se sempre do algoritmo convencionado. Conta-se a história a respeito do canil e faz-se a primeira mudança (do quadrado de 5x5 para o retângulo de 6x4).

> – E agora? O que tu podes me dizer que aconteceu com a cerca do canil?
> – A área é a mesma, mas os lados da cerca mudaram de tamanho porque antes ela estava aqui (aponta com os dedos o quadrado de 5x5)...Se eu não me engano, tínhamos um quadrado e todas as áreas da cerca tinham o mesmo tamanho. Agora ele fez um retângulo, dois lados ficaram maiores, dois lados ficaram menores, mas como ele usou a mesma cerca a área ficou a mesma. (Passa o dedo sobre o fio).
> – Então me explica um pouco melhor. Como ficou a cerca?
> – Ela mudou a medida dos lados, mas a área pro cachorro é a mesma.
> – Quando o dono desmanchou a cerca para construir o novo canil foi preciso comprar mais cerca? Sobrou cerca?
> – É a mesma cerca.

Segunda transformação (retângulo de 6x4 para retângulo de 7x3).

> – E agora? Como tu achas que ficou a cerca? É a mesma coisa? Faltou cerca? Foi preciso comprar mais cerca?
> – Não, é a mesma cerca porque ele só está mudando, na verdade, o tamanho dos lados. Eu tenho um lado que ficou menorzinho (gesticula com a mão para indicar o lado de 3 centímetros), mas eu tenho outro que ficou bemmm mais comprido (aponta o lado de 7 cm). Você está usando a mesma cerca então a área ficou a mesma. (MAR, 26 anos, Doutoranda em Educação).

Até então, nessa primeira foto, é possível notar que o sujeito segue um modelo de compensação qualitativa. É interessante destacar como ele se mostra mais ativo durante a entrevista: apresenta mais regulações, já presume algumas perguntas e aponta algumas relações. Ao acompanharmos o seu raciocínio é possível verificar como ele passa a corrigir suas hipóteses.

Terceira transformação (retângulo de 7x3 para retângulo de 8x2).

> – Então o dono resolveu mudar o canil...
> – É a mesma coisa.

– O que é a mesma coisa?
– De novo, os lados...Este lado ficou mais estreito que esse e, por conta disso, o comprimento teria de ser um pouquinho maior para ser a mesma cerca.
– Tu podes fazer uma comparação entre o cálculo que fizeste e a situação?
– Segundo a minha tese tem algum problema em algum cálculo. Ah não! (Para e pensa).
– O que tu estás pensando?
– Eu estou pensando no caso dessas duas [contas] que a área é a mesma e que os perímetros são diferentes
(Para e pensa).
– Pois é, se a área é a mesma... Incrível porque a área não é a mesma!!... É que para você construir a cerca você sempre leva em conta a área que vai ser cercada e nunca o perímetro.
– O que é o perímetro?
– O perímetro eu acho – antes eu tinha mais certeza do que agora –, que era a soma dos lados. Vamos supor que se a gente corta a cerca é como se fosse toda a extensão e a área é todo esse espaço que a cerca ocupa por isso que não importa qual o tamanho a área vai ser a mesma porque essa extensão (o fio) não mudou.
– Então se eu pegar o primeiro canil (5x5) e esse outro (6x4), tu achas que o tamanho do fio muda? – Não. O tamanho do fio não muda.
– E a superfície que ele limita?
– Também não.

É interessante que, até então, MAR está emitindo seus juízos baseadas na decorrência de que a conservação do fio e, consequentemente, do perímetro implicam a mesma área ($A \leftrightarrow P$). Todavia, quando pedimos que compare o procedimento com os exercícios realizados no papel, ele percebe que existem dois cálculos nos quais a área é a mesma, mas o perímetro é diferente. Passa, então, a se questionar se o próprio cálculo está certo (!), visto que a implicação anterior ainda é considerada correta. Chega, até mesmo, a pensar que, no experimento, a área está se conservando e o perímetro está mudando, já que isso ocorre nos cálculos realizados anteriormente. Quando pedimos que esclarecesse o que entende por perímetro, ele define corretamente o conceito e retoma seu raciocínio de que a conservação do fio implica a manutenção da área ($F \rightarrow A$). É interessante observar que não é a compensação qualitativa que implica a preservação da superfície. Ela é apenas a justificativa elaborada para o índice real – a conservação do fio – que sustenta essa implicação.

A mobilidade do pensamento nesse modelo de significação é muito importante. Continua-se a perceber como o sujeito estabelece mais relações e coordenações entre os objetos, e entre os objetos e os cálculos. O que dificulta o acerto do problema são suas inferências anteriores, que dirigem o caminho do seu pensamento. Essa organização que dá origem a esse modelo de significação diferenciado apresenta uma coerência interna bastante forte, não permitindo que o sujeito perceba a situação de conflito, mesmo que os dados perceptivos, que justificam a inferência, passem, agora, a negá-la.

Propõe-se a situação de conflito (retângulo de lado 10 e o outro próximo a zero).

> – E agora? Como tu achas que ficou?
> – O perímetro é o mesmo, mas a área mudou.
> – Tu achas que a superfície para o cachorro caminhar não é a mesma?
> – Não sei... (Passa o dedo dentro da superfície limitada pelo fio) É. Eu acho que é a mesma, mas é tão impressionante olhar dessa forma. Porque você pegou o mínimo que poderia colocar em um dos lados. Na verdade, isso aqui não são duas retas, ainda é um retângulo, mas é tão impressionante porque parece que a área mudou totalmente.
> – Mas como você sabe que a área é a mesma?
> – Porque se em todos os outros casos a área era a mesma, aqui não pode ser diferente porque estou usando o mesmo fio. É a mesma cerca.
> – É sempre tudo igual?
> – É, muda o tamanho dos lados, a altura, o comprimento.
> – Por exemplo, nesse primeiro (5x5), a primeira mudança que eu faço é essa aqui (6x4).
> – Isso, você diminui o lado e aumentou o comprimento.
> – Você acha que a superfície é a mesma, mas como é que tu sabes isso?
> – Na verdade, antes você tinha aqui (indica com os dedos uma parte do quadrado de 5x5) e isso daqui (essa parte) está aqui (aponta uma outra parte do retângulo de 6x4).

Nesse extrato, é possível verificar que o sujeito entra em dúvida diante da situação que julgamos ser de conflito. Observa que a área diminui, mas os aspectos inferenciais continuam a dominar o campo perceptivo. Para MAR, as perturbações são compensadas e, inconscientemente, são negadas. O sujeito ainda crê na evidência, nos objetos, de observáveis que comprovam suas coordenações iniciais. De acordo com Piaget, isso ocorre "porque este falso observável do objeto se deve a coordenações, elas próprias errôneas ou incompletas" (1976, p. 127). Há uma primazia da afirmação sobre a negação: "se o cordão é o mesmo, a superfície que ele delimita também é". É preciso construir a negação da identidade entre o cordão e a superfície demarcada para compreender as relações entre área e perímetro.

Até então, os dados perceptivos alimentavam a idéia de uma compensação qualitativa para sustentar que a conservação do fio implicava uma manutenção da área. Construída essa implicação, os dados perceptivos podem mudar, mas agora é essa inferência construída que passa a determinar os juízos e faz com que o sujeito reconsidere a leitura perceptiva dos objetos. Ora, os índices visuais ajudam a construir inferência e, após isto, elas mesmas influenciam a leitura dos mesmos dados perceptivos. Isso nos faz concluir que ambos estão em constante troca, um influenciando o outro: ora os índices perceptivos colaboram na construção das inferências, ora estas determinam a leitura dos índices. Os julgamentos, por sua vez, estão em função da sequência temporal organizada, o que destaca o papel da temporalidade das implicações e inferências na operação sobre conteúdos específicos. O raciocínio do sujeito dirige-se à procura de novas explicações, como podemos observar:

> – Eu vou te propor outra comparação, entre esse (7x3) e esse (8x2). O que tu podes me dizer?
> – O perímetro é o mesmo, mas a área vai ser diferente.
> – Tu podes me prever qual vai ser maior que o outro?
> – Eu teria que fazer o cálculo.
> – E sem o cálculo? Teria como fazer?
> – Eu poderia tentar contar os quadradinhos, mas ainda seria um cálculo.
> – Podes, então, fazer o cálculo?
> – Um, dois três,..(conta os lados com o auxílio do dedo) dá 20. Eu falei que um dos lados tinha 7, o outro tem um, dois, três. Dá 21 centímetros quadrados. A área aumentou.
> – Estranho, não? É sempre o mesmo fio.
> – É o mesmo fio, mas é a proporção... não sei se é bem a proporção...há uma diferença entre... parece que é... não sei é isso é a lei, mas parece que quanto mais a figura se aproxima de um quadrado ela parece que consegue ganhar uma área maior. Por que aqui (aponta para o caso de lado quase zero) é praticamente o extremo de um retângulo. Tem um comprimento muito grande, mas a largura não. Parece-me que quando o comprimento e a largura são mais próximos, a área aumenta. Não sei se é uma regra, mas aqui eu tenho 4 e 2 e aqui 3 e 3 (aponta para os cálculos) e o perímetro é igual, mas ele ganha em área. (Hesita ao falar Não parece seguro do que afirma).
> – Os números são como?
> – Eu não sei se isso é uma regra, mas parece que quando os números se aproximam mais, o tamanho da largura e do comprimento, quanto mais a largura e o comprimento se aproximam entre eles, maior é o tamanho da superfície coberta. Porque, por exemplo, aqui no primeiro cálculo (pega o fio e reconstitui o quadrado de 5x5) tem a área maior que 24 cm^2. Aqui nesse caso (monta o retângulo de 8x2) tem a menor altura tem a menor área. E esse (10x0) é menor que esse, tem a área menor ainda.

Nota-se que, com a introdução do cálculo como novo índice para a construção dos juízos, o sujeito passa a procurar por uma nova explicação para o porquê das transformações. Se antes as compensações qualitativas justificavam a implicação $F \rightarrow A$ (manutenção do fio implica conservação da área), agora elas não são mais suficientes ($P \rightarrow ?$). A mudança dos índices de juízo abre a possibilidade de novas inferências ao mesmo tempo em que fomenta a busca por uma nova razão das coisas. No caso de MAR, ele começa a pensar em compensações que não são mais equivalentes. Introduz a idéia de que os lados mudam e há certa compensação, mas não em proporção direta. Em resumo, a quebra de uma inferência faz rever a confiabilidade dos índices que deram origem a ela, o que permite a procura por outros referentes. Esses novos parâmetros proporcionam a criação de novos juízos e implicações, mas ainda exigem a construção da significação da situação através de uma explicação dos procedimentos envolvidos. A negação da identidade entre área e perímetro ($P \leftrightarrow A$), que era anteriormente restrita à situação que colocava uma perturbação, passa, agora, a aplicar-se a outras formulações do sistema explicativo, o que faz o sujeito voltar às suas ações e reavaliar seus juízos anteriores. Pode-se falar de uma generalização das negações, que se expandem para outros casos e funcionam como uma perturbação eficiente, pois, ao negar a identidade do perímetro e da área, colocam em xeque todas as conclusões tiradas da evidência de que a linha não foi aumentada ou diminuída. Parece que o modelo de significação desses sujeitos começa a desconstruir a primazia da afirmação sobre a negação, permitindo perceber os desequilíbrios que os objetos colocam a essas coordenações mal organizadas.

Quarto modelo de significação: A métrica

Há um grupo de três sujeitos (22, 24 e 25 anos) que apresenta um modelo de significação bem mais organizado. Eles procuram interpretar o problema sob diferentes perspectivas, buscam distintos índices de juízo para testar suas hipóteses, sendo mais capazes de exercer regulações. Na verdade, o conflito configura-se como tal em função das inferências anteriores e referentes considerados. No caso de alguns desses sujeitos, a suposta situação de conflito não é percebida como tal, mas como mais um caso dentre tantos. Para outros, a situação de conflito desencadeia a procura por outros parâmetros de juízo e exerce uma regulação capaz de corrigir inferências anteriores e reorganizar as inferências futuras. Os modos de pensar desse modelo caracterizam-se por essa capacidade de significar os problemas, de auto-regulação e busca por novas possibilidades de explicar e justificar as condutas empregadas.

No caso deste quarto modelo explicativo, as regulações levam a uma nova conduta, mais qualificada e com maior capacidade de generalização do que a anterior. Nota-se uma relação indelével entre as coordenações do sujeito e os observáveis do objeto. É a partir dos objetos que o sujeito obtém feedbacks das suas ações e pode encontrar índices para realizar regulações. Assim, quanto mais ativo é o sujeito em um experimento, quanto mais explora um material e as relações que nele se encontram, mais próximo se encontra da elaboração de uma significação. Vejamos um exemplo. Conta-se a história a respeito do canil e faz-se a primeira mudança (do quadrado de 5x5 para o retângulo de 6x4).

> – E agora? O que tu podes me dizer que aconteceu com a cerca do canil?
> – Ele usou o mesmo arame para fazer. (Aponta com o dedo para o fio).
> – Então tu achas que a cerca...
> – Deve ter o mesmo tamanho.
> – E a superfície para o cachorro caminhar? Como fica?
> – Continua a mesma.
>
> Muda-se o retângulo de 6x4 para 7x3.
>
> – E como fica a cerca agora?
> – É o mesmo tamanho.
> – E a superfície?
> – É o mesmo tamanho.
>
> Muda-se o retângulo de 7x3 para 8x2 .
>
> – É preciso comprar mais cerca?
> – Não, usa a mesma cerca. Está tudo aí.
> – E a superfície? – É a mesma, só que está distribuída de maneira diferente.
> – Como assim "distribuída de maneira diferente"?
> – Mudou a largura e a altura.
> (OCT, 22, estudante de Ciências Sociais)

Observando apenas o extrato acima, no qual o experimentador não intervém, não sugestiona, nem apresenta contra-sugestões, poder-se-ia dizer, superficialmente, que o sujeito apresenta um modelo de compensação qualitativa, no qual a inferência dominante é oriunda da conservação da área pela manutenção do fio ($F \to A$). Todavia, a utilização do Método Clínico permite explorar esse pensamento, organizá-lo e dissecá-lo para se compreenderem as significações que estão em jogo, as inferências envolvidas e a mobilidade do raciocínio empregado. No caso de OCT, podemos observar que sua capacidade de regulação é maior, que a novidade do problema lhe causa estranheza, mas que pode significar o problema à medida que atua sobre ele. Observemos. Propõe-se a situação de conflito (retângulo de lado 10 e o outro próximo do zero).

– Como tu achas que fica a cerca agora?
– Horrível! Não tem espaço para o cachorro!
– Como tu achas que fica a cerca?
– Tem o mesmo perímetro de arame, mas a área é que é diferente.
– Tu achas que mudou a área? Como é que tu sabes?
– Porque tem pouquinho espaço.
– Vou voltar para aquela primeira situação que nós tínhamos. Se eu comparar esse quadrado (5x5) com essa última situação que nós tínhamos...
– A cerca é a mesma.
– E a superfície?
– A superfície me parece ser diferente. Aqui (aponta para o quadrado de 5x5) parece ter mais espaço. A superfície é a área, então multiplica esse lado pelo outro (Aponta os lados do quadrado de 5x5). Se esse ladinho aqui (aponta o lado próximo de zero do outro quadrilátero) multiplicado pelo outro der o mesmo, a área é a mesma. O perímetro é o mesmo porque o barbante é o mesmo, mas aqui (aponta com o dedo o retângulo de 10 a quase 0) a área me parece ser menor porque está mais longa. A impressão de olhar é que aqui está melhor do que ali.

Aqui, OCT ainda mantém suas inferências com base quase que exclusivamente na percepção visual, mas os índices de juízo, que antes eram exclusivamente perceptivos, agora são deixados de lado em função de um novo parâmetro: o cálculo. Ele começa a raciocinar sobre o problema de outra maneira e a superar as inferências baseadas exclusivamente na percepção. É interessante que a aplicação do algoritmo no problema é correta, mas ele não o ajuda de imediato a corrigir seu erro. É uma aplicação mecânica. Ele começa a desenvolver o raciocínio que lhe abrirá novas possibilidades de hipóteses, mas a inferência inicial é mais forte. Ele ainda descreve como seria a resolução do problema pelo algoritmo, mas insiste que se os resultados forem iguais, então a área será igual. Essa afirmação, que inicialmente pode parecer um empecilho para as coordenações do sujeito, demonstra que ele já antecipa a existência de duas figuras cujos lados sejam diferentes, mas as áreas sejam idênticas. Entretanto, ao final, mesmo com a possibilidade de usar o cálculo para chegar a uma resposta precisa do problema, ele volta a usar a percepção e destaca "a impressão de olhar". Ainda aqui, para OCT, é a percepção que lhe fornece os dados para seu juízo, mesmo que surjam as primeiras possibilidades de inferências baseadas em outros referentes. O desenrolar da sessão mostra que o sujeito vale-se desse desequilíbrio proporcionado pela situação de conflito para se reorganizar. Nas diversas variações que propomos, a inferência baseada na percepção perde cada vez mais espaço e a métrica introduzida passa a ser considerada pelo sujeito como o único referente confiável.

– E se eu comparar esse (quadrado de 5x5) com a segunda transformação que eu tinha feito (retângulo de 6x4)? O que tu achas?
– Tem a mesma área.
– Como você sabe?
– Como eu sei? Vamos ver... um, dois, três, quatro, cinco, seis (Conta com o dedo um dos lados do retângulo). Seis unidades por... um, dois, três quatro. Seis vezes quatro, vinte e quatro. Eu posso mexer?
– Claro. (O sujeito volta o fio para o quadrado de 5x5).
– Um, dois, três, quatro, cinco, e aqui um, dois, três, quatro, cinco, (conta com o dedo os lados do quadrado). É diferente, tem dez. Quer dizer, 5 vezes 5 dá 25. Quase o mesmo, 24 para 25.
– Mas então, não entendi a sua solução. Quase o mesmo quer dizer o mesmo? O que aconteceu?
– É, a área mudou.
– Então você errou antes?
– Sim, eu errei antes.
– Mas como se o perímetro é sempre o mesmo?
– É, mas então o perímetro é diferente da área.
– Se eu mudar mais uma vez (a partir do retângulo de 6x4) e fizer esse aqui (o retângulo de 7x3). O que tu podes me dizer da cerca?
– O perímetro do barbante é o mesmo. É a mesma cerquinha. Ele não usou mais material para fazer a cerca.
– E a superfície?
– Um, dois, três... (Interrompe-se a contagem).
– Espere, você não sabe sem contar?
– A impressão que eu tenho é que continua a mesma área, independente da forma que assume.
– Por que tu achas que continua a mesma área?
– Porque está delimitado pelo tamanho do barbante.
– Mas se eu comparar o primeiro (quadrado de 5x5) e esse (retângulo de 7x3) como fica afinal a superfície?
– É diferente.
– Como é que tu sabes?
– É que mudou a relação entre os tamanhos dos lados.
– Então sempre vai ser diferente?
– Não necessariamente, porque se a relação entre os números dos lados forem iguais, a área vai ser igual, mas se der um número diferente aí mudou.

Ainda que, inicialmente, OCT deixe-se levar pela percepção, visto que, na primeira transformação, a diferença é muito pequena, ele tem autonomia para introduzir o cálculo como índice de avaliação. Quando fica em maior dúvida ou precisa explicar o seu juízo, então o parâmetro perceptivo não lhe é mais suficiente. A introdução do cálculo provoca uma mudança no jogo das implicações. Até então, ele acreditava que a manutenção do perímetro implicava também a conservação da área, mas, após a introdução do cálculo, ele desconstrói essa implicação. Isso é facilmente percebido quando pedimos que reafirme sua resposta e ele diz: "é, mas então o perímetro é diferente da área". Essa fala de OCT vai permitir rever suas inferências anteriores para reorganizar seus julgamentos. O fato de não verificar nos objetos suas inferências anteriores abre a possibilidade da procura por novas explicações.

Até então, o jogo de implicações desenvolvido é o seguinte:

$P \rightarrow A$ (a conservação do perímetro implica a da área)

Após a introdução do cálculo como índice de verificação

$\overline{P \rightarrow A}$ (a conservação do perímetro não implica a conservação da área),

Abre-se margem à busca por novas explicações já que

$P \rightarrow ?$ (a conservação do perímetro refere-se a quê?)

Mais para o final, percebemos que ele deixa de considerar a superfície do quadrilátero como um resultado direto de seu perímetro, mas passa a especular sobre uma "relação entre o tamanho dos lados", ainda que não possa explicá-la satisfatoriamente. Ele afirma, corretamente, que a mudança da relação do tamanho dos lados é o que define a área, mas oscila quando se refere à conservação do fio. O sujeito já antecipa a existência de figuras diferentes com áreas idênticas, mas não percebe que, nesses casos, o perímetro não pode ser mantido. Em nosso entendimento, não se trata de uma incoerência lógico-matemática, mas de uma desorganização devida a relações inferenciais que são estabelecidas mas não relacionadas e, tratando-se de inferências, um caso típico de uma lógica das significações. Veja que o cálculo permitiu ao sujeito substituir o índice perceptivo como fonte de dados para seus julgamentos. Isso ocasionou a busca por outras explicações para o porquê das coisas e desencadeou processos de pensamento que ampliam as significações e procuram reorganizar as inferências realizadas em função de uma revisão das implicações envolvidas. Tal jogo inferencial é percebido mais claramente na sequência do experimento.

– Eu vou te propor um exemplo. Vamos comparar esse (retângulo de 6x4) e este (retângulo de 8x2)? O que tu podes me dizer?
– O barbante usado é o mesmo e a área mudou.
– Quando tu dizes que o barbante é o mesmo, o que tu queres dizer?
– Que o perímetro é o mesmo.
– E esse segundo retângulo (8x2) tem área maior, menor ou igual ao outro (6x4)?
– É menor.
– Como é que tu sabes?

– Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito por dois dá 16. É menor. (Precisa realizar o cálculo para ter certeza).
– E antes tu tinhas?
– 24.
– E sem fazer um cálculo, tu achas que tens (como) me dizer se é maior, menor ou igual.
– Olhando.
– Olhando tu achas que essa (8x2) é menor?
– A impressão que eu tenho é que é menor.
– Mas antes tu dizias que era a mesma?
– Sim, eu dizia que era a mesma porque eu pensava que pelo fato do tamanho do barbante ser o mesmo, a área era a mesma.
– Então muda em cada transformação?
– Não, porque depende dos lados, se a multiplicação de um lado pelo outro for a mesma, então a área é sempre igual.

A partir daqui, o cálculo assume o papel de índice confiável de juízo, em lugar da percepção. Todavia, a explicação para as novas inferências ainda não está totalmente organizada. Até então, o sujeito acreditava na compensação qualitativa como uma justificativa. Agora, passa a falar de uma relação entre os lados. Ora, se essa relação não é totalmente direta, deve haver, também por inferência, algum caso em que a área se conserva. Nesse momento, fica claro que o sujeito considera casos como, por exemplo, em que quadriláteros têm medidas de 6x4 e 8x3, nos quais a superfície é a mesma. O que o sujeito não antecipa é que nestes casos de conservação da superfície é o perímetro que varia. Nos casos de 6x4 e 8x3, a área é 24 em ambos os casos, mas os perímetros são 20 e 22. OCT não *descola* ainda totalmente a idéia de área e perímetro, mas o algoritmo o ajuda a chegar a resultados em casos específicos, ainda que não generalize e compreenda todos os possíveis.

A geometria plana e a significação

As condutas observadas nos diferentes modelos de significação levam-nos a considerar a influência do grau de novidade e de complexidade dos objetos. O conteúdo e o material específicos demandam a construção de novas coordenações cuja origem está na organização e na auto-regulação do sujeito. O quadro a seguir permite resumir as condutas e as implicações encontradas:

Quadro I – Resumo das condutas para a prova do geoplano

<table>
<tr><th>Modelo</th><th>Características</th><th>Implicações</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Juízo unidimensional</td><td rowspan="2">- A transformação dos lados dos quadriláteros é interpretada como uma mudança no próprio comprimento do contorno da figura.
- Existem implicações diferentes e contraditórias (a mudança do lado significa alteração no perímetro, mas a conservação do fio justifica a manutenção da área).</td><td>$\overline{L} \to \overline{F}$
$F \to A$</td></tr>
<tr><td>$\overline{F \to A}$
$\overline{L} \to F$
$F \to \mathrm{P}$
$P \to A$</td></tr>
<tr><td>Compensação qualitativa</td><td>- Conservação da área e do perímetro devido a uma compensação extensiva entre os lados.
- Estabelecimento de uma relação direta de interdependência entre área e perímetro.</td><td>$F \to L$
$F \to P$
$F \to A$
$P \to A$
$A \to P$
$A \leftrightarrow P$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Correção pelo cálculo</td><td rowspan="2">- A lógica interna do modelo é mais poderosa e não aceita contradições internas.
- O cálculo, enquanto parâmetro para o juízo, só surge de conflitos e contra-sugestões.
- Regulações respondem ativamente às perturbações.
- Os juízos atuais são influenciados pelas inferências anteriores.</td><td>$A \leftrightarrow P$</td></tr>
<tr><td>$\overline{P \to A}$
$P \to ?$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Métrica como índice de juízo</td><td rowspan="2">- As regulações desencadeadas em função da situação de conflito permitem corrigir todo o conjunto de implicações.
- O jogo inferencial procura sempre obter feedbacks do material.
- A desconstrução das inferências anteriores permite a busca por uma nova explicação para o problema.
- O sujeito procura diferentes perspectivas de análise, testa hipóteses e organiza melhor a situação.</td><td>$F \to P$</td></tr>
<tr><td>$\overline{A \to P}$
$A \to \mathrm{RL}$</td></tr>
</table>

Aparentemente, a percepção toma as rédeas do processo e fornece os índices iniciais de juízo, cujos elementos permitem ao sujeito construir as primeiras implicações. Entretanto, assim como Piaget (1990) já alertou a respeito das trocas entre a abstração empírica e reflexionante, acreditamos que são as inferências que determinam a preferência dos índices utilizados, uma vez que a opção por alguns em detrimento de outros já indica a realização de escolhas que evidenciam, consequentemente, a existência de inferências e implicações anteriores que determinam, por sua vez, os índices a serem considerados.

Quando uma inferência não é confirmada, abre-se a possibilidade de averiguação das implicações que lhe deram origem, podendo-se chegar, até mesmo, à verificação dos índices de juízo. As coordenações que o sujeito elabora permitem interpretar o problema e obter feedbacks de suas ações sobre os objetos. Todavia, as coordenações dos objetos colocam restrições às coordenações do sujeito. No caso deste estudo, as diferentes transformações e relações em jogo dificultam a assimilação do problema. Acredita-se que as inferências são construídas levando-se em conta as implicações que o sujeito formula sobre os índices de juízo que estabelece. A reunião dessas inferências elaboradas é capaz de formar uma explicação a respeito do problema, visto que esse sistema de conjunto constrói um modelo de significação da situação baseado nas implicações estabelecidas. Esses modelos de significação estão em dependência das organizações demandadas pelos objetos e das coordenações anteriores do sujeito.

Percebe-se que o pensamento do adulto encontra dificuldades frente ao experimento, de maneira que muitas regulações acontecem no próprio momento de realização da prova. No caso das perturbações do experimento, elas podem desenvolver regulações que levam à procura da explicação, uma vez que dão destaque às lacunas existentes no modelo de significação do sujeito. Uma perturbação pode ser responsável pelo surgimento de uma regulação e quanto mais ativa esta for, mais apresentará compensação à perturbação que lhe deu origem. As regulações ativas implicam escolhas, o que supõe uma consciência das possibilidades, podendo desdobrar-se até à tomada de consciência das coordenações (Piaget, 1977).

Nota-se que, quando o algoritmo é adquirido sob forma de um processo automatizado, ocorre, apenas, a identificação de uma lei que interpreta a regularidade dos fatos. Os sujeitos são capazes de construir implicações e desenvolver maiores inferências quando pensam o problema, refletem sobre os conteúdos e testam suas hipóteses. Percebe-se que a prática de resolução baseada em um processo memorizado não é garantia da construção da significação sobre os elementos envolvidos. É possível solucionar um problema que o professor propõe "pegando" o número de um lado e multiplicando pelo número do outro lado. Mesmo quando o sujeito domina o cálculo com relativa facilidade isso não é garantia de que compreende ou que possa vir a compreender as relações envolvidas.

Todavia, os algoritmos podem desempenhar um papel importante ao longo da sessão. Como dissemos, muitos sujeitos não compreendem por que executam um algoritmo de determinada maneira, mas quando o aplicam sobre o problema podem perceber desarranjos. O cálculo através do algoritmo pode antecipar um resultado no material, mas caso essa previsão não se comprove, ocorre um feedback negativo às suas hipóteses. Esse feedback fornecido pelos objetos em função da aplicação do algoritmo pode quebrar a certeza sobre uma inferência realizada e abrir possibilidades para que se revisem as implicações envolvidas. Os algoritmos podem contribuir para a construção da explicação à medida que se constituam como índices "seguros" que fornecem os resultados matemáticos e permitem uma comparação entre as antecipações e os reais dados encontrados nos objetos.

O algoritmo pode ser um elemento importante para fomentar a troca dos juízos qualitativos pelos quantitativos, cujas inferências são baseadas em uma métrica de origem matemática e não mais na simples percepção. As inferências que são pautadas pela percepção abrem possibilidade a deformações dos observáveis do sujeito, já que a leitura dos observáveis do objeto depende das coordenações realizadas pelo sujeito. Ocorre que as próprias coordenações do objeto dificultam a leitura dos observáveis pelo sujeito. Diferentemente, no caso das inferências que se originam de um índice métrico, o próprio parâmetro já está relacionado a avanços nas coordenações do sujeito. Isso pode diminuir as diferenças entre os observáveis que o sujeito crê constatar e aqueles realmente existentes nos objetos.

Além disso, percebe-se um prevalecimento das inferências positivas em relação às negativas (Piaget, 1977). O pensamento deixa-se levar mais facilmente pelas implicações positivas, resistindo mais à aceitação de implicações negativas. Por exemplo, é mais fácil admitir que a conservação do fio implique a manutenção da área $F \to A$ do que construir a negação dessa implicação sob a forma ($\overline{P \leftrightarrow A}$). A construção da negação permite a revisão do sistema de implicações e a procura de possíveis incoerências lógicas existentes, o que abre possibilidade de revisão dos índices de juízo e das próprias implicações envolvidas.

Os objetos usados no experimento que realizamos dificultam a assimilação do sujeito à medida que exigem a construção da negação das implicações aparentes, o uso de diversas e simultâneas relações bem como a construção de noções que são aprendidas em processos de memorização. As coordenações do objeto envolvem a transformação constante dos elementos pelas modificações. Todavia, embora esses sejam os movimentos físicos aparentes, o que se está modificando são os elementos complementares. Por exemplo, cada vez que variamos a forma de um quadrilátero pela modificação do formato do fio, a área sofre uma modificação, mas o perímetro permanece intacto. Além disso, de início, os dados perceptivos sugestionam o erro, pois é difícil perceber as pequenas variações realizadas. Durante a aplicação da prova, indagamos muito o sujeito, exigimos que realizasse diversas coordenações, propusemos muitas transformações e o colocamos em condições de conflito. Todas essas situações corroboram uma confusão dos processos de pensamento, os quais precisam responder de imediato a problemas com os quais os sujeitos não haviam se preocupado muito. O grau da novidade e da complexidade da tarefa parece ser um empecilho para as coordenações do sujeito, que precisa lidar com essas características do experimento e construir modelos de representação para interpretar o problema. A idéia que continuaremos a defender é que os conteúdos envolvidos influenciam na construção de um jogo de implicações que concebe esse modelo em termos de significação.

PSYCHOLOGICAL ASPECTS OF LOGICAL-MATHEMATICAL REASONING IN PLANE GEOMETRY: A STUDY OF THE INFLUENCE OF CONTENT ON BUILDING INTELLIGENCE

Abstract: The teaching of plane geometry in the latter years of Primary schooling is often bereft of meaning. Teachers opt for pedagogical practices based on algorithms, without any concern for the mental processes involved in the construction of geometric thought. This research had recourse to Genetic Epistemology to analyze how adults, who attended school and were successful at geometry, gave meaning to problems involving the calculation of the area and perimeter of plane figures. The data would indicate that all those interviewed were capable of carrying out calculations using algorithms, but few presented detailed explanations. The models of meaning vary substantially from thinking based exclusively on perception to a logical-mathematical explanation of the concepts involved.

Keywords: Genetic Epistemology. Models of meaning. Logical-mathematical thought.

REFERÊNCIAS

PIAGET, J. (1977) *Abstração reflexionante*. Porto Alegre: ArtMed, 1990.

_______. (1974) *Fazer e compreender*. São Paulo: Melhoramentos, 1977.

_______. (1975) *A equilibração das estruturas cognitivas*: problema central do desenvolvimento. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

_______. (1974) A tomada de consciência. São Paulo: EDUSP, 1975

_______.; GARCIA, R (1987). *Hacia una logica de significaciones* (Vers une logique des significations). Barcelona: Gedisa, 1989.

_______. ; _______. Procédures et strucutres. *Archives de psychologie*. Genève: v. 47, n. 18, 1979, p. 165-75.

VINH-BANG. [1966] El método clínico y la investigación en psicología del nino. In: AJURIAGUERRA, J. *Psicología y epistemologia genética*. Buenos Aires: Proteo, 1970, p. 39-51

João Alberto da Silva é Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, com estágio na Universidade de Genebra (Suíça). É integrante do Núcleo de Estudos em Epistemologia Genética e Educação (NEEGE-UFRGS).
Email: joao.alberto@ufrgs