[REEC] Revista Eletrônica de Engenharia Civil
Volume 21, N° 1, 2026 13 - 30
https://revistas.ufg.br/reec

ANÁLISE NUMÉRICA COMPARATIVA ENTRE PONTES INTEGRAIS E CONVENCIONAIS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS À AÇÃO INDIRETA DE TEMPERATURA

Comparative numerical analysis between integral and conventional reinforced concrete bridges subjected to indirect effect of temperature

Pedro Mitzcun Coutinho [1], **Karen Andreza Marcelino** [2], **José Neres da Silva Filho** [3], **Daniel Nelson Maciel** [4]

PALAVRAS CHAVE:

Gradiente térmico;
Pontes integrais;
Variação de temperatura.

***KEYWORDS*:**

Thermal effect;
Integral bridges;
Temperature variation.

RESUMO: Este artigo apresenta uma análise comparativa entre os comportamentos estruturais de pontes integrais, de encontros integrais e convencionais, a fim de verificar a variação dos momentos fletores provenientes da ação indireta de um gradiente térmico. Para tanto, foi realizada uma análise numérica, via Método dos Elementos Finitos (MEF), considerando-se os três sistemas estruturais citados. Ademais, considerou-se a deformabilidade do solo através da Interação Solo-Estrutura (ISE), utilizando-se curvas p-y, em que o solo adjacente às fundações foi representado por molas horizontais de comportamento não-linear e, no caso do solo do aterro adjacente ao encontro, por molas de comportamento linear. Posteriormente, foi realizada a comparação entre os resultados obtidos através dos diferentes sistemas estruturais, assim como a comparação dos resultados obtidos através do MEF com os modelos analíticos. Os resultados mostraram que, para as pontes integrais e de encontros integrais, o efeito do gradiente térmico gerou uma elevação significativa nos esforços, caracterizando um efeito desfavorável, que deve ser levado em consideração no dimensionamento desses sistemas estruturais. Além disso, para as pontes convencionais, o efeito do gradiente desencadeou momentos negativos nos vãos isostáticos, traduzindo-se em um efeito favorável, porém, inferior quando em comparação às pontes integrais.

ABSTRACT: *This article presents a comparative analysis between the structural behavior of integral, semi-integral abutment and conventional bridges to verify the variation of bending moments resulting from the indirect action of a thermal gradient. For this, a numerical analysis was performed using the finite element method (FEM), considering the three different structural systems mentioned. Moreover, soil deformability was considered through soil-structure interaction (SSI), using p-y curves, in which the soil adjacent to the foundations was represented by a set of horizontal springs, with non-linear behavior, and, in the case of landfill soil adjacent to the abutment, by linear springs. Then, a comparison was made between the results obtained through the different structural systems, as well as the comparison of the results obtained through the FEM, with the analytical models. The results showed that, for integral bridges and semi-integral abutment bridges, the effects of the thermal gradient caused significant increases in internal forces, representing an unfavorable effect that must be considered on the design of these structural systems. Additionally, for the conventional bridges, the effects of the gradient provoked negative moments in the isostatic spans, characterizing a favorable behavior, however inferior when compared to the effects on integral systems.*

Publicado em 28 de junho de 2026

*** Contato com os autores:**
[1] **e-mail: pedromitzcun@gmail.com (P. M. Coutinho)**
Engenheiro Civil, Mestre em Engenharia Civil pela UFRN.
[2] **e-mail: karen.marcelino.106@ufrn.edu.br (K. A. Marcelino)**
Engenheira Civil, Doutoranda no CCEE (Department of Civil, Construction, and Environmental Engineering), na North Carolina State University (NCSU).
[3] **e-mail: jneres@ect.ufrn.br (J. N. Silva Filho)**
Doutor, Professor do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da UFRN.
[4] **e-mail: daniel.maciel@ufrn.br (D. N. Maciel)**
Doutor, Professor da Escola de Ciências e Tecnologia da UFRN.

ISSN: 2179-0612 DOI: 10.5216/reec.V21i1.77221
© 2026 REEC - Todos os direitos reservados.

1. INTRODUÇÃO

As pontes convencionais de concreto armado são construídas com o auxílio de dispositivos como juntas de dilatação e aparelhos de apoio, os quais possuem a função de acomodar as variações de comprimento e os deslocamentos ocasionados pelas variações de temperatura, fluência e retração que ocorrem na superestrutura da ponte. Porém, tais dispositivos apresentam, com o decorrer do tempo, certas deficiências, caracterizando um problema para essa tipologia de ponte. As juntas de dilatação, por exemplo, quando sujeitas às movimentações da ponte, tendem a apresentar falhas, exigindo gastos em manutenção e trabalhos de recuperação da estrutura (Sigdel *et al.*, 2021).

Nesse sentido, foi concebido o conceito de pontes integrais, que são empregadas no intuito de eliminar a utilização de juntas de dilatação e aparelhos de apoio, reduzindo custos de manutenção e/ou recuperação estrutural, que tendem a ser elevados em pontes convencionais. Esse tipo de ponte não possui juntas de dilatação ao longo de toda a superestrutura, nem mesmo nas ligações desta com os apoios (Huang, French e Shield, 2004), como apresentado na Figura 1, e pode conter um ou mais vãos.

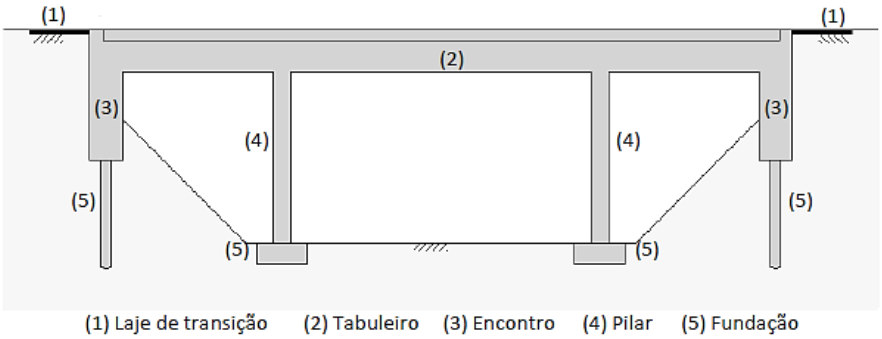

FIGURA 1: Esquema ilustrativo de uma ponte integral.
FONTE: Fartaria (2012).

As fundações são, geralmente, flexíveis. O tabuleiro, por sua vez, é ligado aos encontros por meio de uma ligação monolítica. Outras pontes bastante usuais são aquelas que apresentam aparelhos de apoios que permitem a movimentação horizontal entre o tabuleiro e os pilares. Entretanto, essas estruturas possuem ligação monolítica entre a superestrutura e os encontros, sendo denominadas pontes de encontros integrais. Os custos iniciais relativos à construção de pontes integrais e de encontros integrais são, geralmente, inferiores aos das pontes convencionais (Fiorentino *et al.*, 2020).

Além da redução dos custos iniciais e de manutenção citados, as pontes integrais e de encontros integrais apresentam como vantagens: maior integridade estrutural; melhor estética; melhor superfície de rolamento, que promove maior conforto aos usuários; e outras. Em contrapartida, a continuidade da superestrutura restringe possíveis deformações longitudinais, fazendo com que efeitos de ações indiretas, como gradiente térmico, retração e fluência, bem como o empuxo de terra, originem esforços internos significantes, que precisam ser contabilizados em projetos estruturais (Ravjee *et al.*, 2018).

Através de uma revisão sistemática da literatura, é possível observar que, atualmente, existe uma quantidade limitada de estudos, tanto nacionais quanto internacionais, referentes aos efeitos de ações indiretas no comportamento estrutural de pontes integrais e/ou de encontros integrais. Assim, uma análise de pontes integrais que permita o cálculo dos momentos fletores, provocados pelas variações de temperatura e demais carregamentos usuais, poderá colaborar para a melhor compreensão desse tipo de sistema estrutural, proporcionando soluções estruturais mais econômicas e seguras.

2. OBJETIVO

O objetivo deste estudo é analisar o comportamento estrutural de pontes integrais e de encontros integrais de concreto sujeitas à ação indireta da variação de temperatura e demais carregamentos usuais, a fim de realizar a comparação destas com um sistema estrutural de ponte convencional de longarinas retas com juntas de dilatação e aparelhos de apoio. Para isso, foram realizadas análises em modelos computacionais de estruturas de pontes, através do Método dos Elementos Finitos (MEF), levando-se em consideração a não-linearidade física do concreto e a Interação Solo-Estrutura (ISE).

3. PONTES INTEGRAIS

A principal diferença entre pontes integrais e pontes convencionais está relacionada à distribuição de esforços ocasionados por efeitos como temperatura, fluência, retração e forças de protensão, originados a partir das restrições de movimentação impostas pelos encontros e aterros. Assim, no caso de pontes integrais, a continuidade entre o encontro e a superestrutura resulta em tensões adicionais à estrutura da ponte, de modo que os efeitos citados, além dos esforços causados pelo empuxo do aterro e da ISE, governam o projeto estrutural de uma ponte integral (Arockiasamy e Sivakumar, 2005).

A ordem de grandeza dos deslocamentos longitudinais do tabuleiro decorrentes de variações de temperatura dita o comprimento de uma ponte do tipo integral (Burke Jr, 2009). Logo, quanto maiores os movimentos de expansão do tabuleiro, maiores serão os empuxos passivos do solo de aterro. Além disso, uma ponte é submetida a variações térmicas tanto diárias quanto sazonais, estando sujeita a trocas de calor com o ambiente. Essa variação provoca oscilações no comprimento do tabuleiro das pontes, que podem, para uma variação térmica positiva, expandir, ou, para uma variação térmica negativa, contrair.

Em pontes integrais, particularmente, os movimentos devidos às variações térmicas são limitados pelos encontros, os quais se movimentam juntamente às extremidades, principal local em que ocorre a atuação de momentos fletores adicionais. Esses esforços adicionais se dão em função de fatores como: geometria dos encontros; solo; fundação; e outros parâmetros do mecanismo de ISE (Gebauer *et al.*, 2018).

Segundo El Debs (2021), visto que há uma superfície exposta à ação solar direta (face superior), é possível representar a distribuição de temperatura ao longo da altura da seção transversal das pontes, como ilustrado na Figura 2, de modo que a temperatura T é dada em função da ordenada y', que é medida a partir da face inferior da seção.

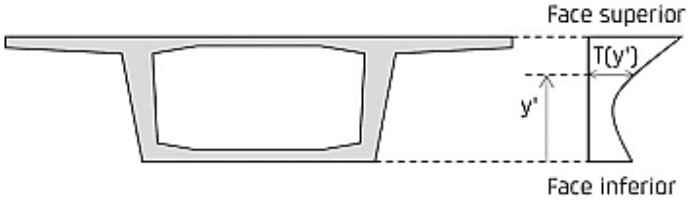

FIGURA 2: Distribuição de temperatura ao longo da altura da seção transversal do tabuleiro de uma ponte.
FONTE: El Debs (2021).

O *Comité Euro-International du Béton* - CEB (1985) indica que tal distribuição de temperatura pode ser decomposta em três parcelas: variação uniforme de temperatura (T_m); diferença de variação linear (gradiente) de temperatura (T_g); e diferença de variação não-linear de temperatura (T_s). A variação da temperatura, bem como as deformações correspondentes (ε_m, ε_g e ε_s), podem ser visualizadas na Figura 3.

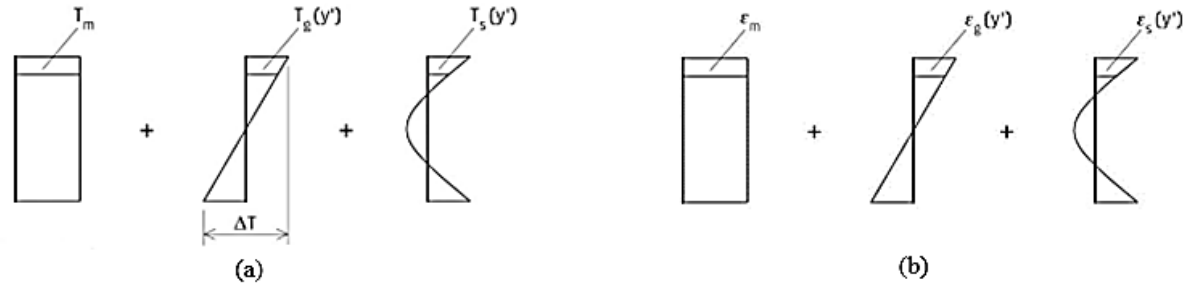

FIGURA 3: Decomposição da temperatura e deformações correspondentes: (a) temperatura e (b) deformações.
FONTE: El Debs (2021).

A Figura 4 representa o esquema estrutural de uma viga biengastada com momentos de engastamento nas extremidades devidos à ação de um gradiente térmico linear. O valor desses momentos pode ser calculado através da Equação 1 (Timoshenko, 1983).

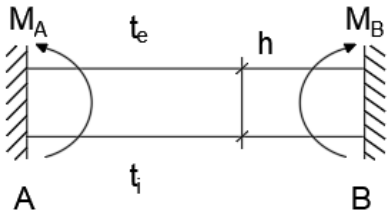

FIGURA 4: Momentos de engastamento perfeito em vigas biengastadas.
FONTE: Autoria própria.

$$M_A = -M_B = \frac{E \cdot I \cdot \alpha \cdot (t_i - t_e)}{h} \qquad \text{Eq. [1]}$$

Em que:
E = módulo de elasticidade longitudinal do concreto (kPa);
I = momento de inércia da seção transversal da viga (m^4);
α = coeficiente de dilatação térmica do material ($°C^{-1}$);
t_i = temperatura nas fibras inferiores (°C);
t_e = temperatura nas fibras superiores (°C);
h = altura da seção transversal da viga (m); e
M_A e M_B = momentos de engastamento perfeito (kN.m).

3.1 VARIAÇÃO NÃO UNIFORME DE TEMPERATURA CONFORME A NBR 6118 (ABNT, 2023)

A variação de temperatura é classificada como uma ação variável indireta. A NBR 6118 (ABNT, 2023) indica que os efeitos de uma distribuição de temperatura significativamente não uniforme devem ser considerados. Na ausência de dados confiáveis, pode ser considerada a ocorrência de variação linear entre os valores de temperatura adotados, desde que a variação entre as faces da estrutura seja superior a 5 °C.

3.2 VARIAÇÃO NÃO UNIFORME DE TEMPERATURA CONFORME A NBR 7187 (ABNT, 2021)

Segundo a NBR 7187 (ABNT, 2021), para o caso de variação não uniforme de temperatura, deve ser considerada, ao longo da altura da seção transversal, a distribuição de temperatura definida na Figura 5, conforme os valores observados na Tabela 1.

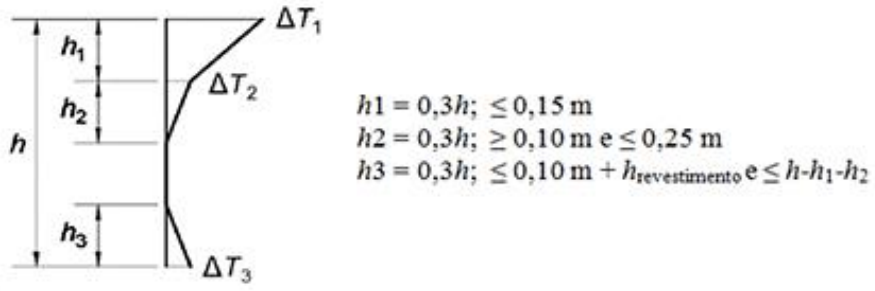

FIGURA 5: Diagrama de distribuição da temperatura ao longo da altura da peça.
FONTE: Adaptado de NBR 7187 (ABNT, 2021).

TABELA 1: Valores das ordenadas do diagrama de distribuição de temperaturas em função da altura total da peça.

h (m)	T1 (°C)	T2 (°C)	T3 (°C)
≤ 0,2	8,5	3,5	0,5
0,4	12,0	3,0	1,5
0,6	13,0	3,0	2,0
≥ 0,8	13,5	3,0	2,5

FONTE: NBR 7187 (ABNT, 2021).

A NBR 7187 (ABNT, 2021) sugere, ainda, que, para a determinação das solicitações, a distribuição da temperatura ao longo da altura da seção transversal pode ser linearizada, conforme a Figura 6, em que T_{inf} e T_{sup} são as temperaturas das bordas inferior e superior da seção, respectivamente, após a linearização da temperatura. A expressão de distribuição linearizada aproximada é dada pela Equação 2.

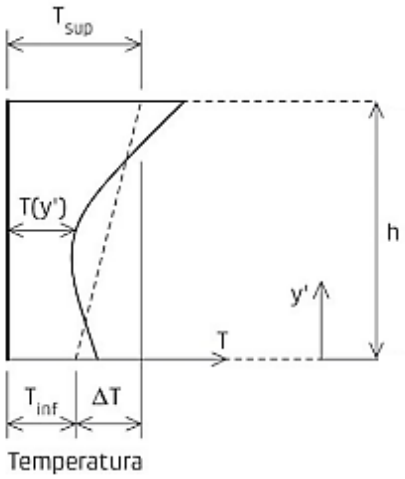

FIGURA 6: Linearização da temperatura em uma seção transversal genérica.
FONTE: Adaptado de El Debs (2021).

$$\Delta T = \frac{h}{I} \cdot \int T(\bar{y}) \cdot \bar{y} \cdot dA \qquad \text{Eq. [2]}$$

Em que:
A = área da seção transversal (m²);
I = momento de inércia da seção transversal em relação ao seu centro geométrico (m⁴);
$\bar{y}$ = ordenada medida a partir do centro geométrico da seção (m), dada por $\bar{y} = (y - y_s)$, sendo y_s a distância do centro geométrico da seção à borda inferior (m); e
h = altura de seção.

4. METODOLOGIA

A modelagem numérica abordada nesta pesquisa foi realizada com o auxílio do programa computacional SAP2000® (CSI, 2016), versão 19, via MEF. Como, nesta pesquisa, o foco principal é a análise dos esforços internos ocasionados pela ação indireta de temperatura nas pontes, optou-se, devido à precisão e, principalmente, por sua capacidade de visualização concisa dos resultados, pela discretização de modelos tridimensionais com a utilização de elementos finitos unidirecionais (*frame elements*) e bidimensionais (*shell elements*).

4.1 IDEALIZAÇÃO DOS MODELOS

As pontes estudadas são de concreto armado moldado no local e constituídas por tabuleiro, longarinas, transversinas, encontros, pilares e fundações. Com base nessas características, foram analisados três sistemas estruturais, separados em três grupos:

1) Ponte totalmente integral: Representada por modelos numéricos com ligações monolíticas entre os pilares e tabuleiro e entre o tabuleiro e os encontros;
2) Ponte de encontros integrais: Representada por modelos numéricos com aparelhos de apoio nas ligações entre os pilares centrais e o tabuleiro e ligação monolítica entre o tabuleiro e encontros;
3) Ponte convencional: Difere das tipologias anteriores por possuir juntas de dilatação e aparelhos de apoio, não havendo as ligações monolíticas supracitadas. Os modelos numéricos representativos dessa tipologia de ponte possuem, desse modo, três vãos isostáticos separados por juntas de dilatação e aparelhos de apoio, sendo considerados como modelos de referência.

Para cada sistema estrutural, foi considerado um estudo paramétrico do comprimento da ponte, variando-se o vão total em 36 m, 54 m e 72 m. Todos os modelos estudados são constituídos por duas longarinas retas, transversinas intermediárias – espaçadas a cada 6 m – e transversinas de apoio, não sendo uma variável do estudo a quantidade de transversinas. Além disso, cada encontro possui altura de 3 m e espessura de 1 m, seguindo a mesma largura do tabuleiro (13 m). As estacas são de Concreto Armado, do tipo Hélice Contínua (CA-HC), com comprimentos de 10 m e diâmetros de 60 cm, sendo adotadas linhas de cinco estacas embaixo de cada encontro da ponte. É importante ressaltar que o solo foi considerado como arenoso para todos os modelos analisados.

Além disso, os apoios centrais são realizados por pilares de concreto armado de seção circular, com diâmetro de 100 cm. Esses pilares apresentam uma altura livre acima do solo igual a 10 m. Para os modelos com sistemas estruturais dos grupos 2 e 3, foram adotados aparelhos de apoio do tipo Neoprene fretado. A Tabela 2 apresenta uma síntese dos modelos propostos, bem como suas devidas nomenclaturas, ao passo que a Figura 7 ilustra o esquema longitudinal da ponte.

TABELA 2: Resumo das características dos modelos desenvolvidos na pesquisa.

Grupo	Modelo	Quantidade de transversinas intermediárias	Altura das longarinas (m)	Vão total (m)	Altura do encontro (m)	Tipo de solo	Tipo de estaca
1	1-PI-36	3	1,62	36,00	3,00	Arenoso	CA-HC
	1-PI-54	6	2,12	54,00			
	1-PI-72	9	2,12	72,00			
2	2-PEI-36	3	1,62	36,00			
	2-PEI-54	6	2,12	54,00			
	2-PEI-72	9	2,12	72,00			
3	3-PR-36	3	1,62	36,00			
	3-PR-54	6	2,12	54,00			
	3-PR-72	9	2,12	72,00			

Nota: 1-PI-36: Modelo de Ponte Integral com 36 m de extensão pertencente ao grupo 1;
1-PI-54: Modelo de Ponte Integral com 54 m de extensão pertencente ao grupo 1;
1-PI-72: Modelo de Ponte Integral com 72 m de extensão pertencente ao grupo 1;
2-PEI-36: Modelo de Ponte de Encontros Integrais com 36 m de extensão pertencente ao grupo 2;
2-PEI-54: Modelo de Ponte de Encontros Integrais com 54 m de extensão pertencente ao grupo 2;
2-PEI-72: Modelo de Ponte de Encontros Integrais com 72 m de extensão pertencente ao grupo 2;
3-PR-36: Modelo de Ponte Reta com 36 m de extensão pertencente ao grupo 3;
3-PR-54: Modelo de Ponte Reta com 54 m de extensão pertencente ao grupo 3;
3-PR-72: Modelo de Ponte Reta com 72 m de extensão pertencente ao grupo 3.

FONTE: Autoria própria.

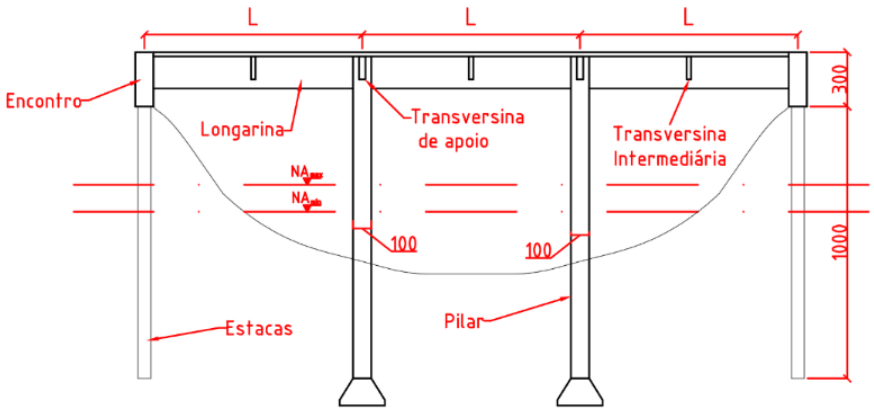

FIGURA 7: Esquema longitudinal da ponte.
FONTE: Autoria própria.

Com relação à configuração transversal do tabuleiro, todas as pontes possuem duas faixas de rolamento e duas faixas para acostamento, os quais são limitados por defensas nas extremidades da seção transversal, totalizando em uma largura do tabuleiro igual a 13 m, dos quais 7 m encontram-se entre eixos das longarinas e, 3 m, em cada balanço. As lajes dos tabuleiros possuem espessuras de 24 cm.

4.2 MATERIAIS

Em todos os modelos, foram utilizadas as mesmas características de materiais, estabelecidas conforme prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2023). No que diz respeito ao concreto utilizado na composição dos elementos estruturais das pontes, optou-se por fazer análise linear física do material. Em complemento, levou-se em consideração a passagem do tempo e a execução de etapas específicas (aplicação de carregamentos) ao longo deste período.

As características mecânicas adotadas para todos os modelos estão apresentadas na Tabela 3.

TABELA 3: Características adotadas para o concreto.

Resistência característica (f_{ck})	Módulo de elasticidade	Coeficiente de Poisson	Peso específico	Coeficiente de dilatação térmica
40 MPa	31876 MPa	0,20	25 kN/m³	10^{-6} °C^{-1}

FONTE: Autoria própria.

Já para o solo dos encontros, considerou-se a deformabilidade do solo através da ISE, utilizando-se curvas p-y, em que o solo adjacente às fundações foi representado por molas horizontais de comportamento não-linear e, no caso do solo do aterro adjacente ao encontro, por molas de comportamento linear. Neste caso o carregamento foi aplicado de forma incremental, caracterizando uma análise dependente do tempo. O período total analisado foi de 18.250 dias, equivalente a um período total de 50 anos.

4.3 APARELHOS DE APOIO E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Os modelos de pontes do grupo 1 (totalmente integrais), possuem ligações monolíticas entre todos os elementos estruturais. Nos modelos dos grupos 2 e 3, a ligação entre a superestrutura e os pilares foi realizada por meio de aparelhos de apoio, e, no caso particular do grupo 3, entre o tabuleiro e os encontros. Além disso, nesse último sistema, foram utilizadas juntas de dilatação para separar os vãos.

Os aparelhos de apoio foram modelados a partir da utilização de apoios elásticos lineares. Foi empregado um aparelho com dimensões 60 cm x 60 cm (resultando em uma área A_{ap} de 0,36 m²), altura h_{ap} de 10 cm e módulo de elasticidade transversal G_{ap} de 1 MPa. A rigidez transversal, K_{ap}, calculada através da Equação 3, resultou em 3.600 kN/m. Os deslocamentos nas direções x e y – direções longitudinal e transversal ao eixo da ponte – foram impedidos por apoios elásticos lineares com a rigidez citada e, na direção z (elevação), foi empregado um apoio rígido. Nenhuma rotação foi impedida.

$$K_{ap} = \frac{G_{ap} \cdot A_{ap}}{h_{ap}} \qquad \text{Eq. [3]}$$

4.4 MODELAGEM NUMÉRICA

A modelagem numérica utilizou modelos tridimensionais via MEF, através do programa computacional SAP2000® (CSI, 2016), versão 19. Para todos os modelos estudados, os encontros, longarinas, transversinas e lajes do tabuleiro foram modelados com elementos do tipo casca (*shell elements*), com 4 nós e espaçamento de malha igual, de 50 cm x 50 cm. Ademais, as estacas e os pilares centrais foram modelados com elementos de barra (*frame elements*).

Na fase de testes das simulações dos modelos numéricos, foram utilizadas diferentes dimensões para a malha dos elementos de casca, sempre mantendo uma relação (*aspect ratio*) de 1:1 entre os lados dos elementos. Foram utilizados, primeiramente, elementos com dimensões de 25 cm x 25 cm, que exigiram maiores esforços computacionais e resultaram em valores análogos àqueles obtidos com a malha de 50 cm x 50 cm. Logo, constatou-se que a malha de 50 cm x 50 cm seria suficientemente refinada para a realização dos estudos propostos.

As longarinas e transversinas foram modeladas de modo a possibilitar uma conexão destas com os encontros da ponte, permitindo que a ligação fosse realizada considerando a posição geométrica real dos elementos estruturais, com posicionamento dos elementos finitos no centro geométrico dos elementos, conforme apresentado na Figura 8.

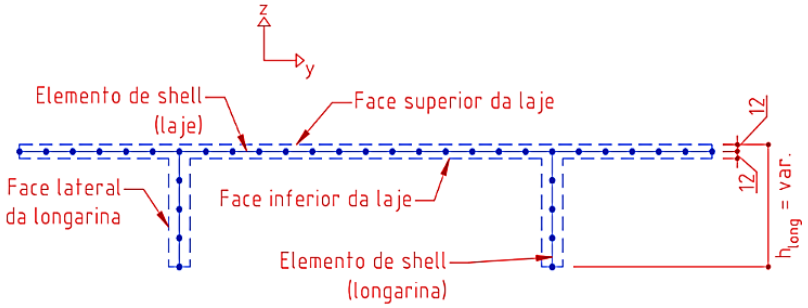

FIGURA 8: Modelagem utilizando elementos finitos (seção transversal da ponte).
FONTE: Autoria própria.

Os elementos de casca do tipo *thin* foram utilizados para modelar as lajes, transversinas e longarinas, em todos os modelos, considerando todos os elementos como moldados no local. Os encontros foram modelados com elementos de casca do tipo *thick*, de modo a considerar as deformações transversais devidas ao cisalhamento.

Nos modelos dos grupos 2 e 3, os aparelhos de apoio foram introduzidos como elementos de *links* elásticos com comprimento igual a 10 cm na ligação entre o tabuleiro e os pilares centrais, no caso do grupo 2, e, para o grupo 3, na ligação entre o tabuleiro e os encontros. A restrição foi considerada fixa na vertical (direção z) e foram consideradas rigidezes transversal e longitudinal iguais a 3600 kN/m (direções x e y). As rotações não foram restringidas.

Nos modelos do grupo 3, especificamente, os vãos foram separados por juntas de dilatação de 5 cm, formando três vãos isostáticos. A ligação de cada vão com os pilares centrais foi realizada através de *links* rígidos. Além disso, foram inseridas molas para simular a presença do solo vizinho aos encontros e às estacas. Para simular o terreno vizinho aos encontros foram utilizadas molas de comportamento linear e molas não-lineares para simular o solo vizinho às estacas.

4.5 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

Para modelar a ISE, foram utilizados dados de sondagem e curvas p-y obtidas por ensaios de prova de carga lateral em estacas realizados por Araújo (2013). Na sua pesquisa, o autor obteve as curvas experimentais p-y através do método especificado pelo *American Petroleum Institute* - API (1993), com base em resultados de provas de carga lateral em estacas metálicas do tipo hélice contínua.

Para construir as curvas p-y, Araújo (2013) utilizou a formulação hiperbólica que correlaciona a resistência do solo e o deslocamento horizontal da estaca. Nesta pesquisa, foram utilizadas as curvas p-y construídas a 0,5 m, 1,5 m, 3,0 m, 4,5 m, 6,0 m, 8,0 m e 10,0 m de profundidade, obtidas para as estacas do tipo hélice contínua. Essas curvas foram introduzidas no modelo computacional através de *links* elásticos, utilizados para conectar dois nós, com propriedades não-lineares, definidos para cada umas das profundidades citadas. Os *links* elásticos relacionados aos valores das curvas p-y foram adotados para as direções x e y das estacas de fundações, de modo a representar a restrição ao movimento nessas direções. Na base da estaca, foi considerada uma vinculação de apoio do segundo gênero.

A interação solo-encontro, em contrapartida, foi definida através da inserção de molas de comportamento linear (modelo de Winkler), cujas constantes elásticas são dadas em função do tipo de solo empregado. As molas foram inseridas no modelo computacional e definidas para espaçamentos de 1 m, ao longo da altura e da largura do encontro.

A Figura 9 apresenta um modelo completo em elementos finitos, juntamente com a modelagem da ISE.

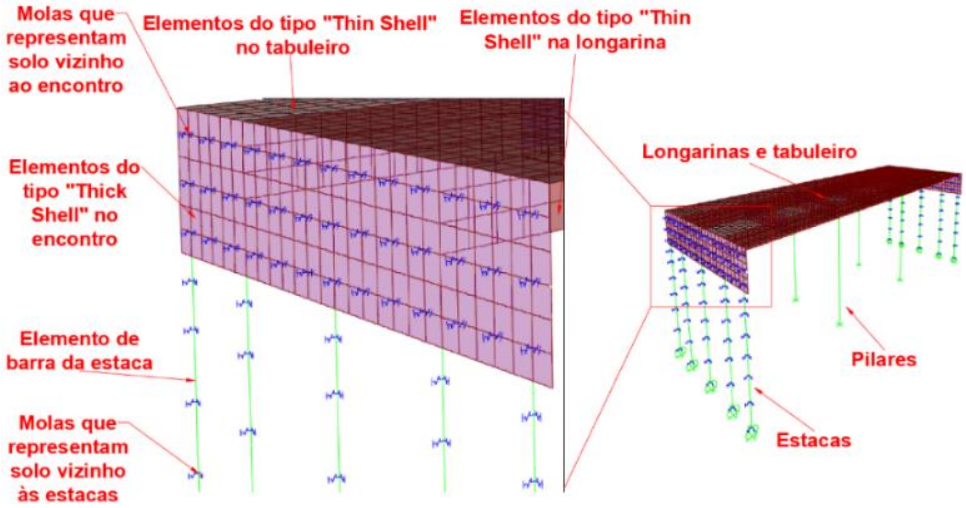

FIGURA 9: Modelo 3D em elementos finitos e interação solo-estrutura.
FONTE: Autoria própria.

Para o aterro vizinho ao encontro, foi considerado que o solo é composto por areia compacta. O valor considerado para o coeficiente de reação horizontal do aterro foi de 19000 kN/m², indicado por Terzaghi (1955) para solos arenosos compactados. A coesão do solo foi considerada nula, ângulo de atrito igual a 30° e peso específico de 18 kN/m³. Os cálculos dos valores de rigidez das molas lineares foram realizados para as direções globais x e y.

4.6 AÇÕES

Nesta pesquisa, foram consideradas as cargas verticais do peso próprio dos elementos estruturais, das sobrecargas permanentes de barreiras laterais, do revestimento asfáltico e dos guarda-corpos. As ações horizontais consideradas são referentes à variação de temperatura e ao empuxo de terra.

Para o carregamento móvel, foi considerada a carga rodoviária padrão TB-450, que é definida pela NBR 7188 (ABNT, 2024) como sendo um veículo-tipo de 450 kN, com seis rodas, $P = 75\ kN$, circundado por uma carga distribuída uniforme $p = 5\ kN/m^2$ (Figura 10). O coeficiente de impacto foi aplicado.

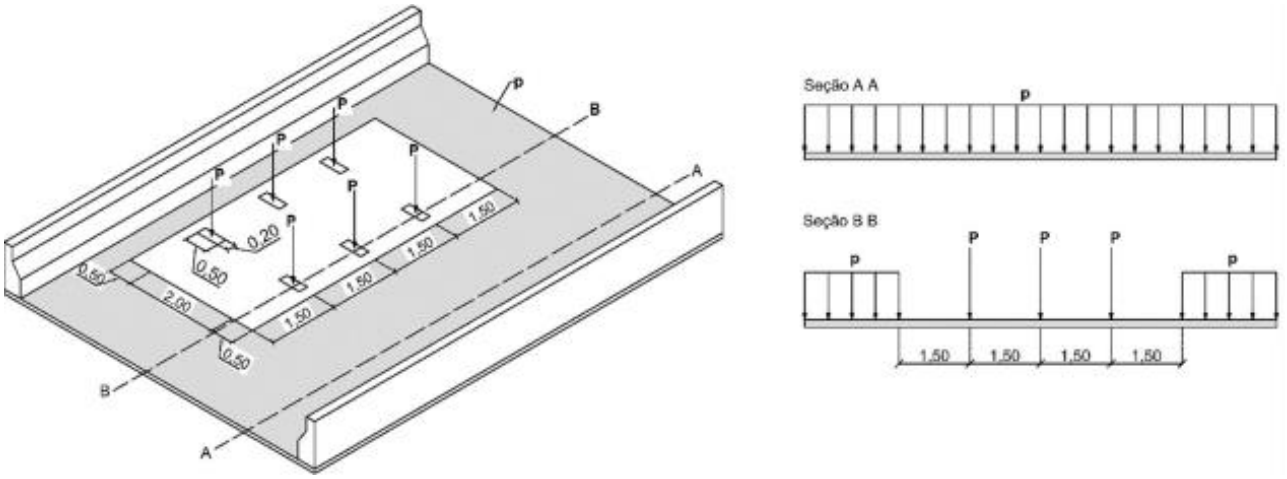

FIGURA 10: Disposição da carga móvel.
FONTE: NBR 7188 (ABNT, 2024).

Para a modelagem do carregamento móvel, foi necessário inserir uma faixa de tráfego no tabuleiro da ponte, dentro do modelo do SAP 2000, com o objetivo de simular a passagem do veículo ao longo de um determinado percurso. Portanto, a análise do carregamento móvel foi do tipo dinâmica e, a partir da

definição do trem-tipo e suas cargas por eixo, foi possível simular a passagem deste trem-tipo percorrendo todo o percurso definido, calculando-se para cada posição do trem-tipo, o momento fletor na seção de interesse. Com este artifício, foi possível montar as linhas de influência dos momentos fletores, bem como as envoltórias de esforços.

Para a ação da variação de temperatura, foi adotado o gradiente térmico proposto pelos autores, que é baseado nas especificações da NBR 7187 (ABNT, 2021). A Figura 11 apresenta o gradiente térmico considerado nesta pesquisa.

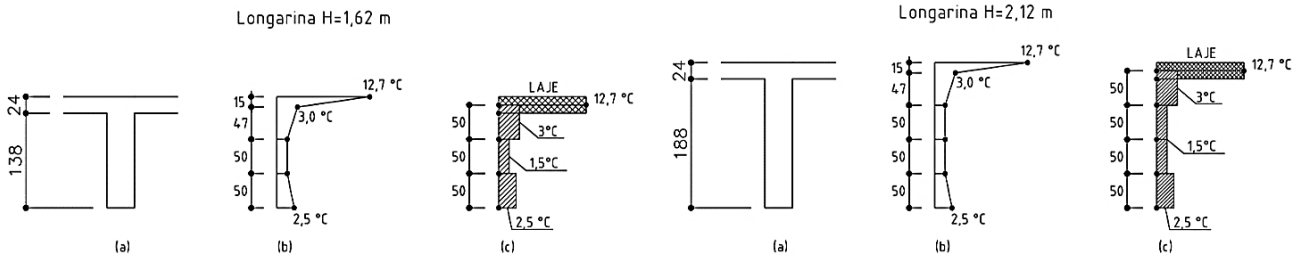

FIGURA 11: Gradiente térmico: (a) seção transversal da viga; (b) gradiente térmico proposto; e (c) modelagem do gradiente térmico.
FONTE: Autoria própria.

A modelagem do gradiente de temperatura foi realizada de forma simplificada, através da composição de diagramas uniformes de temperatura ao longo da altura da seção transversal da ponte, distribuídos nos respectivos elementos finitos do modelo. A temperatura de construção da ponte (T_0) foi adotada como 18,3 °C, considerando que a ponte será executada no período de inverno, de acordo com registros referentes às temperaturas de algumas cidades brasileiras. Portanto, para a análise deste estudo, ocorrem apenas variações positivas de temperatura, com movimentos de expansão da ponte.

Além disso, para o estudo dos efeitos da temperatura, foi considerada a atuação do empuxo em apenas uma extremidade da ponte. Tal consideração é assegurada pelas recomendações da NBR 7187 (ABNT, 2021), que indica que os empuxos atuantes em superestuturas que não possuem juntas e funcionam como muros de arrimo de aterros de acesso podem ser considerados auto equilibrados. Assim, o cálculo da ação de empuxo foi realizado segundo as recomendações da NBR 7187 (ABNT, 2021).

Foram, ainda, criadas combinações do tipo não-linear para aplicação nas modelagens. O Quadro 1 apresenta as combinações de ações utilizadas nesta pesquisa.

QUADRO 1: Combinações utilizadas.

Nome	Combinação	Efeito analisado	Tipo de combinação
Gradiente térmico	Ação isolada do gradiente térmico	Momentos fletores no tabuleiro	Não-linear*
Combinação 1a	Peso próprio + permanentes + empuxo + carga móvel + gradiente térmico	Ordem de grandeza da ação do gradiente térmico sobre os momentos fletores do tabuleiro	
Combinação 1b	Peso próprio + permanentes + empuxo + carga móvel		

* Para essa combinação, foi produzido um carregamento móvel no modelo, com base no trem-tipo da Figura 11. A análise do carregamento móvel é caracterizada como dinâmica, de modo que o *software* calcula as linhas de influência e as envoltórias de esforços pertinentes.

FONTE: Autoria própria.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 ANÁLISE DOS MOMENTOS FLETORES DEVIDO AO GRADIENTE TÉRMICO ISOLADO

Neste estudo, a atuação do gradiente térmico foi considerada de forma isolada, utilizada tão somente para analisar os momentos fletores, no intuito de verificar a influência dessa ação sobre o comportamento de pontes integrais e de encontros integrais. As Figuras 12 a 14 apresentam os momentos fletores devidos à ação isolada do gradiente térmico proposto, para os modelos das pontes de 36 m (1-PI-36), 54 m (1-PI-54) e 72 m (1-PI-72), respectivamente.

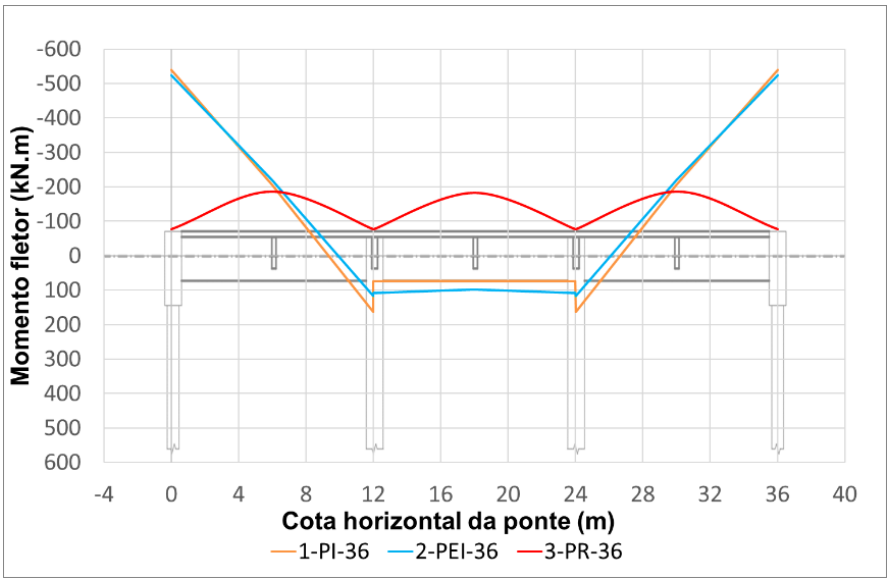

FIGURA 12: Momentos fletores devidos aos efeitos da temperatura para a ponte de 36 m.
FONTE: Autoria própria.

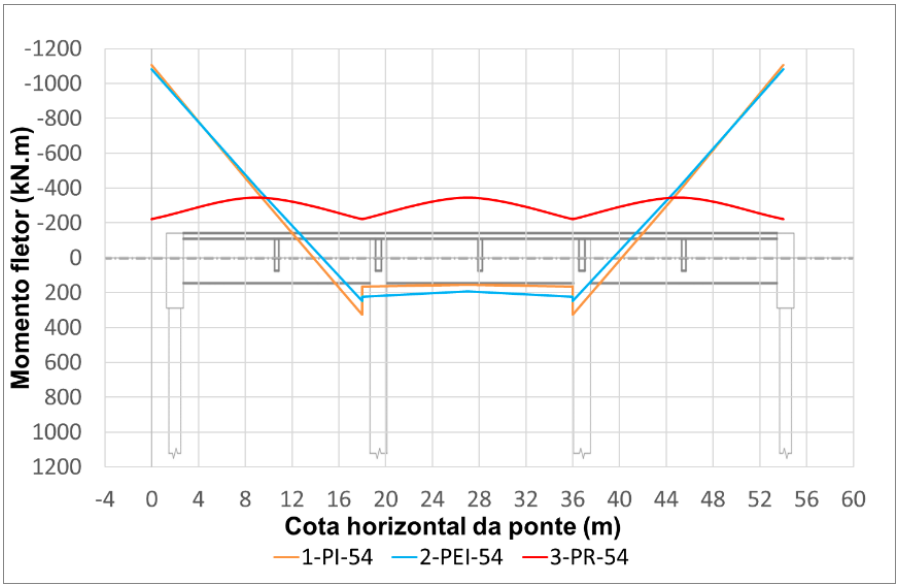

FIGURA 13: Momentos fletores devidos aos efeitos da temperatura para a ponte de 54 m.
FONTE: Autoria própria.

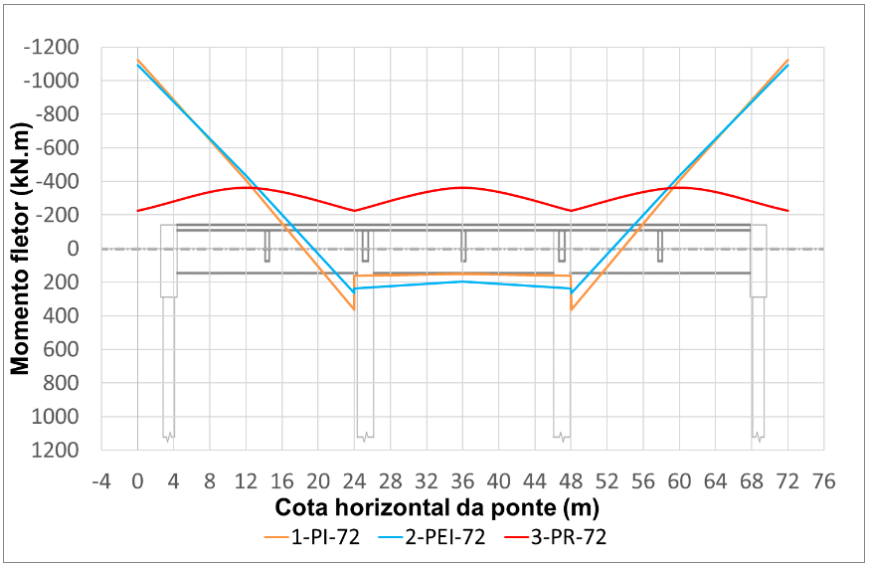

FIGURA 14: Momentos fletores devidos aos efeitos da temperatura para a ponte de 72 m.
FONTE: Autoria própria.

A partir dos resultados apresentados, foi possível observar que, para todos os modelos de pontes integrais e de encontros integrais dos grupos 1 e 2, a atuação do gradiente térmico resultou em momentos fletores negativos consideráveis nas regiões das extremidades da ponte, especialmente na região dos encontros, onde os momentos fletores apresentaram valores máximos de 1122,6 kN.m, em módulo. Na região do meio do vão central, houve a inversão de sinal do momento fletor, que se tornou positivo com valor de 196,8 kN.m, em módulo, ou seja, com menor intensidade quando comparado ao momento atuante nas extremidades, representando 17,53% do valor do primeiro. Essa configuração de momento fletor corrobora com os estudos apresentados por Burke Jr (2009).

A título de verificação, os momentos fletores nas extremidades das pontes do grupo 1, obtidos via MEF, foram comparados com aqueles obtidos analiticamente, com o emprego das Equações 1 e 2.

Para o momento fletor obtido analiticamente, foram considerados três valores de larguras colaborantes diferentes para a seção transversal: (1) largura colaborante calculada pela NBR 6118 (ABNT, 2023) – b_f, NBR; (2) largura colaborante com 80% do valor da primeira – b_f, 80%; e (3) largura colaborante estimada através do modelo numérico – b_f, MEF. O valor da largura do item (3) foi estimado através da análise dos gráficos das tensões axiais (S11) no *software* utilizado, sendo considerado um valor de largura colaborante para a faixa em que as tensões axiais (S11) são aproximadamente uniformes. A Tabela 4 apresenta os resultados analíticos e numéricos relativos aos momentos fletores nas extremidades das pontes do grupo 1, enquanto a Tabela 5 exibe as diferenças percentuais entre os valores obtidos através dos modelos numéricos (MEF) e valores dos Modelos Analíticos de Cálculo (MAC).

TABELA 4: Comparação entre momentos fletores nas extremidades da ponte, MEF x MAC.

Modelo	b_f, NBR (m)	b_f, 80% NBR (m)	b_f, MEF (m)	Momento, MEF (kNm)	Momento, MAC (kNm)		
					b_f, NBR	b_f, 80% NBR	b_f, MEF
1-PI-36	1,84	1,47	1,00	539,2	746,4	656,9	513,2
1-PI-54	2,56	2,05	1,80	1105,9	1370,5	1206,7	1115,7
1-PI-72	3,28	2,62	2,00	1122,6	1554,8	1390,1	1189,8

FONTE: Autoria própria.

TABELA 5: Diferença percentual entre valores obtidos com MEF em relação aos analíticos (MAC).

Modelo	Diferenças percentuais (%)		
	b_f, NBR	b_f, 80% NBR	b_f, MEF
1-PI-36	-27,8	-17,9	5,07
1-PI-54	-19,3	-8,4	-0,9
1-PI-72	-27,8	-19,2	-5,7

FONTE: Autoria própria.

Os valores elevados para as diferenças percentuais obtidas com a largura colaborante de norma podem ser explicados pelo fato dessa largura ser maior do que aquelas utilizadas nos demais modelos. De acordo com o item 14.6.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023), o valor estimado da largura colaborante é função do comprimento da viga e, portanto, a ponte com vão total de 72 m apresenta o maior valor de largura colaborante. Porém, é possível que esses valores estejam superestimados pela norma brasileira, em se tratando de estruturas de grandes vãos.

Para os modelos do grupo de referência (grupo 3), o efeito do gradiente térmico resultou na ocorrência de momentos fletores negativos nos vãos isostáticos da ponte, com valores máximos de 363,1 kN.m, em módulo. Tais momentos apresentaram menor ordem de grandeza, representando cerca de 32,34% dos momentos negativos ocasionados nas pontes dos grupos 1 e 2. Além disso, a ocorrência de um momento fletor negativo no meio dos vãos isostáticos das pontes convencionais (grupo 3) pode estar ligada ao fato de o maior valor de temperatura do gradiente térmico atuar na laje do tabuleiro, com valor máximo de 12,7 °C.

5.2 ANÁLISE DOS MOMENTOS FLETORES DEVIDOS ÀS COMBINAÇÕES 1A E 1B

A título de simplificação, neste item, foram realizados comentários apenas sobre a análise dos momentos fletores da ponte com vão de 36 m para os três sistemas estruturais analisados. Os gráficos referentes a essa ponte estão apresentados nas Figuras 15 a 17.

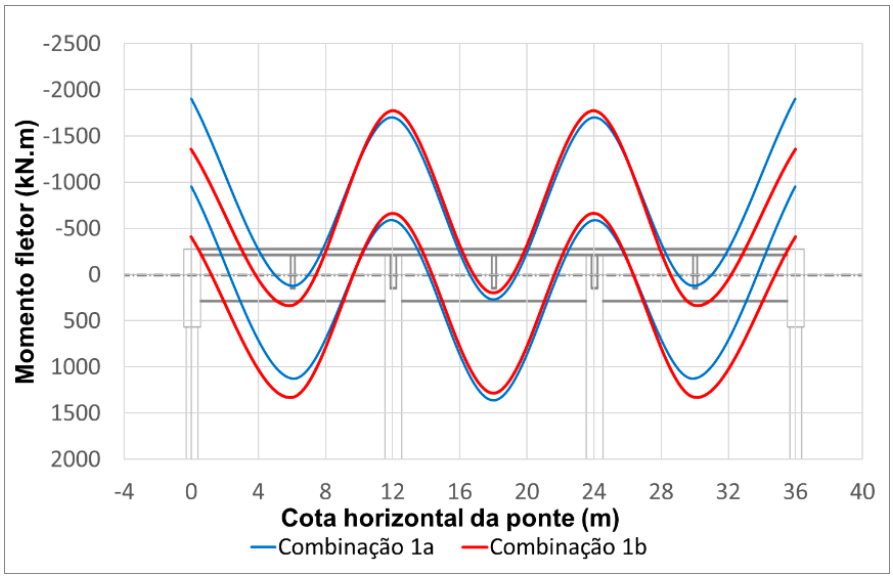

FIGURA 15: Envoltória de momentos fletores para a combinação 1 do modelo 1-PI-36.
FONTE: Autoria própria.

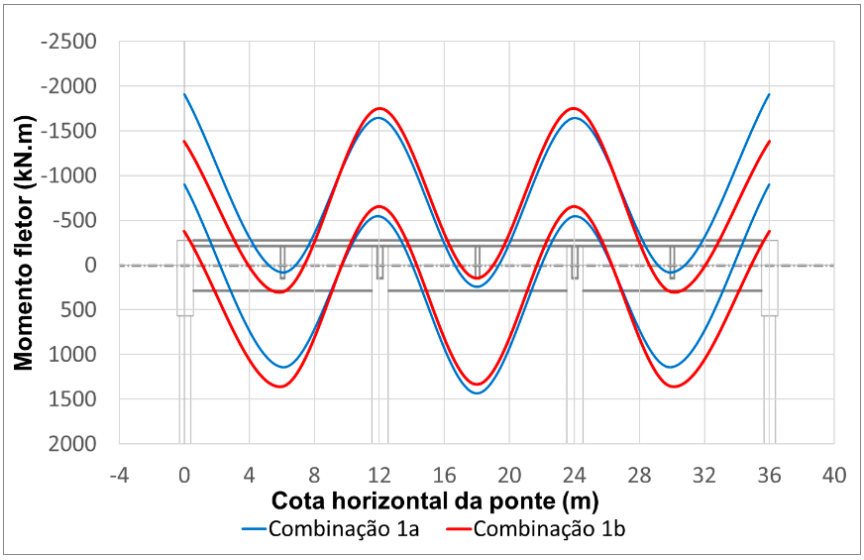

FIGURA 16: Envoltória de momentos fletores para a combinação 1 do modelo 2-PEI-36.
FONTE: Autoria própria.

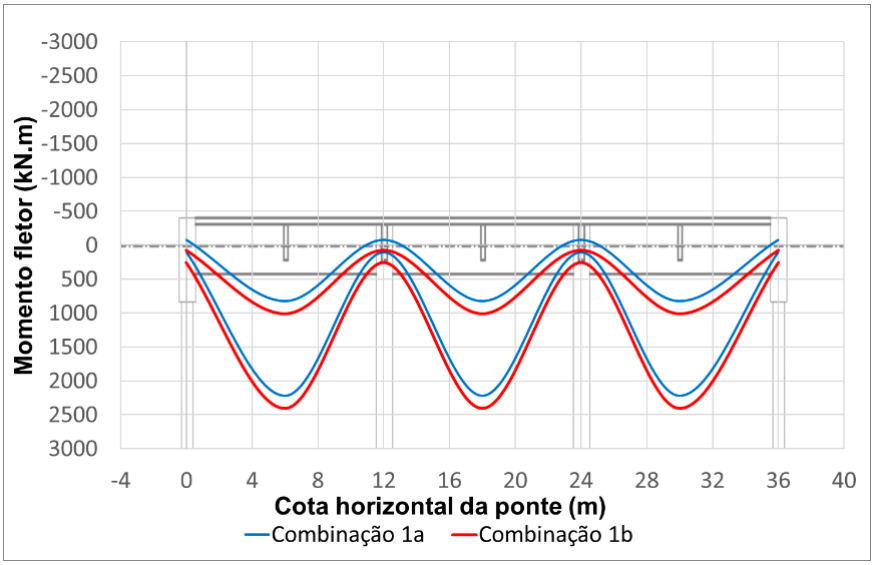

FIGURA 17: Envoltória de momentos fletores para a combinação 1 do modelo 3-PR-36.
FONTE: Autoria própria.

A partir da análise do gráfico referente ao modelo da ponte integral 1-PI-36, conforme a Figura 15, observou-se, inicialmente, a existência de momentos fletores negativos devidos à continuidade do sistema estrutural nas regiões dos encontros e dos apoios centrais (pilares). Ademais, também foi possível observar a elevação, em módulo, do momento fletor negativo atuante na região do encontro (extremidade), com a consideração da atuação do gradiente térmico (combinação 1a).

Nos casos das seções do meio do vão central e de extremidade da ponte, o efeito do gradiente térmico provocou efeitos desfavoráveis, porém, com ordens de grandeza diferentes. Para a seção do encontro, o aumento nos módulos dos momentos fletores chegou à ordem de 40%, quando considerados os efeitos do gradiente térmico. Logo, tais efeitos devem ser considerados no projeto de pontes integrais.

Na seção do meio do vão de extremidade, o efeito do gradiente térmico resultou no decréscimo, em módulo, dos valores dos momentos fletores positivos. Para a combinação 1b, o momento positivo no meio do vão de extremidade foi de 1331,6 kNm e, para a combinação 1a, de 1124,2 kNm, representando uma redução de 15,6%, e, assim, um efeito de caráter favorável. Analogamente, nas seções dos apoios

centrais, o valor do momento negativo foi de -1773,5 kNm, no caso da combinação 1b, e de -1699,1 kNm, no caso da combinação 1a, caracterizando um decréscimo de 4,2% no valor do momento negativo.

A diferença entre os modelos 1-PI-36 e 2-PEI-36 (ponte com encontros integrais com extensão de 36 m referente ao grupo 2) é justificada pela existência de aparelhos de apoio nas ligações dos pilares centrais com o tabuleiro da ponte no último. Entretanto, essa modificação no sistema estrutural foi pouco significativa, de modo que houve um pequeno aumento dos momentos fletores positivos e uma pequena redução no módulo dos momentos fletores negativos, no caso dos modelos do grupo 2. A maior redistribuição do momento positivo, para o grupo 2, se deu pela ausência de continuidade dos pilares centrais com a longarina da ponte, bem como pela existência de aparelhos de apoio, que reduzem o engastamento perfeito entre longarinas e pilares.

Pode-se concluir, então, que, para as pontes integrais e de encontros integrais, o efeito do gradiente térmico gerou acréscimos de esforços significativos, traduzindo-se em um efeito desfavorável que deve ser considerado no dimensionamento das longarinas desses tipos de sistemas estruturais.

A Tabela 6 apresenta o resumo dos acréscimos percentuais, em módulo, de momentos fletores na seção do encontro, referentes a todos os modelos dos grupos 1 e 2. É possível observar a redução da variação percentual do momento, conforme o aumento do comprimento total da ponte. Essa observação indica que os efeitos de variação de temperatura tornam-se menos predominantes em relação às ações diretas à medida que o comprimento aumenta.

TABELA 6: Variação percentual de momento fletor na seção do encontro.

Modelo	M, encontro (kNm)		ΔM (%)
	Comb. 1a	Comb. 1a	
1-PI-36	746,4	656,9	513,2
1-PI-54	1370,5	1206,7	1115,7
1-PI-72	1554,8	1390,1	1189,8

FONTE: Autoria própria.

Através da análise dos valores apresentados, observou-se, para a combinação 1b, a ocorrência apenas de momentos fletores positivos em cada um dos vãos isostáticos da ponte. O efeito do gradiente térmico resultou na redução dos momentos fletores positivos no meio do vão. Sendo assim, trata-se de um efeito favorável, de modo que, para esse modelo específico, não deve ser considerado para efeito de dimensionamento das longarinas. Portanto, conclui-se que o efeito do gradiente térmico não provocou efeitos desfavoráveis significativos nos modelos referentes às pontes convencionais quando em comparação com os efeitos provocados nas pontes integrais e de encontros integrais.

6. CONCLUSÕES

Este artigo apresenta uma análise comparativa entre os comportamentos estruturais de pontes integrais, de encontros integrais e convencionais – com longarinas retas, juntas de dilatação e aparelhos de apoio, com base na investigação da variação dos momentos fletores provenientes da ação indireta de um gradiente térmico. Para isso, foram realizadas análises numéricas e analíticas, considerando-se os sistemas estruturais referentes a pontes integrais, de encontros integrais e convencionais. Foi levada em consideração uma análise linear física do concreto, porém com consideração não-linear do comportamento do solo, considerando sua deformabilidade mediante a ISE.

Para os modelos de pontes convencionais, a ação do gradiente térmico provocou o aparecimento de momentos fletores negativos nos vãos isostáticos, tratando-se de um efeito predominantemente

favorável e com baixa ordem de grandeza, quando em comparação com os efeitos provocados nas pontes de sistemas integrais.

Além disso, nos modelos de pontes integrais e de encontros integrais, a ação do gradiente térmico originou momentos fletores significativos nas regiões de extremidades da ponte, principalmente na região dos encontros, em que o momento apresentou seu valor máximo, em módulo. Tais momentos foram comparados com procedimentos analíticos de cálculo, obtendo-se bons resultados, quando utilizadas larguras colaborantes estimadas diretamente a partir das análises de tensões dos modelos em elementos finitos. A utilização de larguras colaborantes provenientes da NBR 6118 (ABNT, 2023) resultou em momentos fletores muito acima dos valores obtidos via MEF, indicando que a utilização desses valores de larguras colaborantes possa ser inadequada.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

_____ NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2023.

_____ NBR 7187: **Projeto e execução de pontes em concreto armado e protendido - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2021.

_____ NBR 7188: **Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro, 2024.

American Petroleum Institute – API. **Recommended practice for planning, designing, and construction fixed offshore platforms – Working stress design**. Washigton D.C., 1993.

ARAÚJO, A. G. D. **Provas de carga estática com carregamento lateral em estacas escavadas hélice contínua e cravadas metálicas em areia.** Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN. Natal, RN, 2013, 221 p.

AROCKIASAMY, M.; SIVAKUMAR, M. **Design implication of creep and shrinkage in integral abutment bridges**. ACI Spec Publ., n. 227, 2005, p. 85-106.

BURKE JR, M. P. **Integral and semi-integral bridges**. Wiley Blackwell, 2009.

Comité Euro-International du Béton – CEB. **Thermal effects in concrete structures - Synthesis Report**. Bulletin d'Information, n. 167, 1985.

CSI – Computers & Structures, Inc. **SAP2000®**. Versão 19.

EL DEBS, M. K. **Pontes de concreto: com ênfase na aplicação de elementos pré-moldados**. Oficina de Textos, 2021.

FARTARIA, C. I. P. **A interação solo-estrutura em pontes integrais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Técnica de Lisboa. Lisboa, 2012, 133 p.

FIORENTINO, G.; CENGIZ, C.; DE LUCA, F.; MYLONAKIS, G.; KARAMITROS, D.; DIETZ, M.; DIHORU, L.; LAVORATO, D.; BRISEGHELLA, B.; ISAKOVIC, T.; VRETTOS, C.; GOMES, A. T.; SEXTOS, A.; NUTI, C. **Integral abutment bridges: investigation of seismic soil-structure interaction effects by shaking table testing**. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, v. 50, n. 6, 2020, p. 1517-1538. DOI: https://doi.org/10.1002/eqe.3409.

GEBAUER, D.; STÜMPEL, M.; HAAR, C. V. D.; MARX, S. **Criteria and influencing parameters for the design of piers of semi-integral bridges**. Structural Concrete: Journal of the FIB 19, n. 2, 2018, p. 625-634. DOI: https://doi.org/10.1002/suco.201700087.

HUANG, J.; FRENCH, C.; SHIELD, C. **Behavior of concrete integral bridges**. Thesis (PhD) – University of Minnesota, Minneapolis, 2004, 349 p.

RAVJEE, S.; JACOBSZ, S. W.; WILKE, D. N.; GOVENDER, N. N. **Discrete element model study into effects of particle shape on backfill response to cyclic loading behind an integral bridge abutment**. Granular Matter, v. 20, n. 68, 2018, p. 20-68. DOI: https://doi.org/10.1007/s10035-018- 0840-z.

SIGDEL, L.D.; AL-QARAWI, A.; LEO, C.J.; LIYANAPATHIRANA, S.; HU, P. **Geotechnical design practices and soil–structure interaction effects of an integral bridge system: a review**. Appl. Sci., v. 11, n. 7131, 2021. DOI: https://doi.org/10.3390/app11157131.

TERZAGHI, K. **Evaluation of coefficients of subgrade reaction**. Geotechnique, v. 5, n. 4, 1955, p. 41-50.

TIMOSHENKO, S. P. **Mecânica dos sólidos: volume I**. LCT – Livros técnicos e científicos, 1983.