ISSN: 2358-1271. Revista Eletrônica Engenharia Viva. (Online). Goiânia, v. 3, n. 1, p. 17-29, jan./jun 2016.

PETEEECS • EMC • UFG

Fundamentos de Matemática: Uma Análise das Dificuldades Apresentadas pelos Integrantes nos Cursos de Engenharia da Universidade Federal do Pará em 2014

Ramon Lopes de Moraes[1]; Pedro Santos Valente[2]

[1]rlmoraes02@hotmail.com, UFPA, Brasil
[2]pedrosv2010@hotmail.com, UFPA, Brasil

Resumo

A alta taxa de evasão nos cursos de Engenharia é um problema enfrentado por muitas universidades do país. Esse problema está relacionado às dificuldades em matemática elementar que os alunos trazem do ensino médio. Essas dificuldades se refletem nas primeiras avalições de Cálculo ocasionando reprovação, desânimo e evasão. Em meio a essa realidade, o artigo busca fazer um mapeamento das dificuldades em matemática elementar dos ingressantes em Engenharia, para que, conhecendo as áreas de maior dificuldade dos discentes, possa-se tomar alguma medida preventiva que evite o abandono do curso. Para isso, utilizou-se como metodologia a aplicação de uma prova discursiva de 8 questões, abordando diversos assuntos do ensino médio. Nas correções dessas provas, verificou-se que as maiores dificuldades estavam nas questões 2, 3 e 4, as quais abordavam assuntos relacionados a operações com frações, simplificações de expressões algébricas, radiciação, logaritmos e racionalização. Já nas questões 7 e 8, onde eram abordados os assuntos trigonometria e geometria analítica, houve menos dificuldades.

Palavras-chave: Matemática, Dificuldades, Engenharia, Erros.

Abstract

The high dropout rate on engineering course is a problem faced by many universities. This problem is related to difficulties in elementary mathematics that students bring from high school. These difficulties are reflected in the first Calculus exams causing failure, discouragement and evasion of engineering students. Amid this reality, the article seeks to map the difficulties in elementary mathematics of freshmen students in Engineering, so that, knowing the areas of greatest difficulty for students, it can take some preventive measure to avoid the abandonment of the course. For this, we used as a methodology the application of a discursive test with 8 questions covering various topics of high school. After corrections in these tests , it was found that the greatest difficulties were in questions 2, 3 and 4, which addressed issues related to operations with fractions, simplification of algebraic expressions, root extraction, logarithms and rationalization. Already in questions 7 and 8, which were discussed the issues trigonometry and analytical geometry, there were fewer difficulties.

Keywords: Mathematics, Difficulties, Engineering, Mistakes.

Resumen

La grande tasa de deserción en los cursos de Ingeniería es un problema que enfrentan muchas universidades del país. Este problema está relacionado con dificultades en Matemática elemental que los estudiantes traen de la escuela secundaria. Estas dificultades se reflejan en las primeras pruebas de Cálculo causando la reprobación, el desánimo y la evasión. En medio de esta realidad, el artículo busca

Histórico do Artigo: Recebido em 12 de novembro de 2015. Aceito em 13 de dezembro de 2015.
Publicado online em 19 de agosto de 2016.
Trabalho originalmente nos anais do XLII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), realizado em Juiz de Fora - MG, e atualizado com o objetivo de ser publicado neste periódico.

hacer una esquematización de las dificultades en Matemática elemental de los ingresantes a Ingeniería, para que, a sabiendas de las áreas de mayor dificultad de los estudiantes, se pueda tomar alguna medida preventiva para evitar el abandono del curso. Para ello, se utilizó como metodología la aplicación de una prueba discursiva de 8 preguntas, abordando diversos temas de la escuela secundaria. En la corrección de estas pruebas, se verificó que las mayores dificultades se encontraban en las preguntas 2, 3 y 4, que trataban temas relacionados con las operaciones con fracciones, simplificaciones de expresiones algebraicas, extracción de raíces, logaritmos y racionalización. Ya en las preguntas 7 y 8, donde se discutieron los temas de trigonometría y geometría analítica, hubo menos dificultades.

Palabras claves: Matemática, Dificultades, Ingeniería, Errores.

1. Introdução

O primeiro ano em um curso de Engenharia pode ser considerado um dos mais difíceis de todo o resto do curso, pois esse significa uma mudança brusca no modo de ensino e do conteúdo que a maioria dos ingressantes está acostumada a receber.

Consequentemente, diversos problemas persistem nos cursos, dentre eles: dificuldades de adaptação do alunato ao que se ensina na Universidade, aos seus processos de instrução e às suas expectativas de aprendizagem. Aliado a isso surgem os elevados índices de abandono e insucesso [1].

Uma explicação para os problemas citados está relacionada com o fato de a Matemática, no contexto escolar, ainda ser vista apenas como uma ciência exata (pronta e acabada), cujo ensino e aprendizagem, erroneamente, se dão pela memorização ou por repetição mecânica de exercícios de fixação, muitas das vezes privilegiando o uso de regras e “macetes” [2].

Segundo Palis (2009) o professor que trabalha na área de Matemática/Cálculo com alunos recém-ingressos no ensino superior não tem, em geral, uma percepção clara dos conhecimentos anteriores dos alunos e tendem a supervalorizá-los, ministrando assuntos difíceis acreditando que automaticamente vão absorver, ou subvalorizá-los, não ministrando assuntos ditos complicados por acreditar que não vão entender.

Em muitas Universidades alunos com dificuldades matemáticas acabam passando pelo seguinte decaimento: 1 - notas baixas, 2 – reprovação, 3 - desmotivação e 4 - evasão. Visando combater este problema na UFPA (Universidade Federal do Pará), foi criado em 2011, o PCNA (Projeto de Cursos de Nivelamento da Aprendizagem), o qual é um curso de nivelamento para as Engenharias que acontece antes do início das aulas oficias da universidade, e que visa suprir as dificuldades dos alunos em Química, Física e na Matemática (a disciplina em estudo), revisando uma série de assuntos abordados desde o início da vida escolar, que são considerados de extrema importância para seu curso.

O Projeto na Matemática, especificamente, atua em duas edições (uma para a primeira entrada, em fevereiro, e outra para segunda, em agosto) de duas semanas e meia. Logo no primeiro dia, é passada uma prova para avaliar como o aluno chega à Universidade, em seguida são ministradas aulas presenciais com os seguintes conteúdos: aritmética e expressões algébricas; intervalos, inequações e módulo; função, geometria, trigonometria. Por fim, é aplicada, no último dia, a mesma prova do início, com o intuito de avaliar o desempenho do aluno. Além do mais, ao decorrer do semestre, no intervalo entre cada edição, funciona um plantão de dúvidas, para dar suporte aos alunos com dificuldades.

Segundo Chick e Baker (2005), compreender os erros cometidos e identificar pontos de tensão na aprendizagem são estratégias importantes da educação matemática a fim de se criar mecanismos de auxílio na superação de dificuldades evidenciadas [3]. Partindo dessa ideia, objetivou-se mapear as principais dificuldades dos alunos ingressantes (primeira entrada) na universidade no ano de 2014.

2. Metodologias e Resultados

Com o intuito de verificar essas dificuldades em Matemática básica dos ingressantes em Engenharia, a metodologia da pesquisa consistiu na aplicação de uma prova discursiva de 8 questões, com um tempo de duração de 1 hora. Essa avaliação fez parte do projeto PCNA da UFPA e foi feita no primeiro dia das aulas presenciais da edição de fevereiro de 2014. Os conteúdos abordados no referido teste eram aqueles relacionados ao ensino médio e o perfil das dificuldades será traçado baseado nos erros dos alunos.

Tendo em vista que a semana de aulas presenciais do PCNA abrange todas as Engenharias do Instituto de Tecnologia da UFPA (Campus Belém), foram coletadas 252 provas dos 10 cursos de Engenharia oferecidos pela instituição. Em virtude do grande número de testes, é necessário escolher uma turma que represente esse universo e fazer o estudo baseado nessa amostra. O mais viável é utilizar a turma que teve a maior pontuação média no processo seletivo do vestibular, pois é possível que as dificuldades apresentadas por esses alunos venham a se repetir nas outras turmas que passaram no vestibular com uma média menor. Ao analisar as pontuações médias desses cursos, obteve-se o Gráfico 1.

Segundo esses dados, a turma escolhida para se trabalhar seria a Engenharia Naval. Porém, ao verificar o número de calouros deste curso inscritos no PCNA, contabilizou-se apenas 8 alunos. Esse número é muito pequeno para representar 252 acadêmicos. Devido a isso, optou-se por escolher a turma de Engenharia Civil, já que esta tem a segunda maior média das notas e tem um total de 54 alunos inscritos (o maior número de inscritos por curso). Portanto, o material coletado foi um total de 54 provas dos discentes de Engenharia civil.

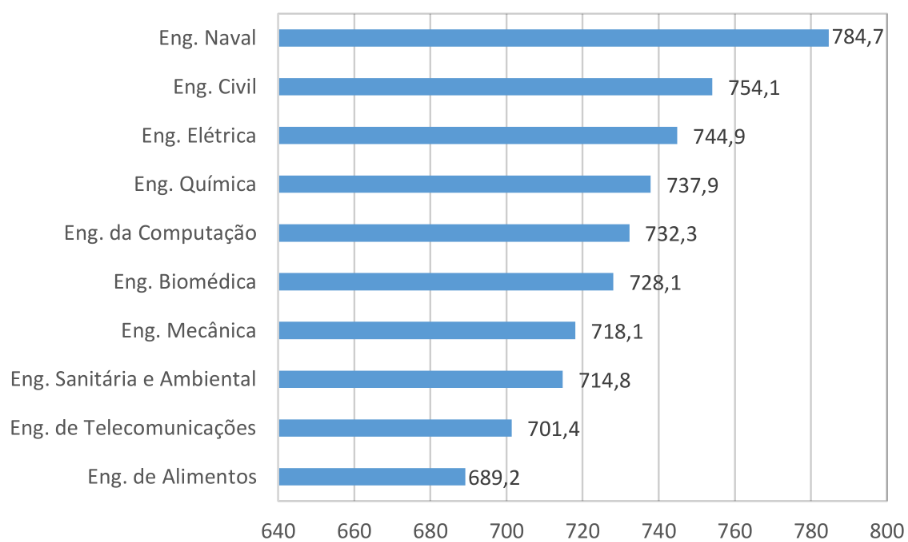


Gráfico 1. Médias das notas no vestibular.

Na primeira questão, pedia-se para o aluno simplificar a expressão:

$$\left(\frac{a^2 \cdot b}{c}\right)^3 \cdot \left(\frac{c}{a^3}\right) \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \frac{a^{-3} \cdot a^3}{c} + \left(-a^3\right) \cdot \frac{1}{c} - \frac{1}{c} \tag{1}$$

A habilidade exigida era o domínio dos seguintes conhecimentos: potenciação, soma e subtração de frações, fatoração e simplificação de expressões algébricas.

A segunda questão da prova pedia para simplificar a expressão:

$$\frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \sqrt{b}}{\sqrt{b} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}} \tag{2}$$

Para resolvê-la, o discente deveria dominar os conhecimentos em radiciação, soma e divisão de frações e simplificação.

O primeiro passo a ser feito, seria a soma de frações do numerador de (2):

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}\cdot(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \tag{3}$$

Porém, alguns tentaram primeiramente a simplificação, como mostrado na Figura 1.

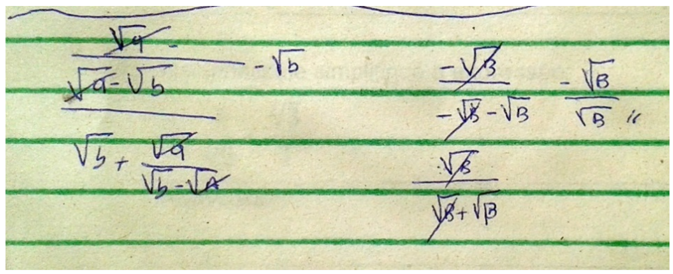


Figura 1. Exemplo de resolução da questão 2.

Essa simplificação só poderia ser efetuada se os termos do denominador estivessem se multiplicando. Entretanto, esses termos estão se subtraindo, fato este que não permite que seja realizada a simplificação.

Na terceira questão, o acadêmico deveria dominar os conhecimentos acerca de logaritmos para resolver a expressão:

$$3\log_b\left(a^2\right) + \log_b(1) - \log_b\left(a^{-3}\right) + \frac{\ln\left(a^2\right)}{\ln(a)} + \log_a a \tag{4}$$

Dentre as competências necessárias para desenvolver o problema, estavam o conhecimento do logaritmo natural e de algumas propriedades como: logaritmo de uma potência, logaritmo da própria base e logaritmo de base 1. Baseado nisso, o aluno deveria ser capaz de resolver, por exemplo, a expressão:

$$\frac{\ln\left(a^2\right)}{\ln(a)} = \frac{2.\ln(a)}{\ln(a)} = 2 \times 1 = 2 \tag{5}$$

Era indispensável saber que, quando o logaritmando está elevado a algum expoente, este expoente pode ser transferido para frente do logaritmo, multiplicando-o. Em seguida, poderia ser feita a simplificação do ln(a) do denominador com o ln(a) que restou no numerador.

Todavia, muitos demonstraram deficiência nesse aspecto, como mostra a Figura 2.

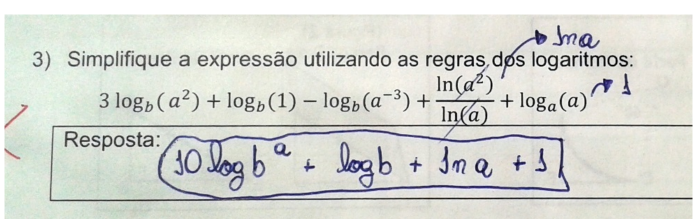


Figura 2. Exemplo de resolução da questão 3.

Nesse caso, alguns entenderam, erroneamente, que o "2" seria o expoente de toda a expressão do logaritmo, ou seja, ele imaginou o seguinte termo:$[ln(a)]^2$. Baseado nesse raciocínio, foi feita a simplificação, gerando o resultado ln(a). Mas, na verdade, o número "2" é expoente apenas do logaritmando "a".

O comando da quarta questão envolvia a racionalização de uma raiz cúbica de acordo com o que é mostrado em:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{3}} + \frac{\sqrt[3]{3}}{3} \tag{6}$$

As habilidades exigidas eram: racionalização, soma de frações e operações com raízes.

Pode-se começar o problema, racionalizando o primeiro termo de (6):

$$\frac{3}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3{,}3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{3\sqrt[3]{9}}{3} = \sqrt[3]{9} \tag{7}$$

Nesta processo, para que a raiz desapareça do denominador, deve-se utilizar o termo $\sqrt[3]{3^2}$, pois só assim o índice da raiz ficará igual ao expoente do radicando. Ao verificar as resoluções, entretanto, foi percebido que alguns alunos usaram o termo $\sqrt[3]{3}$ para racionalizar, como apresentado na Figura 3.

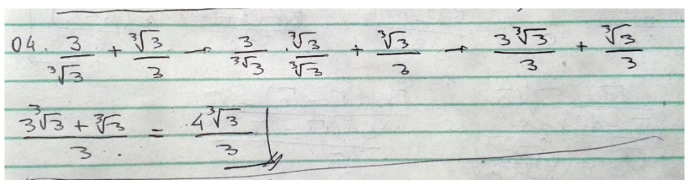


Figura 3. Exemplo de resolução da questão 4.

Todavia, não é possível desaparecer com a raiz do denominador utilizando $\sqrt[3]{3}$, pois, ao multiplicar este valor por ele mesmo, o resultado final do denominador seria $\sqrt[3]{3^2}$, ou seja, a raiz ainda continuaria no denominador.

A quinta questão buscava verificar os conhecimentos acerca de polinômios e pedia para que fosse resolvida a expressão seguinte:

$$\frac{p\,(x) \cdot q\,(x) - r\,(x)}{t\,(x)} \tag{8}$$

onde $p\,(x) = x^2 - 3x + 2$, $q\,(x) = x + 1$, $r\,(x) = x^2 - 5x + 6$ e $t\,(x) = x - 2$.

Era necessário saber operar o produto, a subtração e a divisão entre polinômios como pré-requisito para resolver o problema.

Para realizar a subtração entre os polinômios, deve-se colocar $r(x)$ entre parênteses, já que antes dele há o sinal de subtração, o qual irá multiplicar cada um dos termos de $r(x)$, modificando os sinais dos mesmos. Muitos discentes, no entanto, não colocaram os parênteses e não modificaram os sinais dos termos de $r(x)$, como mostrado na Figura 4.

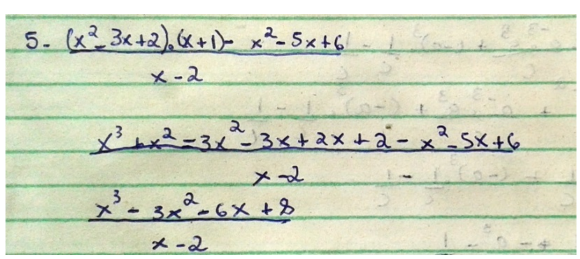


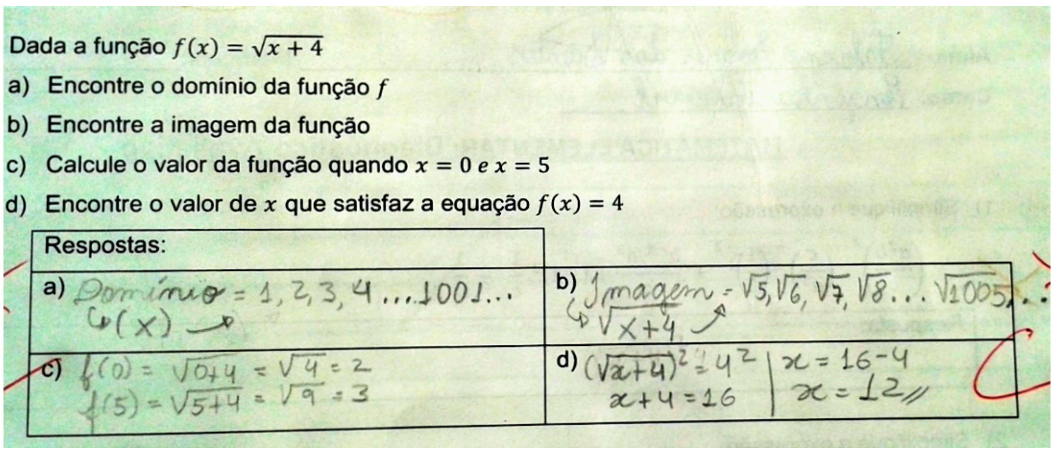
Figura 4. Exemplo de resolução da questão 5.

Além disso, cerca de metade deles não efetuou a divisão de polinômios, como mostrado na imagem acima, deixando a resolução incompleta. Em outras palavras, muitos deles mostraram desconhecer a divisão de polinômios

A sexta questão, abordava o assunto funções, um tópico de extrema importância para a Engenharia. Foi dada a função $f(x) = \sqrt{x+4}$ e se pedia o domínio e imagem da função, $f(0)$, $f(5)$ e o valor de x que nos dá $f(x) = 4$.

A maioria dos acadêmicos conseguiu encontrar $f(0)$, $f(5)$ e o valor de x. Porém, grande parte não conseguiu encontrar o domínio e imagem da função e nem expressar a resposta desse item numa linguagem matemática correta, ou seja, em uma linguagem de intervalos, como se pode observar na Figura 5.

A resposta correta seria: D=$[-4, +\infty[$ e Im=$[0, +\infty[$. Se o discente usasse a linguagem correta de intervalos, sua resposta seria: D=$[1, +\infty[$ e Im=$[\sqrt[2]{5}, +\infty[$. Porém, além do raciocínio estar incorreto, houve também o equívoco ao representar esse raciocínio, já que não foi utilizada a linguagem de intervalo.


Dada a função $f(x) = \sqrt{x+4}$
a) Encontre o domínio da função f
b) Encontre a imagem da função
c) Calcule o valor da função quando $x = 0$ e $x = 5$
d) Encontre o valor de x que satisfaz a equação $f(x) = 4$

Respostas:	
a) Domínio = 1, 2, 3, 4 ... 1001... $f(x)$	b) Imagem = $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8} \ldots \sqrt{1005} \ldots$ $\sqrt{x+4}$
c) $f(0) = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$ $f(5) = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$	d) $(\sqrt{x+4})^2 = 4^2$ $x+4 = 16$ $x = 16-4$ $x = 12$

Figura 5. Exemplo de resolução da questão 6.

A questão 7 mostrava as seguintes figuras e pedia a altura CB da rampa reta da Figura 6:

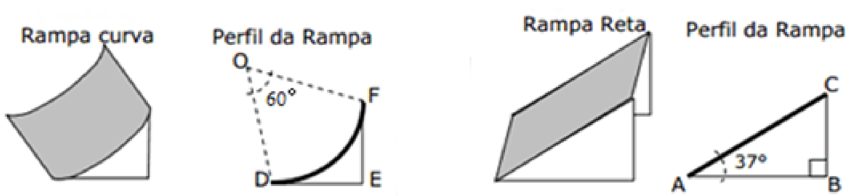


Figura 6. Figuras de auxílio da questão 7.

Foi exigido que o acadêmico dominasse alguns conhecimentos de trigonometria na circunferência para resolver a primeira etapa da questão e foi exigido também que dominassem alguns conhecimentos de trigonometria no triângulo retângulo para resolver a segunda etapa.

Na primeira etapa, tinha que se utilizar a fórmula $L = \alpha \cdot R$ para descobrir o comprimento do arco DF. Entretanto, como mostrado na Figura 7, alguns discentes não tiveram essa habilidade e tentaram aplicar o conhecimento da lei dos cossenos, em um contexto que não havia nenhum triângulo, mas sim um setor de uma circunferência.

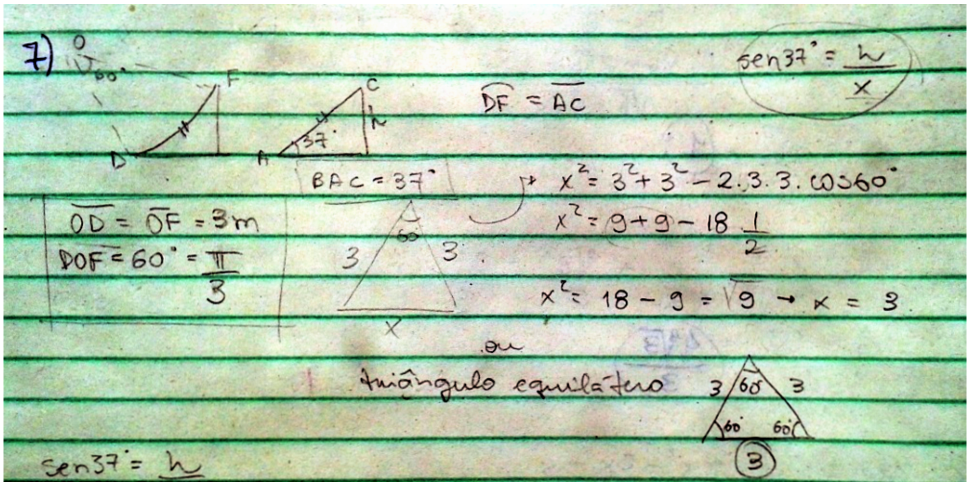


Figura 7. Exemplo de resolução da questão 7.

Na oitava questão, foi abordado o conteúdo de geometria analítica. Era pedido que se encontrasse a distância entre as cidades A e B, representada na Figura 8.

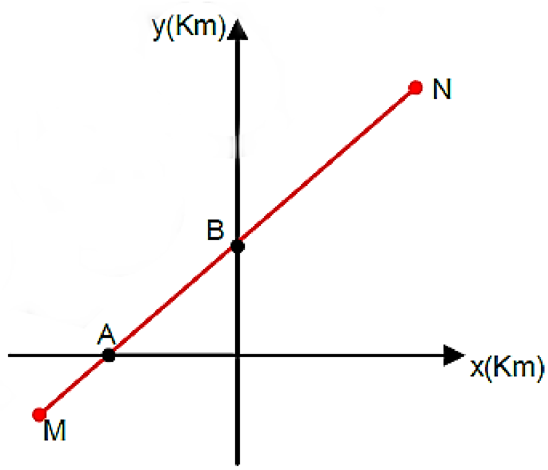


Figura 8. Gráfico de auxílio da questão 8.

A resolução foi dividida em duas etapas. Na primeira, o aluno precisava encontrar as coordenadas das cidades A e B, isto é, encontrar a intersecção da reta com os eixos x e y. Na segunda etapa, precisava-se calcular a distância entre os dois pontos A e B.

Houve apenas 1 erro na segunda etapa, enquanto que na primeira houve alguns equívocos a mais, como no seguinte exemplo:

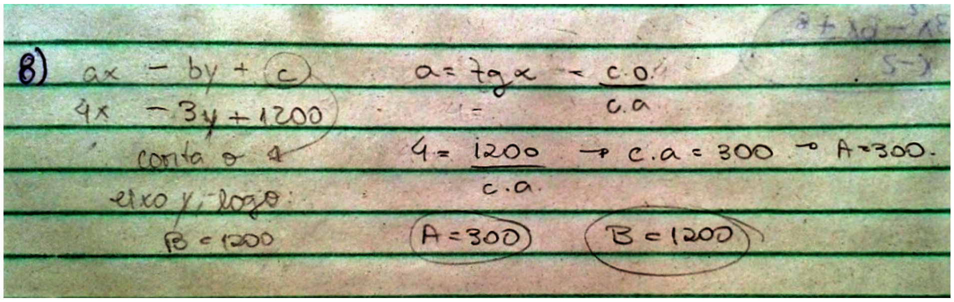


Figura 9. Exemplo de resolução da questão 8.

Aqui, o aluno pensou que 1200 fosse o coeficiente linear da equação da reta, ou seja, que 1200 seria o ponto de intersecção da reta com o eixo y. Porém, esse coeficiente linear só é encontrado no termo independente da equação reduzida da reta, enquanto que o que a questão nos oferece é a equação geral da reta. Desta forma, o acadêmico encontrou, erroneamente, a coordenada da cidade B.

3. Mapeamento dos Resultados

Para cada uma das questões, foram elencados os quesitos nos quais o aluno poderia errar. Esses erros foram contabilizados e são mostrados nos 8 próximos gráficos a seguir, os quais darão um diagnóstico detalhado de cada questão:

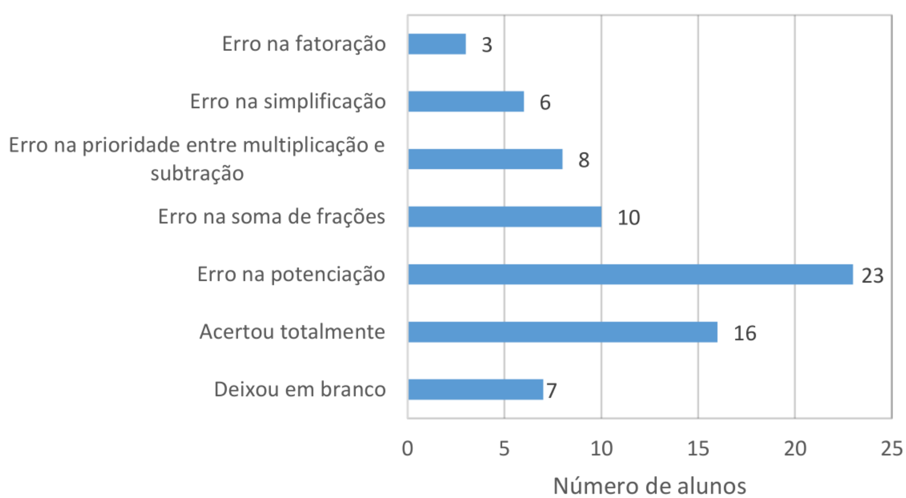


Gráfico 2. Diagnóstico da questão 1.

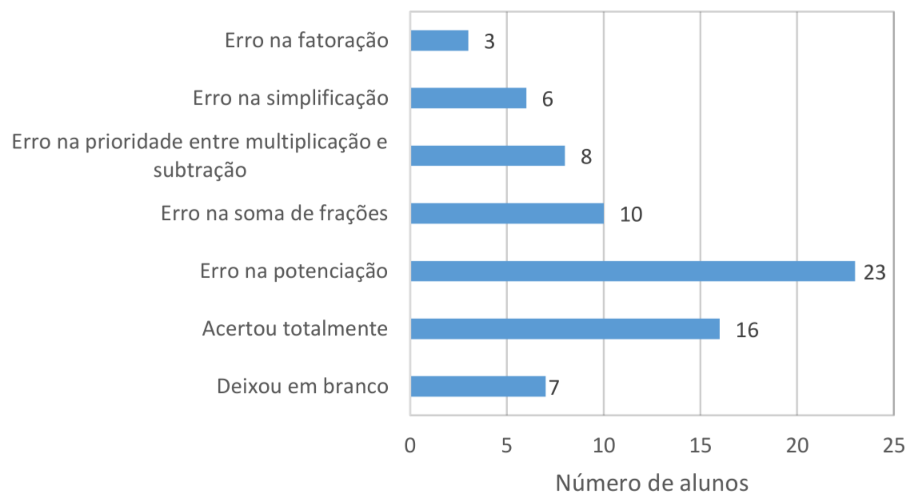


Gráfico 3. Diagnóstico da questão 2.

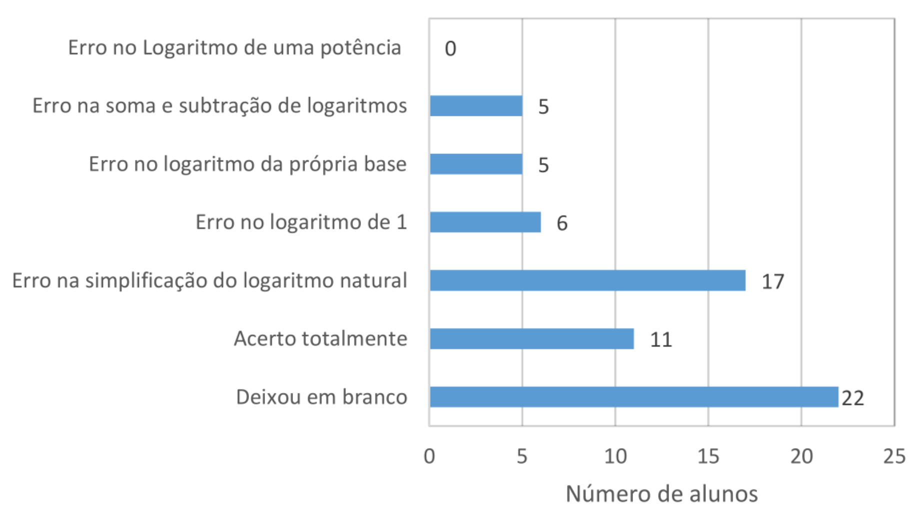


Gráfico 4. Diagnóstico da questão 3.

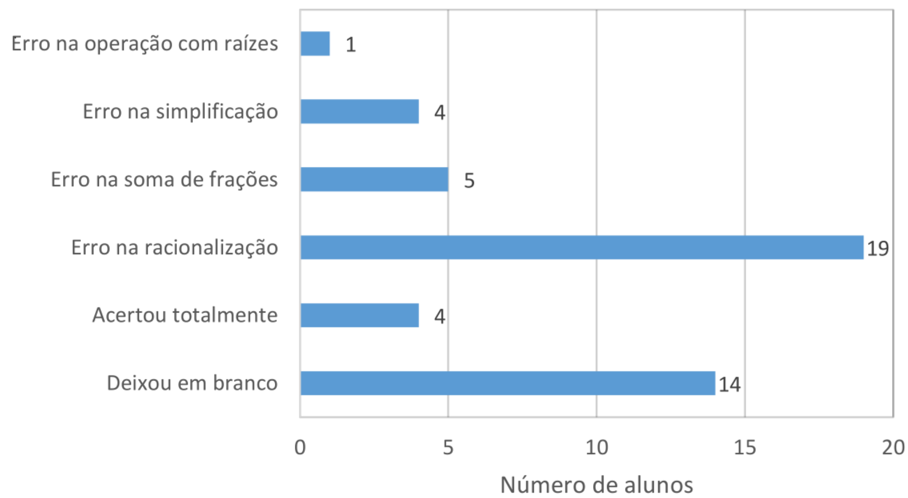


Gráfico 5. Diagnóstico da questão 4.

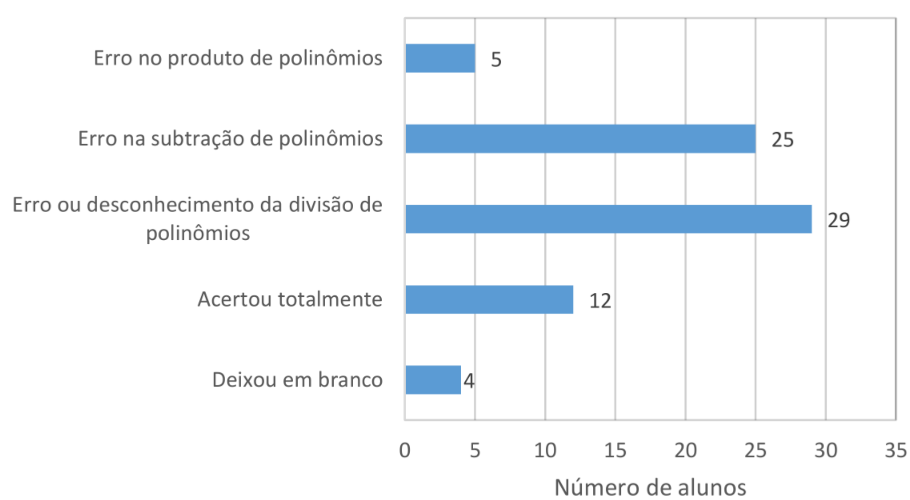


Gráfico 6. Diagnóstico da questão 5.

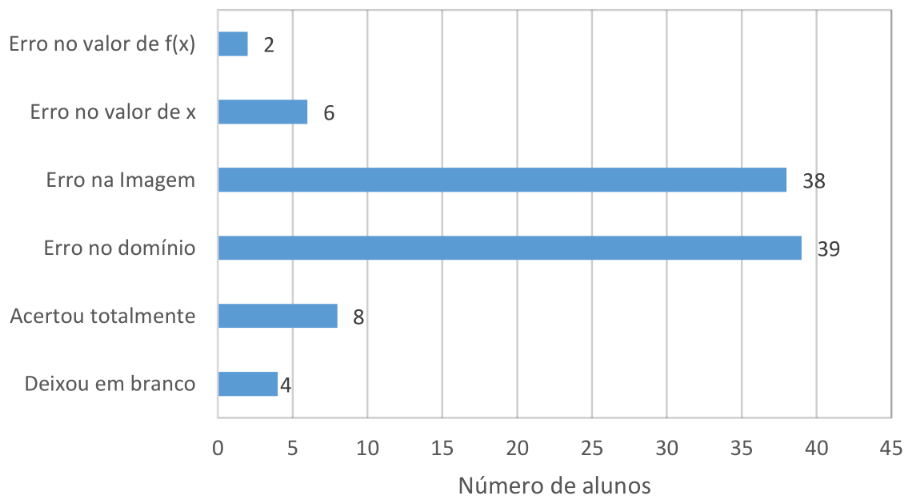


Gráfico 7. Diagnóstico da questão 6.

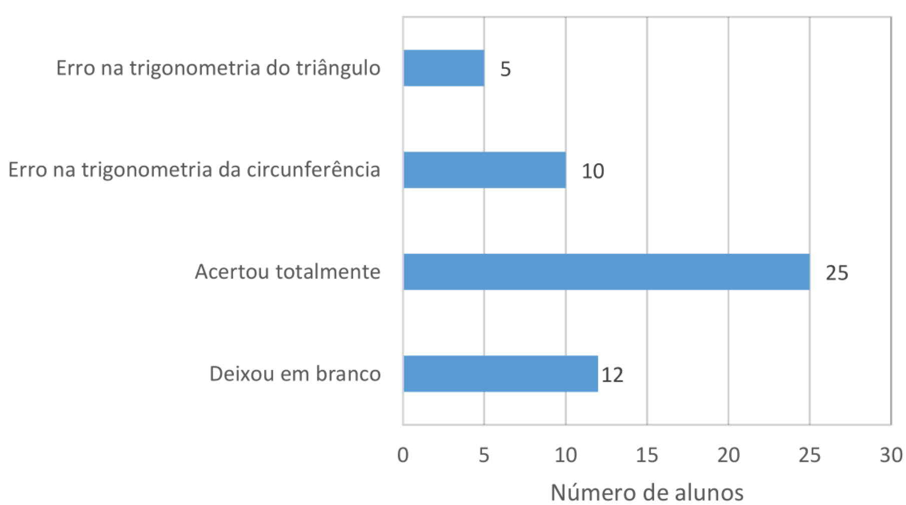


Gráfico 8. Diagnóstico da questão 7.

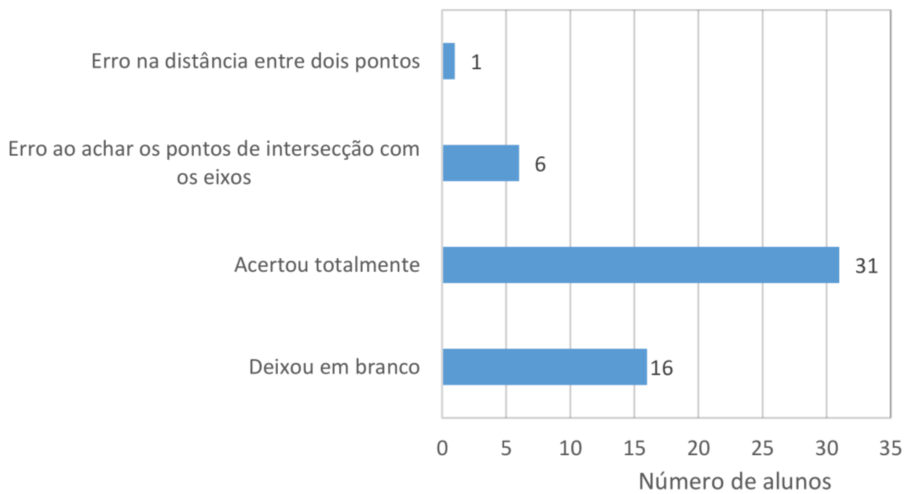


Gráfico 9. Diagnóstico da questão 8.

Além disso, com o intuito de fazer um mapeamento geral da prova, montou-se um gráfico mostrando a porcentagem de acerto de cada questão. O Gráfico 10 mostra uma média (em porcentagem) das pontuações dos discentes em cada uma das questões. Sendo assim, pode-se perceber que as maiores dificuldades foram apresentadas nas questões 2, 3 e 4, onde estão sendo abordados assuntos relacionados à resolução de expressões algébricas, logaritmos, racionalização, operações com frações e radiciação. As questões que apresentaram uma maior taxa de acerto foram as 7 e 8, as quais abordam os assuntos trigonometria e geometria analítica.

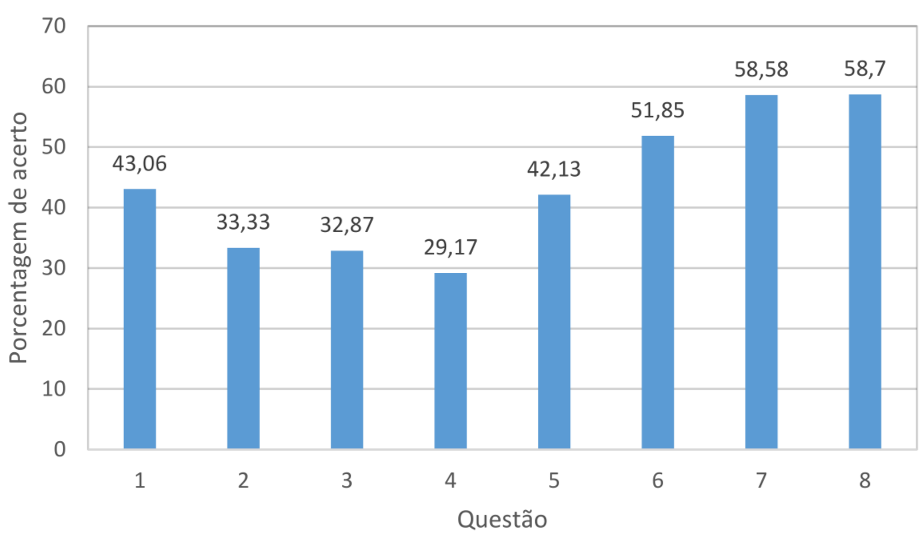


Gráfico 10. Diagnóstico geral da prova.

4. Mapeamento dos Resultados

De posse do mapeamento feito e da verificação de que as maiores dificuldades estão nas questões 2, 3, e 4, as quais abordam assuntos que enveredam para resoluções de expressões algébricas, pode-se inferir que o aluno recém ingresso na Universidade passou pelo ensino fundamental e médio sem ter desenvolvido de modo satisfatório essas habilidades de extrema importância para um curso de Engenharia.

A educação básica está deixando uma lacuna nessa área do aprendizado do estudante, área essa que o aluno precisa dominar para conseguir progredir nas disciplinas de Cálculo. Neste caso, a Universidade deve agir de maneira a sanar esses problemas identificados pelo presente estudo. Assim sendo, poderá ser feita a adaptação, ampliação ou variação dos conteúdos a serem trabalhados nas próximas edições de aulas presenciais do PCNA, para favorecer o desenvolvimento dessas habilidades que se mostraram mais deficientes. Fazendo isso, contribuir-se-á para a redução dos índices de reprovação e evasão nas disciplinas de cálculo dos cursos de Engenharia da UFPA.

Acredita-se, também, que é preciso cada vez mais mapear e analisar os erros cometidos em conteúdos matemáticos pelos alunos recém ingressos, para contribuir com mudanças no ambiente acadêmico. Esta é uma ação que não requer muito trabalho e que pode ser associada com as disciplinas de cálculo, pois com esses dados em mãos, é possível obter informações dos assuntos de maiores dificuldades. Dessa forma, os professores de Cálculo dando informações dos assuntos de maiores dificuldades, para que os professores fiquem cientes e se preparem melhor para enfrentá-las e supri-las. Esta pode ser uma boa alternativa para todas as Universidades que apresentam uma alta taxa de evasão nos seus cursos de Engenharia.

Referências

[1] G. L. R. Palis. "Desenvolvimento curricular e pesquisa participante: Integração de um Sistema de Computação Algébrica na transição do ensino médio para o superior em matemática.Rio de janeiro, 2009.

[2] L. Dominguini; S. F Gomes & E. S. B. Alves. "Limite de uma função: conteúdo viável para o ensino médio? Rio Grande do Sul, 2011.

[3] H. L. Chick; M. K. Baker. *"Investigating Teacher's Responses to Students Misconceptions"*. In: Helen L. Chick & Jill L. Vicent, (eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, Melbourne: PME, Anais... vol, 2, pp. 249-256, 2005.