[REEC] Revista Eletrônica de Engenharia Civil
Volume 21, N° 1, 2026 46 - 62
https://revistas.ufg.br/reec

ANÁLISE DE DESLOCAMENTOS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO UTILIZANDO A MECÂNICA DO DANO

Analysis of RC Beams in Serviceability Limit State using Damage Mechanics

Felipe Furtado Nunes Jorge[1]; Lucas Vale Costa[2], Higor Rafael Soares Oliveira[3], José Julio de Cerqueira Pituba[4]

PALAVRAS CHAVE:

Vigas de concreto armado;
Mecânica do Dano;
Norma Técnica;
Estado Limite de Serviço.

KEYWORDS:

Reinforced concrete beams;
Damage Mechanics;
Brazilian Standard;
Serviceability Limit State.

RESUMO: O presente trabalho trata da análise de vigas fissuradas em concreto armado empregando uma proposta de formulação baseada na Mecânica do Dano Contínuo. Sabe-se que em materiais frágeis como o concreto, o fenômeno mecânico mais preponderante é o processo de fissuração. Segundo a Norma Brasileira, para as estimativas de deflexão vertical em vigas de concreto armado, a rigidez da seção é penalizada de forma homogênea, tendo a exclusão da região fissurada, e como consequência, a contribuição da não linearidade daquela região de concreto. Isto é, não apresenta coerência da essência real sobre o processo de fissuração do material, já que as fissuras se propagam por um processo totalmente gradativo. Neste sentido, a proposta busca preencher esta lacuna identificada na norma brasileira sendo realizada uma análise comparativa com a Norma buscando validar a metodologia proposta para o cálculo de deslocamentos verticais em vigas de concreto armado em regime de serviço utilizando a Mecânica do Dano. Para tanto foram utilizados vários resultados encontrados na literatura, podendo assim identificar as potencialidades e limitações da proposta. Por fim, as análises numéricas empregando a metodologia proposta apresentaram resultados de deslocamentos próximos aqueles obtidos dos ensaios experimentais e do emprego da norma brasileira, especialmente em vigas cuja seção transversal se enquadra no domínio 3.

ABSTRACT: *The present work deals with the analysis of microcracked reinforced concrete beams using a proposed formulation based on Continuum Damage Mechanics. Note that, the most important mechanical phenomenon in quasi-brittle material like concrete is the cracking process. According to the Brazilian Standard, for evaluating vertical deflection in reinforced concrete beams, the section stiffness is homogeneously penalized removing the microcracked region. As consequence, the contribution of the non-linearity of that region is not considered. Thus, that strategy does not present coherence with the real essence on the cracking process of the material, since the cracking evolution is a gradual process. In this context, the proposed model in this paper intends to overcome that issue. Several tests using the proposed model are performed in RC beams comparing the obtained displacements with the ones provided by Brazilian Standard and experimental tests found in the literature. The applicability of the proposed model has been demonstrated essentially when dealing with RC beams which transversal section in deformation domain 3.*

*** Contato com os autores:**
[1] **e-mail: felipefurtadocivil@gmail.com (F. F. N. Jorge)**
Engenheiro Civil, Mestre, Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Catalão.
[2] **e-mail: lucas_valecosta@hotmail.com (L. V. Costa)**
Engenheiro Civil, Graduado, Universidade Federal de Catalão.
[3] **e-mail: rafacivilcac@gmail.com (R. S. Oliveira)**
Engenheiro Civil, Graduado, Universidade Federal de Catalão.
[4] **e-mail: julio_pituba@ufcat.edu.br (J. J. C. Pituba)**
Engenheiro Civil, Prof. Titular, Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Catalão.

Publicado em 28 de junho de 2026

ISSN: 2179-0612 DOI: 10.5216/reec.V21i1.81146
© 2026 REEC - Todos os direitos reservados.

1. INTRODUÇÃO

As estruturas são dimensionadas para que evidenciem ao longo de toda sua vida útil capacidades resistentes superiores às solicitações, seja em aspectos de capacidade resistente durante seu uso, seja em equilíbrio global, ao pensar em sua fase de colapso. A partir desse intuito, uma série de normas, códigos nacionais e internacionais define diversas aplicações e restrições que são abordadas como critérios de segurança em seus respectivos projetos. Tais critérios são denominados de Estados-Limites e podem ser empregados por meio de especificações provenientes da NBR 6118 (ABNT, 2023). Neste âmbito, como citado por Nogueira (2012), os Estados-Limites são caracterizados em estágios nos quais uma determinada estrutura demonstra certo desempenho desapropriado em relação às finalidades que foram projetadas.

Dentro desse contexto, um projeto estrutural contém em seus cálculos coeficientes parciais de segurança, tendo assim, o intuito de amparar todas as possíveis incertezas que são referentes as diversas variáveis de projeto. Estes coeficientes são aplicados nas ações atuantes nas estruturas e resistências dos elementos, garantindo certa folga quanto a segurança relacionada aos Estados Limites Últimos (ELU), como também a verificação em Estados Limites de Serviço (ELS), na qual é inerente às situações em regime de serviço. Dentro do contexto dos Estados Limites de Utilização, Branson (1968) sugere uma alternativa ao cálculo da rigidez equivalente em vigas de concreto armado para avaliar a flecha imediata. É um modelo empírico baseado no fato de que após atingir o momento de fissuração em uma viga de concreto armado, não se pode garantir que todas as seções da estrutura estarão no estádio II, mas sim em uma situação intermediária entre os estádios I e II. No entanto, como retratado em Pituba e Delalibera (2014), a fórmula de Branson é relativamente conservadora, pois a rigidez equivalente é muito próxima da rigidez do estádio II.

Com relação ao material concreto, sabe-se que além de ser um compósito, é ainda particularizado por possuir em sua composição as fases cristalinas e fases não cristalinas, tornando-o multiface, Santos, Fernandes e Pituba (2016) e Santos e Pituba (2017). Diante dessa caracterização, abrange a não trivialidade na determinação da resposta do comportamento em mecanismos físicos de ruptura e deformação. Tendo em vista esse aspecto, com o emprego de modelos constitutivos do material, como a Mecânica do Dano no Contínuo, é possível se obter numericamente soluções de problemas não-lineares em meios complexos. No trabalho de Silva et al. (2022) há uma descrição da complexidade de se modelar o comportamento mecânico do concreto.

O concreto antes mesmo de qualquer solicitação de carga, já apresenta certo grau de danificação, isso se deve a variados fenômenos químicos e físicos que ocorrem ao longo da cura do concreto, como retração, exsudação, expansão da argamassa e outros. Com isso, são originadas microfissuras na interface argamassa-agregado e na argamassa. Assim o comportamento não-linear do concreto verifica-se mesmo com níveis muito baixos de tensão, e é influenciado pelo fenômeno da microfissuração inicial, além da sua propagação de forma evolutiva, quando acomete a progressão do processo de carregamento.

Vale ressaltar que para o projeto de estruturas de concreto armado, é preconizado pela NBR 6118 (ABNT, 2023) simplificações em relação à Não-Linearidade Física (NLF), como a não consideração do concreto tracionado entre fissuras em cálculos de inércia equivalente, como também à verificação de flechas elásticas e flechas diferidas no tempo. É bastante conveniente no campo da resistência dos materiais, a determinação da deflexão vertical em vigas de concreto armado quando submetidas a um determinado carregamento. Isso ocorre porque de posse dos valores máximos admissíveis, se torna concebível realizar uma previsão quanto a sua limitação de flechas visíveis, danos à elementos não estruturais e também em relação ao colapso da peça ou global da estrutura.

Ainda sobre o cálculo dos deslocamentos verticais em vigas de concreto armado, a NBR 6118 (ABNT, 2023) aborda uma forma conceitual em que, em regime de serviço, esses elementos estruturais são penalizados quanto a inércia da sua seção transversal, isto é, há uma ponderação da seção íntegra (estádio

I) para a seção fissurada (estádio II), tendo assim, um novo valor de inércia equivalente, sendo inferior ou igual ao do estádio I. Dessa forma, entende-se que essa ponderação é realizada de forma homogênea, tendo a exclusão parcial da seção onde encontram-se as fissuras na região tracionada, abstendo então de qualquer processo de fissuração e não-linearidade do material. Logo, é relevante a determinação de uma nova formulação em que, de modo geral, penalize a rigidez da peça empregando uma redução progressiva do módulo de elasticidade por meio ao processo de fissuração, no qual, é o que se verifica conceitualmente. Portanto, há uma lacuna de pesquisa gerando a motivação do presente trabalho, ou seja, a forma abordada pelos procedimentos preconizados da NBR 6118 (ABNT, 2023) estimarem uma rigidez média para toda a viga com base no modelo proposto por Branson (1968), cuja formulação leva a altos valores de deslocamentos.

Diante da problemática de estimativa de deslocamentos em vigas de concreto, alguns trabalhos que procuram modelar o comportamento de deslocamentos em vigas de concreto armado e outras variações de materiais usados para reforço podem ser encontrados na literatura. Por exemplo, pode-se citar o trabalho desenvolvido por Muhammad e Ahmed (2023) que avaliaram através de ensaios experimentais, o comportamento à flexão de vigas e concreto armado reforçadas com barras poliméricas com fibras de vidro. Os autores observaram que a adição das barras com fibra de vidro promoveu uma redução na deflexão das vigas, assim como diminuição no processo de fissuração. Já o trabalho de Souza, Assis e Amorim (2023) apresenta uma formulação para a estimativa de deslocamentos imediatos em vigas de concreto armado utilizando a Mecânica do Dano com o conceito de mecanismos de dano concentrado em conjunto com teoria de rótulas plásticas. Aqueles autores analisaram uma série de vigas com resistências característica à compressão de até 90MPa. Foram comparados os resultados da formulação proposta com resultados experimentais e empregando o equacionamento de Branson (1968), onde foi possível constatar que a formulação proposta apresentou resultados similares aos de Branson (1968). El-Zeadani et al. (2019), propuseram uma formulação para flechas imediatas usando uma teoria baseada em rotação discreta. Os autores consideraram o efeito de perda de aderência entre as barras da armadura de aço e o concreto na vizinhança. Segundo os autores, a formulação pode ser utilizada para vigas com diferentes tipos de concreto e novos tipos de materiais utilizados como armadura longitudinal. Já para flechas considerando o efeito de tempo, o trabalho de Muhaisin, Jawdhari e Ammash (2019) desenvolveu equacionamento para estimativa de flechas em vigas de concreto armado com resistências convencionais até alta resistência. Características como resistência à compressão e taxa de armadura na zona comprimida do concreto foram incorporadas no equacionamento demonstrando que a flecha ao longo tempo diminui conforme o aumento da resistência do concreto e da taxa de armadura de compressão em relação à tração utilizados.

Por fim, sobre um aspecto geral, o presente trabalho pretende estabelecer um estudo analítico do comportamento estrutural em regime de serviço em vigas de concreto armado, dando especial atenção ao processo de fissuração com o desenvolvimento e validação de uma proposta baseada na Mecânica do Dano no Contínuo (MDC). A proposta em questão é ainda aplicada em casos da prática da Engenharia Estrutural, a fim de viabilizar um método alternativo de cálculo de deflexão vertical em relação ao preconizado na NBR 6118 (ABNT, 2023), usando também para tanto, resultados experimentais encontrados na literatura. Além disso, ainda procura-se efetuar uma investigação para proposição de alternativas ao desenvolvido por Pituba e colaboradores (Pituba, Delalibera e Rodrigues (2012) e Pituba e Delalibera (2014)) até então, contribuindo com o aperfeiçoamento da proposta.

2. PROPOSTA DE ESTIMATIVA DE DESLOCAMENTOS UTILIZANDO A MECÂNICA DO DANO

Na presente seção é apresentado brevemente um histórico do desenvolvimento da proposta para o cálculo de deslocamentos em vigas de concreto armado baseada em princípios da Mecânica do Dano. O histórico começa com a proposta inicialmente formulada por Pituba, Delalibera e Rodrigues (2012), onde

resultados iniciais levaram à identificação das principais variáveis envolvidas no problema. Posteriormente, Pituba e Delalibera (2014) propuseram novas expressões para cálculo de momentos de fissuração trazendo um modelo de dano com roupagem de aplicação técnica da Engenharia de Estruturas. Contudo, ainda restava uma dúvida sobre o comportamento de um parâmetro, aqui chamado de parâmetro A. No presente trabalho é proposta uma relação desse parâmetro A om o comportamento de vigas fissuradas, além de aplicar a metodologia aprimorada em vigas de concreto armado (vide seção 3).

2.1. HISTÓRICO DO DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA

Em Pituba, Delalibera e Rodrigues (2012) foi realizado um estudo para basear uma proposta de metodologia de cálculo de deslocamentos em vigas de concreto armado considerando a rigidez do concreto fissurado quando estas submetidas a cargas de serviço, procedimento este, preconizado pela norma técnica brasileira, NBR 6118 (ABNT, 2023).

Um modelo constitutivo de dano abordado em Pituba (2006), que considera anisotropia induzida e resposta elástica bimodular foi utilizado para simular o comportamento do concreto, enquanto um comportamento elastoplástico foi admitido para a armadura. Os autores descrevem o processo de perda de rigidez pela redução do módulo de elasticidade do concreto através do modelo de dano, enquanto pela norma é sugerida uma minimização do momento de inércia na seção estudada de forma homogênea.

À vista disso, foi possível uma discussão sobre a consideração do comportamento não-linear do concreto nas estimativas de deslocamentos nesse tipo de estrutura e material. Para tanto, o modelo de dano teve sua identificação paramétrica realizada para alguns concretos utilizados na confecção de vigas de concreto armado. O modelo de dano foi então empregado e comparado com as respostas experimentas de vigas a fim de validação. Logo após essas análises, vários modelos de vigas com diferentes características geométricas e taxas de armadura foram elaborados sendo, então, submetidas a cargas de peso próprio e acidentais. Todos os modelos de vigas foram analisados mantendo-se fixa as propriedades constitutivas do concreto previamente identificado. De posse dos resultados, o método estatístico ANOVA (Análise de Variância) foi empregado para identificar as principais variáveis de influência no comportamento de deformabilidade das vigas. Ainda, após análises com o emprego das análises numéricas e da NBR 6118 (ABNT, 2003) vigente na época, esta última fornecia valores de deslocamentos maiores.

Por esta circunstância encontrou-se a lacuna que gerou a motivação para a elaboração deste trabalho. A razão se deve pela forma abordada do procedimento preconizado na norma técnica em estimar uma rigidez média para toda a viga com base no modelo proposto por Branson (1968), cuja formulação leva a altos valores de deslocamentos. Por outro lado, o modelo de dano degrada a rigidez de forma seletiva. Portanto, é possível levar em consideração a contribuição do concreto entre fissuras para resistir às tensões de tração naquela zona estudada. No estudo, ainda é apresentado que além de tudo, é necessária a existência de certa reserva de segurança perante as estimativas dos deslocamentos.

Posteriormente, Pituba e Delalibera (2014) progrediram com a contribuição em particular ao tema. O intuito ainda era propor uma metodologia alternativa ao procedimento prescrito pela Norma Brasileira quanto ao cálculo de deslocamentos em estruturas de concreto armado. As premissas no que tange ao modelo de dano seguem ao do estudo anterior, nas quais o concreto é entendido como um material pertencente à categoria dos meios inicialmente isótropos que passam a apresentar isotropia transversal e resposta bimodular induzidas pelo dano. Para análise dos resultados também é realizado um tratamento estatístico seguindo a metodologia ANOVA. Em Pituba, Delalibera e Rodrigues (2012) foram apresentados resultados das análises efetuadas em vigas com três diferentes seções transversais, vãos e configurações de armadura, porém, foi abordado apenas concreto com (f_{ck} = 30MPa) e condições de vinculação de vigas biapoiadas e bi-engastadas. Além disso, naquela ocasião, por meio de análises estatísticas agregadas às numéricas, levaram a determinação de expressões no cálculo do momento de fissuração, dependente ao f_{ck}

empregado. No entanto, estas expressões ainda necessitavam de uma investigação possuindo uma quantidade maior de parâmetros adotados ao problema.

Por influência disso, no trabalho de Pituba e Delalibera (2014) tais parâmetros foram levados em conta, de modo a ser possível obter expressão para o momento de fissuração que abrangem concretos ditos convencionais de classes C20 a C35. Não só isso, ainda uma discussão à frente de possíveis proposições de fórmulas para a estimativa de deslocamentos em estruturas de concreto armado foi apresentada.

Para tal, foi realizado um ensaio numérico computacional em 324 peças de concreto armado, sendo submetidas a carregamentos com variações proporcionais àqueles que ocasiona o momento de fissuração das seções. Os ensaios numéricos foram realizados utilizando um código de cálculo implementado linguagem FORTRAN discretizando as vigas em elementos finitos de barra com seção transversal admitida em camadas. Para modelar as camadas de concreto, o modelo de dano de Pituba (2006) foi adotado, enquanto para as camadas de aço, equivalentes à armadura longitudinal, foi adotado um modelo de plasticidade. Assim, a partir dos resultados, pode-se enfatizar as ponderações relativas ao conservadorismo imposto pela normativa brasileira. Logo depois, foram apresentados gráficos que relacionam a inércia da seção versus momento de fissuração das análises numéricas, sendo possível dessa forma obter expressões de M_r referentes para cada classe de concreto, relacionando também a inércia no estádio I de peça estrutural, dadas pelas Equações 1 e 2:

$$M_r = 0{,}00004 I_c + \beta_1 \qquad \text{para concretos C20 e C25} \qquad \text{Eq.[1]}$$

$$M_r = 0{,}00015 I_c + \beta_2 \qquad \text{para concretos C30 e C35} \qquad \text{Eq.[2]}$$

Entende-se que os valores das expressões acima possuem unidades de (kN.m) para M_r e cm^4 para I_c. Já para os parâmetros β_1 e β_2, são coeficientes relacionados ao tipo de vinculação adotada da viga, sendo eles expostos na Tabela 1:

TABELA 1: Valores dos coeficientes de vinculação.

Vinculação	β_1	β_2
Biengastada/ biapoiada	8	4,5
Engastada/ engaste-apoio	6	2

FONTE: Pituba e Delalibera (2014).

Com este cenário, por esta proposta de cálculo do momento resistente é possível obter valores distintos de M_r daqueles alcançados pelo uso da equação sugerida pela NBR 6118 (ABNT, 2023). Vale também a ressalva de que através do emprego da ferramenta estatística mencionada (ANOVA), observou-se que os principais parâmetros no processo de deformabilidade das vigas em cargas de serviço, tendo base nas variações estabelecidas em Pituba e Delalibera (2014), foram o momento de inércia da seção transversal e o comprimento do vão livre da viga. Também foi observada uma influência crescente da distribuição de armadura no momento de fissuração conforme o carregamento aplicado aumenta de valor.

Para o processo evolutivo de fissuração, o módulo de elasticidade longitudinal é função da variável de dano D capaz de definir o estágio de fissuração da seção de concreto. Contudo, a danificação presente é dependente da relação tensão-deformação da peça estrutural. Estes estados de tensões e de deformações são intrínsecos ao grau de carregamento que é aplicado na estrutura, significando que para esse processo, existe uma relação não-linear. Para o cálculo da penalização seletiva da rigidez da seção de concreto, adota-se a Equação 3, que evidencia a redução progressiva do módulo de elasticidade inicial do material (E) em conjunto com a danificação (D) presente, resultando no módulo de elasticidade reduzido do material ($\tilde{E}$).

$$\tilde{E} = E(1 - D) \quad \text{Eq.[3]}$$

Na definição da variável representativa do dano D, inspirada na forma dada pelas equações de evolução de Mazars (1984) e de modo a expressar em termos de variáveis da prática da Engenharia, optou-se em propor uma equação com os parâmetros de importância obtidos pelo ANOVA., levando à Equação 4:

$$D = 1 - \frac{M_r(1 - A)}{M_a} - \frac{A}{e^{\left[\frac{f_{ctm}}{1000}(M_a - M_r)\right]}} \quad \text{Eq.[4]}$$

Sendo: M_a e M_r os momentos atuantes e resistentes da viga em estudo, que são ainda obtidos em kN.m e, fctm a resistência à tração média do concreto em MPa, cujo valor é obtido utilizando o subitem 8.2.5 da NBR 6118 (ABNT, 2023) reproduzida na Equação 5. Segundo o trabalho de Pituba e Delalibera (2014), pensava-se que o parâmetro A consiste de um valor dependente da classe do concreto que se deseje modelar.

$$f_{ctm} = 0{,}3\, {f_{ck}}^{2/3} \quad \text{Eq.[5]}$$

Como conclusões do trabalho de Pituba e Delalibera (2014), os autores expõem que, mesmo com a inserção de novos parâmetros ao problema, observa-se que o momento de fissuração não leva em conta a distribuição da armadura no elemento estrutural. Nota-se também que os deslocamentos determinados nas análises numéricas e experimentais são inferiores aos obtidos nas análises analíticas, já que pela norma técnica é estimado um valor médio para a rigidez de toda a viga, tendo assim valores altos de deslocamentos. Em contrapartida, o modelo de dano pela forma em que se reduz a rigidez seletivamente pode-se atender a contribuição do concreto tracionado entre fissuras. Por fim, ainda é constatado que os trabalhos apresentam viabilidade quanto à metodologia proposta. Contudo, sua efetiva validação carecia de resultados em comparação com experimentais e àqueles preconizados pela NBR 6118 (ABNT, 2003), além da proposição de equacionamento para o parâmetro A presente na Equação 4, objetos do presente trabalho.

2.2. HIPÓTESES PARA O PARÂMETRO A

No desenvolvimento em Pituba e Delalibera (2014), notou-se uma proposição para se retratar o dano em vigas de concreto armado por meio a Equação 4, onde constata-se a existência de um parâmetro A em sua formulação. Naquela ocasião, o parâmetro foi correlacionado a partir de um valor que é dependente da classe do concreto que compõe a viga, porém, verificou-se a necessidade de uma investigação com maior acurácia. A partir daí, o presente trabalho apresenta a análise de três vigas de concreto armado (ensaiadas em Álvares (1993)). As peças selecionadas possuem o mesmo vão, seção transversal, vinculação e mesmo carregamento, isto é, a única variação entre as mesmas se dá pela distribuição da armadura positiva. O que pode ser ilustrado na Figura 1.

Não tendo uma proposta definida para o valor do parâmetro A em Pituba e Delalibera (2014), foi então imposta no presente trabalho, uma variação arbitrária em que o valor era estabelecido previamente para cada viga, seguindo o critério de aproximação com os dados reais equivalentes àqueles experimentais descritos em Álvares (1993). Nota-se que os valores de A demostraram-se dependentes diretamente da quantidade de aço dimensionado para o momento máximo fletor de cada seção. Por consequência, de posse dos valores obtidos que representavam o estado real de dano de cada viga, foi proposto então o valor do parâmetro de forma constante, sendo (A = 0,35) para as vigas analisadas verificando-se que no caso da viga pouco armada, o valor proposto não se adequa.

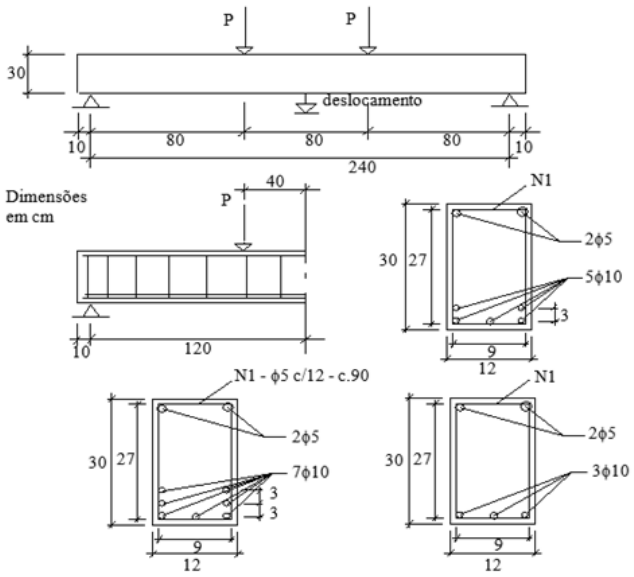

FIGURA 1: Configuração das vigas propostas em Álvares (1993) para as vigas aqui denominadas: viga 31, viga 51 e viga 71.
FONTE: Adaptado de Álvares (1993).

Os resultados estão ilustrados nas Figuras 2 a 4 com a aplicação dos valores de A no desenvolvimento de Pituba e Delalibera (2014) em comparação com respostas experimentais e emprego da NBR 6118 (ABNT, 2023), sendo que na Figura 2 o valor considerado para A foi de 0,03 (vide Pituba e Delalibera (2014)).

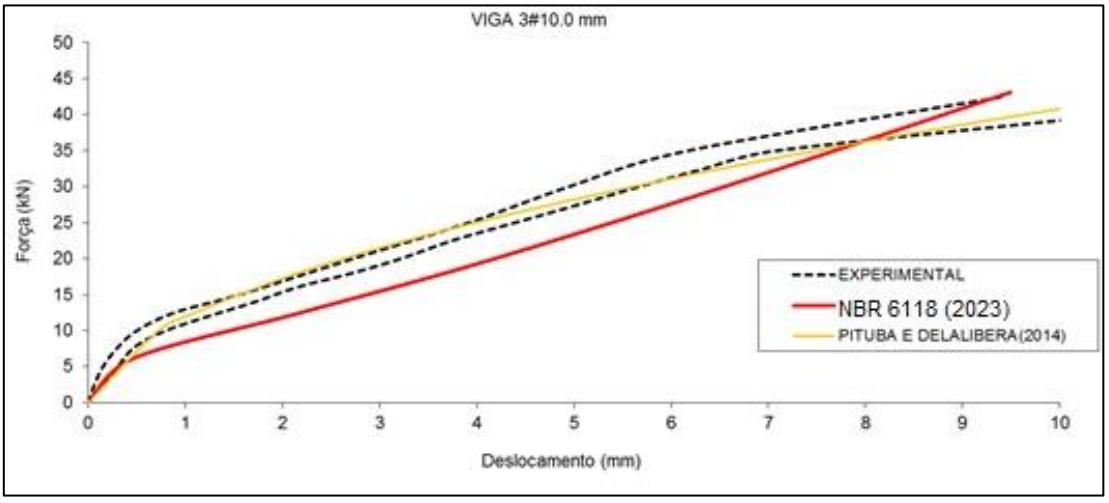

FIGURA 2: Respostas numéricas e experimental para viga 31.
FONTE: Autoria própria (2025).

As análises experimentais realizadas em Álvares (1993) para a viga31 demonstraram um panorama de fissuração intenso formando uma localização de dano por volta de 12,5 kN. Essa afirmação pode ser confirmada com os valores de dano encontrados nas simulações numéricas realizadas em Pituba, Delalibera e Rodrigues (2012) e Pituba e Delalibera (2014). Esse panorama localizado de fissura se deve a pouca armadura presente nesta série de vigas.

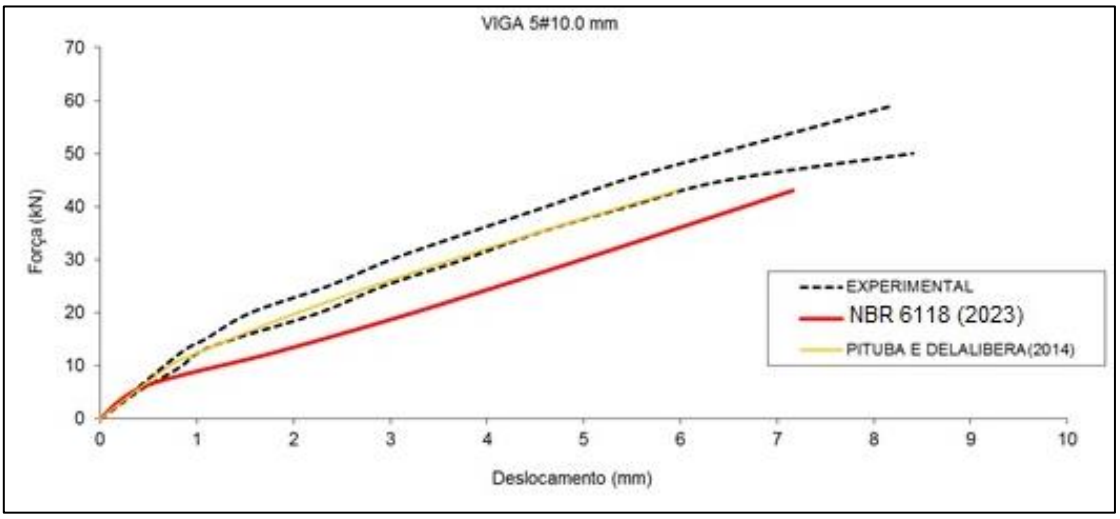

FIGURA 3: Respostas numéricas e experimental para viga 51.
FONTE: Autoria própria (2025).

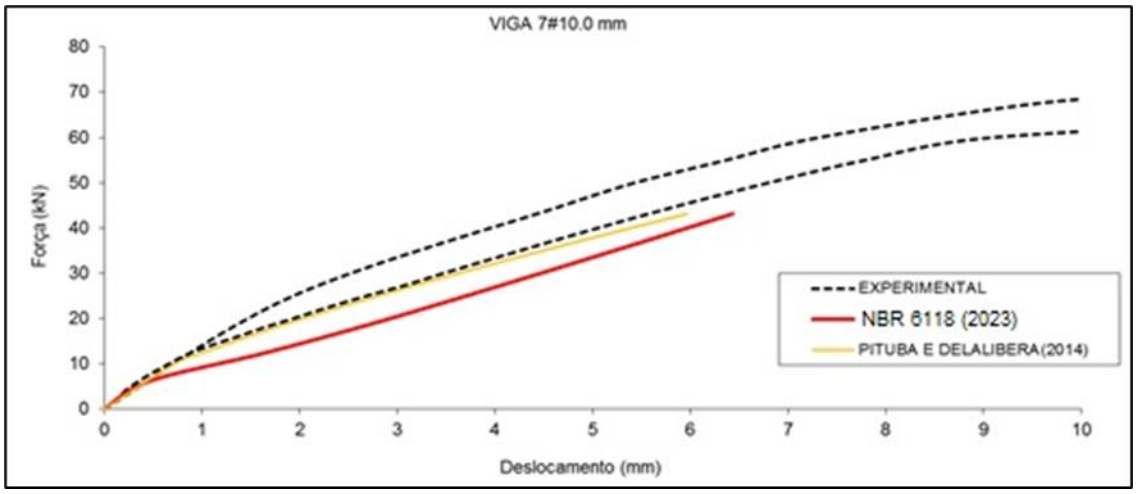

FIGURA 4: Respostas numéricas e experimental para viga 71.
FONTE: Autoria própria (2025).

Já para as vigas V51 e V71, para um mesmo valor de parâmetro A, fica claro que os deslocamentos numéricos da proposta de Pituba e Delalibera (2014) são os mesmos, visto que a proposta tem a limitação de não levar em consideração a área de aço presente nas vigas. Porém, tanto para a viga V51 quanto para a viga V71, as respostas obtidas com a formulação proposta apresentam resultados dentro da faixa de nuvem de resultados das séries de vigas ensaiadas em Álvares (1993).

A diferença presente nos deslocamentos calculados entre os procedimentos da NBR 6118 (ABNT, 2023) e de Pituba e Delalibera (2014) se dá devido a norma estabelecer alguns critérios de segurança, sendo assim mais conservadora.

Contudo, a partir desta verificação, de modo a realmente levar em conta uma proposta geral sem a limitação de valores fixos e baseados em respostas experimentais conhecidas, uma nova proposta é tratada no presente trabalho. Procura-se propor uma expressão para A de forma que o dano pudesse ser tomado como nulo, ou seja, determinar um valor do parâmetro em uma situação na qual a seção de um determinado tipo de concreto, com certo momento atuante ou resistente permanecesse totalmente livre de deterioração. Logo, da Equação 4 e assumindo (D = 0), chegou-se à Equação 6:

$$A = \frac{e^{\frac{f_{ctm}}{1000}(M_a - M_r)}(M_a - M_r)}{M_a - e^{\frac{f_{ctm}}{1000}(M_a - M_r)}M_r} \quad \text{Eq.[6]}$$

A fundamentação teórica de toda a formulação baseou-se a partir da verificação em função de qual âmbito o parâmetro A era dependente. Pela ocasião e configuração em que foram ensaiadas as vigas em Álvares (1993), todas estiveram no estádio III, no qual, é o estádio que a peça se apresenta no Estado Limite Último, como também é dimensionada a área de aço. Isto posto, a problemática dependente de A, com base na teoria de concreto armado, considera os domínios de deformações das peças. Ou seja, entende-se que o parâmetro está relacionado aos domínios de deformação das vigas sendo dado por alguma relação entre as deformações sofridas pelo aço e concreto. Essa relação foi fundamentada pelo fato das vigas terem sido ensaiadas sob as mesmas condições, em que se distinguiram apenas na área de aço positiva, melhor dizendo, a única diferença estabelecida é pela forma de ruptura, sendo assim, função restrita da área de aço.

Em face dessas condições, faz-se então a hipótese em que A tenha relação com domínio de deformação sendo um valor adimensional, tornando-a então como uma igualdade entre estas. Logo, submetendo a Equação 6, nesta hipótese é encontrada a Equação 7:

$$A = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc} + \varepsilon_{st}} \quad \text{Eq.[7]}$$

Sendo: x é a profundidade da linha neutra da seção (cm); d é a altura útil da seção (cm); ε_{cc} é a deformação do concreto; ε_{st} é a deformação do aço.

Com os valores calculados pela Equação 7 nas três vigas levam à conclusão que para as vigas que se encontraram no domínio de deformação 3, os valores são satisfatoriamente próximos. Por outro lado, quando se dá uma configuração de domínio de deformação 2, há uma relevante discrepância, distanciando dessa forma do valor real em que represente o dano da viga. Por essa circunstância, faz-se necessário tratamentos distintos para as configurações entre domínios 2 e 3.

Sendo assim, propõe-se que o parâmetro A para as vigas no domínio de deformação 2 seja estabelecido pela soma de toda a deformação da peça e adotar o parâmetro como seu inverso, tendo assim a Equação 8:

$$A = \frac{1}{\varepsilon_{cc} + \varepsilon_{st}} \quad \text{Eq.[8]}$$

Com essa nova concepção, foi possível a obtenção de novos valores do parâmetro, sendo inferiores àqueles advindos com a Equação 7, e mantendo ainda a relação entre as deformações das peças. Como ilustrado na Figura 5, onde fora calculado o valor de (A = 0,0796) por meio da Equação 8 sendo chamada a resposta obtida como TESTE, há grande aproximação ao valor estipulado na Figura 2 (A = 0,03) na formulação proposta em Pituba e Delalibera (2014).

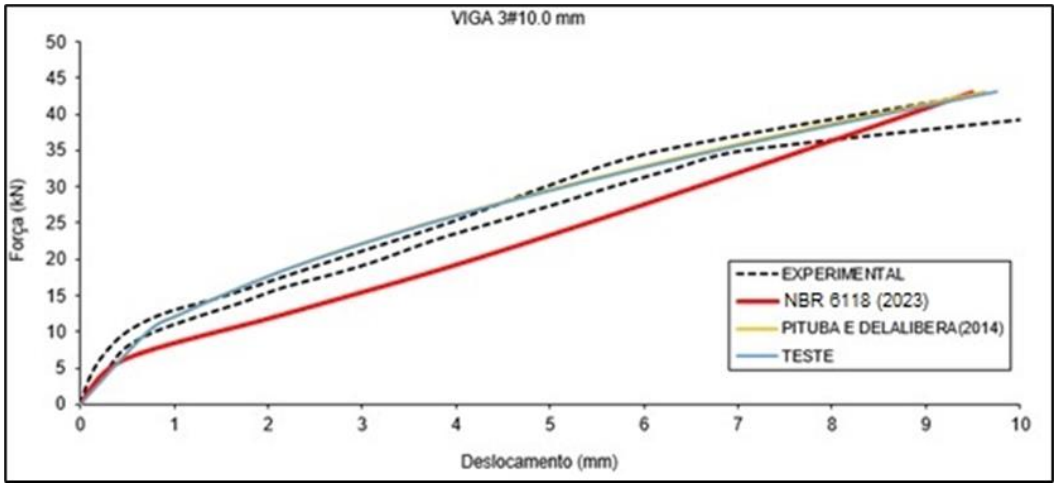

FIGURA 5: Deslocamentos para viga 31 com A = 0,0796.
FONTE: Autoria própria (2025).

Como conclusão, foi verificado que a hipótese de aperfeiçoamento da proposta no presente trabalho é admissível de ser empregada ao cálculo de deflexão vertical de vigas de concreto armado, desde que seja nos limites dos domínios usuais recomendados no dimensionamento estrutural preconizado pela NBR 6118 (ABNT, 2023), sendo estes, domínios 2 e 3. Vale reforçar ainda que diante dos cálculos particulares entre os domínios 2 e 3, devem ser aplicadas respectivamente as Equação 7 e Equação 8.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Uma vez feito o estudo para o aperfeiçoamento da metodologia de Pituba e Delalibera (2014) e, na sequência constatada a carência de aprimoramento quanto ao tratamento dado ao parâmetro A, propôs-se formulações para o mesmo e, agora é possível verificar se a variável é função do domínio de deformação da viga em análise, em outras palavras, A depende do modo de ruptura da peça.

Por conseguinte, verificou-se a hipótese feita e, neste momento aplica-se o modelo proposto para 11 vigas de concreto armado com respostas experimentais, com o intuito de se expor os resultados e discussões do presente trabalho. A Tabela 2 traz o resumo dos dados das vigas as quais se aplicará a hipótese estudada.

TABELA 2: Dados das vigas usadas na validação do parâmetro A.

Autor	Viga	Vão (cm)	Seção (cm)	fck (MPa)	As (cm²)
Simões (2007)	V1	400	15x40	30	2,798
Romero (2007)	V1	400	15x40	30	2,798
Silva (2014)	V1	135	15x15	25	1,571
Canaval (2016)	V1	180	12x22	20	2,454
	V2	180	12x22	20	2,454
	V3	180	12x22	20	2,454
	V4	180	12x22	20	2,454
	V5	180	12x22	20	2,454
Pivatto (2017)	V1	200	15x25	25	2,454
	V2	200	15x25	25	2,454
	V3	200	15x25	25	2,454

FONTE: Autoria Própria (2025).

Da Tabela 2 identifica-se que as vigas de Simões (2007) e Romero (2007) são idênticas entre si, já Canaval (2016) e Pivatto (2017) replicaram suas vigas múltiplas vezes, configurando em apenas um elemento com as mesmas configurações para cada. Desta análise, chega-se a quatro vigas que diferem entre si em ao menos uma configuração, permitindo, dessa forma, a exploração da metodologia proposta em uma viga de domínio 2, três de domínio 3.

Destas vigas, apenas a de Simões (2007) e Romero (2007) foram ensaiadas com carga centrada no meio do vão, alterando as expressões de cálculo do momento atuante e da flecha, propriamente dita. A Tabela 3 apresenta as informações de domínio para cada viga e os respectivos valores de A usados na aplicação da metodologia proposta. Vale destacar que as respostas numéricas dadas pela formulação proposta foram obtidas com a utilização das equações apresentadas no presente trabalho (Equações 1 a 8), assim como os resultados da NBR 6118 (ABNT, 2023) foram obtidos utilizando o equacionamento daquela norma. Some-se a isso, a utilização de equações da Mecânica dos Sólidos para o cálculo de flechas imediatas com o conceito de Linha Elástica.

TABELA 3: Dados de domínio e parâmetro A das vigas analisadas.

Autor	Viga	d (cm)	x (cm)	x/d	Domínio	εcc (‰)	εst (‰)	A
Simões (2007)	V1	38,60	5,566	0,144	2	1,682	10	0,0856
Romero (2007)	V1	38,60	5,566	0,144	2	1,682	10	0,0856
Silva (2014)	V1	11,87	3,749	0,316	3	3,5	7,58	0,3160
Canaval (2016)	V1	17,88	9,153	0,512	3	3,5	3,34	0,5120
	V2	17,88	9,153	0,512	3	3,5	3,34	0,5120
	V3	17,88	9,153	0,512	3	3,5	3,34	0,5120
	V4	17,88	9,153	0,512	3	3,5	3,34	0,5120
	V5	17,88	9,153	0,512	3	3,5	3,34	0,5120
Pivatto (2017)	V1	21,24	6,09	0,287	3	3,5	8,71	0,2870
	V2	21,24	6,09	0,287	3	3,5	8,71	0,2870
	V3	21,24	6,09	0,287	3	3,5	8,71	0,2870

FONTE: Autoria Própria (2025).

3.1. VALIDAÇÃO PARA O DOMÍNIO DE DEFORMAÇÃO 2

Para a viga de domínio 2, ensaiada experimentalmente por Simões (2007) e Romero (2007), tem-se os gráficos das Figuras 6 e 7, respectivamente.

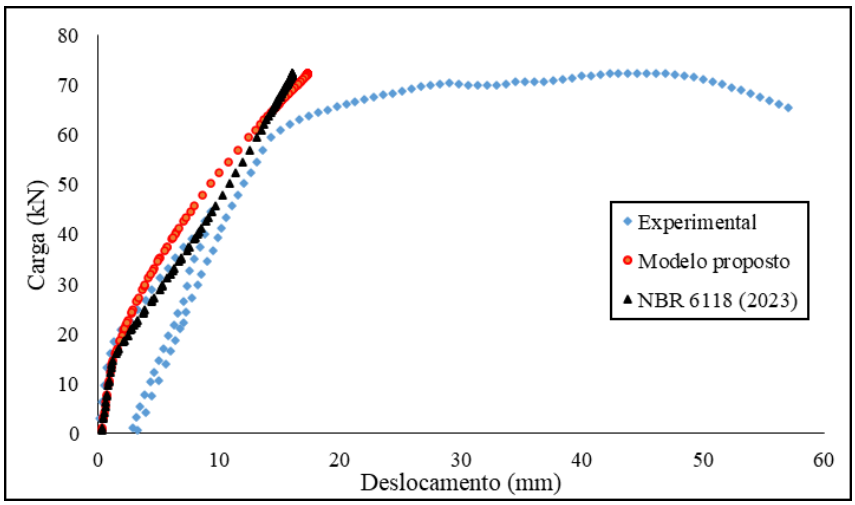

FIGURA 6: Carga x Deslocamento para a viga de Simões (2007).
FONTE: Autoria própria (2025).

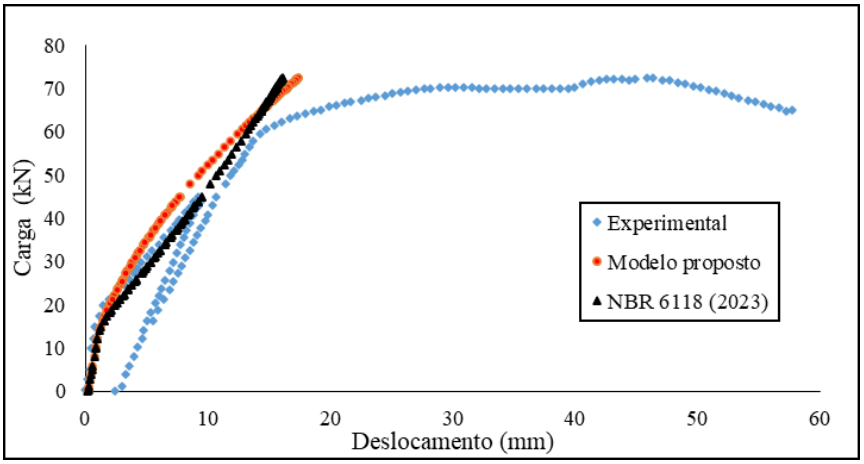

FIGURA 7: Carga x Deslocamento para a viga de Romero (2007).
FONTE: Autoria própria (2025).

Como ambas as vigas têm mesmo arranjo, os gráficos das ilustrações logo acima são semelhantes, portanto, faz-se a análise considerando ambos como iguais.

É perceptível que, como esperado, a curva da norma brasileira apresentou-se como mais conversadora que a curva do modelo proposto, tendo esta resposta mais rígida, logo, ficando acima da curva da norma e mais próxima da curva experimental da viga, isso considerando-se a parte linear do gráfico.

Quantitativamente, para o deslocamento limite imposto para o estado de serviço pela NBR 6118 (ABNT, 2023) é permitido um deslocamento de L/250, isto é, 16 mm. Neste patamar de deslocamento, pelas Figuras 6 e 7, percebe-se que houve o descarregamento do elemento no ensaio experimental quando a carga ficou próxima a 60 kN, gerando um ramo de curva logo abaixo da curva do código brasileiro. Na análise quantitativa do método proposto, para o deslocamento vertical de 16 mm, a metodologia da NBR 6118 (ABNT, 2023) apresentou deslocamento superior a metodologia estudada em cerca de 2%, confirmando a norma ser mais conversadora, porém, para este caso se assimilando a curva proposta.

A respeito dos valores mostrados na análise quantitativa, para se confirmar a Equação 8 como adequada para o cálculo de deslocamento vertical em vigas de concreto com deformação no domínio 2, exibe-se a Figura 8.

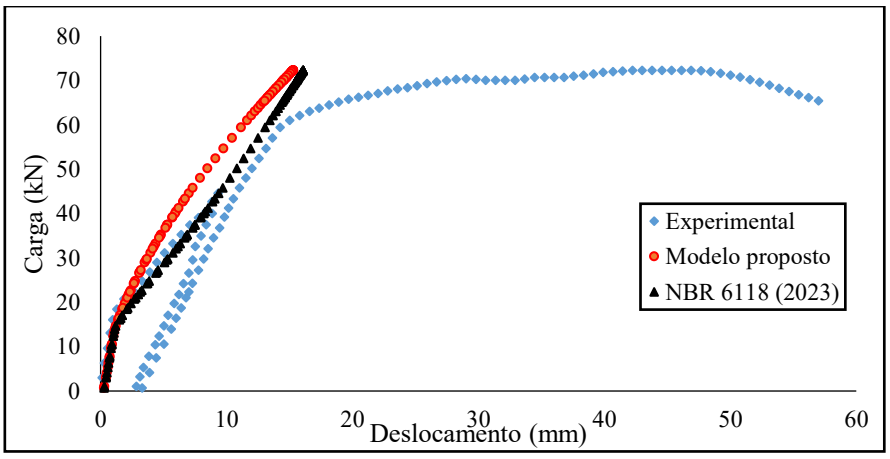

FIGURA 8: Carga x Deslocamento para a viga de Simões (2007) com novo A.
FONTE: Autoria própria (2025).

Fazendo-se a comparação entre as Figuras 6 e 8, ambas relativas a viga experimentada por Simões (2007), constata-se que na Figura 6, quando A é calculado pela Equação 8, estipulada para o domínio 2, a

curva do modelo proposta fica mais próxima da curva experimental, porém, quando se faz A como sendo x/d, ou seja, usando-se a Equação 7, assim como exibido na Figura 8, estipulada para o domínio 3, a curva do modelo proposto fica mais distante da curva experimental.

Neste sentido, com a abordagem feita a viga de Simões (2007) e Romero (2007), fica nítido o quão adequado é a Equação 8, dada para o domínio 2 do modelo proposto. Tal resultado é corroborado pelas análises prévias apresentadas junto à Figura 5, da viga do trabalho de Álvares (1993).

3.2. VALIDAÇÃO PARA O DOMÍNIO DE DEFORMAÇÃO 3

Já para o domínio 3, todas as vigas a serem apresentadas foram ensaiadas em laboratório através do método de ensaio de quatro pontos, em que se tem as cargas concentradas nos terços do vão da viga.

Para este domínio tem-se a viga V1 de Silva (2014), as cinco vigas de Canaval (2016) e as três de Pivatto (2017). As curvas relativas à viga V1 de Silva (2014) são apresentadas no gráfico da Figura 9.

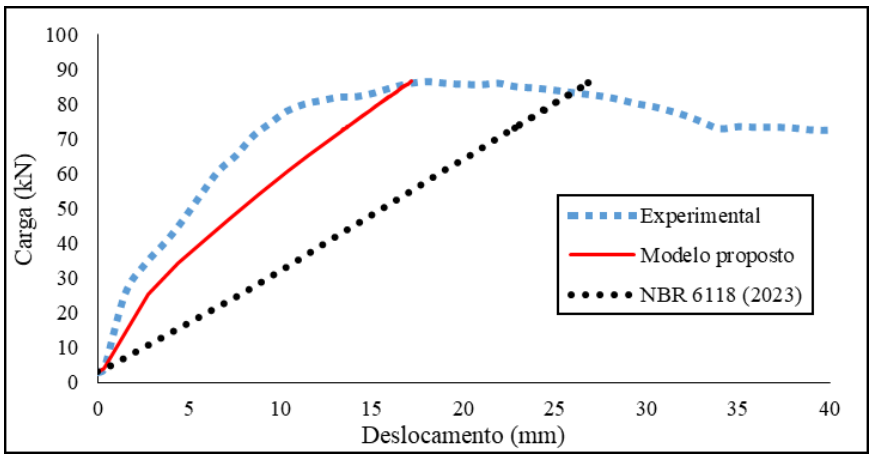

FIGURA 9: Carga x Deslocamento para a viga V1 de Silva (2014).
FONTE: Autoria própria (2025).

Da Figura 9 pode-se observar que a curva do modelo proposto está mais próxima dos deslocamentos experimentais da viga V1, enquanto a curva da norma de concreto brasileira se encontra logo abaixo. Sendo assim, para esta viga que possui as características de ruína do domínio 3 de deformação, qualitativamente o modelo se mostra mais adequado para representar a realidade dos deslocamentos verticais do elemento.

Para efeito de comparação numérica, o deslocamento máximo permitido para o ELS dado pela NBR 6118 (ABNT, 2023) é de L/250, que para esta viga se traduz em 5,4 mm. Neste patamar de deslocamento, usando os dados do gráfico apresentado, o nível de carga que se tem na viga é de aproximadamente 47,23 kN, segundo o resultado experimental. Para este carregamento, a NBR 6118 (ABNT, 2023) fornece um deslocamento vertical de 14,70 mm, enquanto a metodologia proposta fornece o deslocamento de 7,19 mm. Sendo assim, o deslocamento alcançado pela metodologia proposta é em torno de 104% menor que o deslocamento fornecido pela norma, o que demonstra o quão conservador é o método analítico de cálculo apresentado pelo código brasileiro.

Da análise qualitativa e quantitativa, depreende-se que para esta viga de domínio 3, a metodologia proposta com base na Mecânica do Dano e na Equação 7 para o parâmetro A é adequada.

Já para as vigas de Canaval (2016), também pertencentes ao domínio 3, a Figura 10 mostra os resultados alcançados.

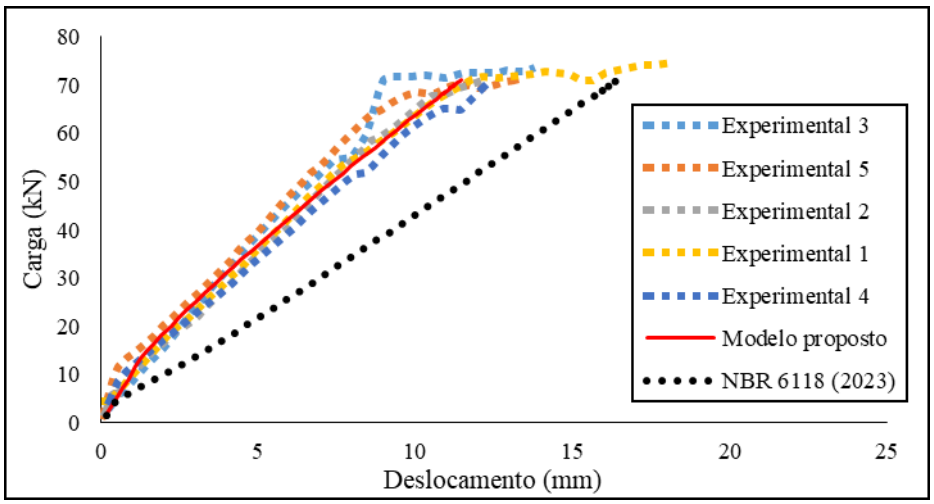

FIGURA 10: Carga x Deslocamento para as vigas de Canaval (2016).
FONTE: Autoria própria (2025).

Como se vê pela Figura 10, o cálculo dos deslocamentos verticais usando-se o parâmetro A resultante da Equação 7, resultou na curva do modelo proposto que permeia dentre as cinco curvas experimentais das vigas de mesma configuração ensaiadas por Canaval (2016). Já a curva da NBR 6118 (ABNT, 2023) apresentou-se, novamente, com resultados de deslocamentos bem superiores aos experimentais, fazendo com que a curva se posicionasse bem abaixo das demais.

Ainda usando o ELS da NBR 6118 (ABNT, 2023) como referência para comparação dos resultados, chega-se ao limite de 7,2 mm para as vigas de Canaval (2016), para este deslocamento, os dados do gráfico da Figura 5.5, apontam o carregamento de 55 kN como capaz de promover tal deslocamento. Calculando-se pela metodologia proposta, para este carregamento chega-se a 8,33 mm de deslocamento, enquanto pela norma obtém-se 12,75 mm. Disto, resulta que para esta viga, a diferença percentual no deslocamento é de aproximadamente 53%, além disso, o deslocamento experimental apenas diverge em 15% do deslocamento apontado pela metodologia recomendada. Deste apuramento, mais uma vez a Equação 7 mostra-se assertiva para o parâmetro A quando se trata de vigas pertencentes ao domínio 3 de deformações.

As últimas vigas as serem testadas para a corroboração da hipótese de A relativa ao domínio 3, são as de Pivatto (2017), que como dito, possuem mesma configuração. As curvas para estas vigas são exibidas pela Figura 11.

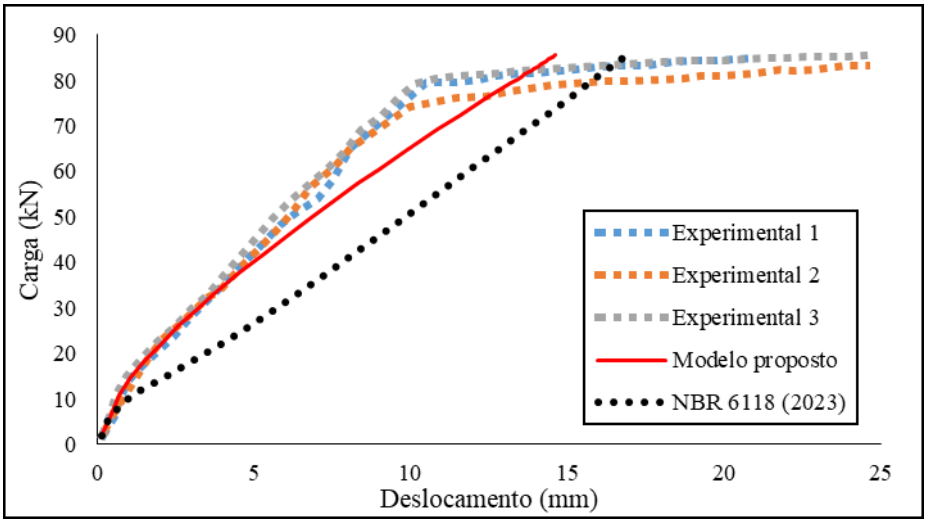

FIGURA 11: Carga x Deslocamento para as vigas de Pivatto (2017).
FONTE: Autoria própria (2025).

As três curvas experimentais, para uma mesma configuração de viga, de Pivatto (2017) se mostram com dados próximos a dos deslocamentos dados pela proposição elaborada, assim sendo, por se tratar de vigas com modo de falha condizente com o domínio de deformação 3, infere-se que o parâmetro A para este domínio, mais uma vez, se mostra coerente. Já a curva da norma de concreto, considerou a viga com menos rigidez do que ela realmente é dotada, perfazendo deslocamentos substancialmente maiores.

Comparando-se numericamente, ainda no ELS, o limite de deslocamento é de 8 mm, que na Figura 11, representa uma carga de aproximadamente 64 kN. Para este carregamento, a metodologia que se propõe fornece o valor de 9,8 mm, enquanto a NBR 6118 (ABNT, 2023) chega a 12,72 mm de deslocamento vertical, o que indica que a norma brasileira, para esta viga, dá um deslocamento quase 60% maior que o experimental e cerca de 30% mais elevado que o valor fornecido pelo modelo proposto.

Portanto, das análises feitas nos dados das vigas pertencentes ao domínio 3 de deformação, fica visível que a metodologia proposta, baseada na Equação 7 para o cálculo do parâmetro A, fornece resposta adequadas em comparação com resultados experimentais e com a própria NBR 6118 (ABNT, 2023).

4. CONCLUSÕES

O presente trabalho procurou apresentar uma proposta para o cálculo dos deslocamentos verticais em vigas de concreto armado diante da análise apresentada sobre a NBR 6118 (ABNT, 2023), a qual fornece método de cálculo analítico que não leva em consideração a não linearidade do concreto, ou seja, não é levado em conta a fissuração inerente as estruturas de concreto de forma coerente com a degradação do material.

A norma brasileira faz a penalização da rigidez da peça com a desconsideração da parte fissurada da seção do elemento, ou seja, a inércia da viga é a penalizada e, é substituída por uma nova inércia, menor que a inércia do estádio I, resultando, como ficou constatado, na alteração da geometria considerada da viga e em deslocamentos bem superiores aos observados em dados experimentais, fazendo com que o método da NBR 6118 (ABNT, 2023) seja tido como conversador.

Diante desse contexto, apresentou-se o modelo de dano de Pituba (2006), baseado na Mecânica do Dano no Contínuo, como satisfatório para que se pudesse quantificar o dano em uma viga de concreto armado através da diminuição gradual do seu módulo de elasticidade longitudinal com consequente diminuição da rigidez do elemento.

Da metodologia de dano apresentada por Pituba (2006), Pituba e Delalibera (2014) propuseram que os deslocamentos verticais de vigas em concreto armado podem ser calculados com base na mecânica do dano e, desta forma, ter o comportamento não linear levado em consideração nos cálculos. Com isso, Pituba e Delalibera (2014) propuseram uma formulação para o dano D com termos usuais no meio técnico da Engenharia de Estruturas, o qual seria usado para penalizar o módulo de elasticidade das vigas e, assim, diminuir gradualmente a rigidez da peça, a fim de se chegar a deslocamentos verticais mais próximos daqueles que realmente ocorrem nas vigas quando solicitadas em serviço.

Contudo, averiguou-se que a formulação de Pituba e Delalibera (2014) carecia de ajuste para o parâmetro batizado de A, que até então era tido como depende da classe do concreto que irá compor a viga. Á vista disso, o presente trabalho se concentrou em estudar a dependência do parâmetro A demonstrando que o mesmo é função do domínio de deformação do concreto armado em que se encontra a peça que se deseja analisar.

Isto pois, uma vez que se trabalha com vigas de concreto armado e a formulação de Pituba e Delalibera (2014) já levava em conta as características do concreto, notou-se que a mesma não contemplava as características do aço presente na seção, isto é, da armadura, porém, com a proposição feita para o

parâmetro A, as características do aço da viga ficaram representadas por este, já que quanto maior a área de aço contida em uma viga, maior será a profundidade da linha neutra e, assim tanto maior será a relação x/d, que dirá qual o domínio a viga poderá estar inserida.

Demonstrado o parâmetro A como dependente dos domínios de deformação do concreto armado, pautou-se formulações para parâmetro A relativas aos domínios 2 e 3, os quais são os recomendados para que se dimensione uma viga de concreto. Por fim, verificou-se ao longo do presente estudo que compreendeu a aplicação da metodologia proposta em 10 vigas com diferentes configurações de armação, que os resultados apresentados se mostraram satisfatórios no âmbito das aplicações realizadas aqui. Contudo, enfatiza-se que a metodologia proposta deve ser aplicada numa gama maior de problemas para validar sua eficácia.

Para trabalhos futuros, vislumbra-se que a metodologia proposta possa ser somada a coeficientes de segurança, mas não de forma a tornar o método conservador e, ainda se enxerga a necessidade de aferir o método em uma amostragem maior de vigas, com maiores variações de posição e tipo de carregamento, uma vez que, em situação de uso real, as vigas de concreto são submetidas aos mais diversos tipos de ações. Nesse contexto, trabalhos como o desenvolvido por Sousa et al. (2023) será de grande serventia por apresentar uma coletânea de resultados de deslocamentos verticais em vigas de concreto armado.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio dado pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Processo n° 305927/2023-0) e CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão de bolsa de mestrado a Felipe F. N. Jorge.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2023.

ÁLVARES, M. S. Estudo de um Modelo de Dano para o Concreto: Formulação, Identificação Paramétrica e Aplicação com o Emprego do Método dos Elementos Finitos. São Carlos, 227 f. **Dissertação (Mestrado)** - Universidade de São Paulo, 1993.

BRANSON, D. E. Desing procedures for computing deflections. **ACI Journal**, vol. 65, n. 9, p. 730-742, 1968.

CANAVAL, J. H. Estudo experimental do comportamento de vigas de concreto armado reforçadas à flexão por meio de graute, armaduras e conectores. Uberlândia, 149 f. **Dissertação (Mestrado)** - Universidade Federal de Uberlândia, 2016.

EL-ZEADANI, M., RASHID, R. S. M., AMRAN, M. Y. H., HEJAZI, F., JAAFAR, M. S. Short-term deflection of RC beams using a discrete rotation approach. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, vol.11, p.473-490. 2019. https://doi.org/ 10.1007/s40091-019-00247-5.

MAZARS, J. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non lineaire et à la rupture du béton de structure. Paris, 227 f. **Tese (Doutorado)** – Universidade de Paris 6, 1984.

MUHAMMAD, M. A., AHMED, F. R. Evaluation of deflection and flexural performance of reinforced concrete beams with glass fiber reinforced polymer bars. **Case Studies in Construction Materials,** vol. 18, e01855, 2023. https://doi.org/10.1016/j.cscm.2023.e01855.

MUHAISIN, M. H., JAWDHARI, A. R., AMMASH, H. K. Revised formula for predicting the long-term deflection multiplier of normal and high strength concrete. **Ibracon Structures and Materials Journal**, vol.12, n.6, p.1345-1352. 2019. https://doi.org/10.1590/S1983-41952019000600007.

NOGUEIRA, C. G. Modelo Mecânico para Estruturas Lineares em Concreto Armado – uma Abordagem Acoplada entre a Mecânica do Dano e Algoritmos de Otimização. **Engenharia Estudo e Pesquisa**, vol. 12, n. 2, p. 14-27, 2012.

PITUBA, J. J. C. Formulation of damage models for bimodular and anisotropic media. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, vol. 3, p. 7-29, 2006. https://doi.org/10.5335/rsee.v3i2.320.

PITUBA, J. J. C., DELALIBERA, R. G. e RODRIGUES, F. S. Numerical and statistical analysis about displacements in reinforced concrete beams using damage mechanics. **Computers and Concrete, an International Journal**, vol. 10, n.3, p. 307-330, 2012. https://doi.org/10.12989/cac.2012.10.3.307, 2012.

PITUBA, J. J. C., DELALIBERA, R. G. Evaluation of deflection in reinforced concrete structures using damage mechanics. **Ibracon Structures and Materials Journal**, vol.7, n.1, p.68-99. 2014. https://doi.org/10.1590/S1983-41952014000100005, 2014.

PIVATTO, A. B. Análise experimental e computacional de vigas biapoiadas de concreto armado reforçadas à flexão com CRFC. Curitiba, 227 f. **Dissertação (Mestrado)** - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2017.

ROMERO, D. V. S. Reforço à flexão de vigas de concreto armado por meio de protensão externa. Rio de Janeiro, 106 f. **Dissertação (Mestrado)** - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.

SANTOS, W. F.; FERNANDES, G. R.; PITUBA, J. J. C.. Analysis of the influence of plasticity and fracture processes on the mechanical behavior of Metal Matrix Composites microstructures. **Materia 21:577-598**, set. 2016. DOI https://doi.org/10.1590/S1517-707620160003.0056.

SANTOS, W. F.; PITUBA, J. J. C. Yield surfaces of material composed of porous and heterogeneous microstructures considering phase debonding. **Latino American Journal of Solids and Structures**. v. 14, n. 8, p. 1387-1415, 2017. https://doi.org/10.1590/1679-78253776.

SILVA, M. J. M.; PITALUGA, C. G.; FERNANDES, G. R.; PITUBA, J. J. C. Meso-scale modeling of the compressive mechanical behavior of concrete by a RVE-based BEM formulation. **Mechanics of Advanced Materials and Structures.** https://doi.org/10.1080/15376494.2022.2144974, 2022.

SILVA, R. C. B. Comportamento de vigas de concreto armado com barras de CFRP para infraestrutura de transportes. Rio de Janeiro, 206 f. **Dissertação (Mestrado)** – Instituto Militar de Engenharia, 2014.

SIMÕES, M. L. de F. Reforço à flexão de vigas de concreto armado por encamisamento parcial. Rio de Janeiro, 162 f. **Dissertação (Mestrado)** - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.

SOUZA, A. A. F.; ASSIS, W. S.; AMORIM, D. L. N. F. Deflection estimate of reinforced concrete beams by the lumped damage mechanics. **IBRACON Structures and Materials Journal.** https://doi.org/10.1590/S1983-41952023000500005, 2023.