

# ANÁLISE DOS MÉTODOS DE ESTIMATIVA PARA OS PARÂMETROS DAS DISTRIBUIÇÕES DE GUMBEL E GEV EM EVENTOS DE PRECIPITAÇÕES MÁXIMAS NA CIDADE DE CUIABÁ-MT

## ANALYSIS METHODS FOR ESTIMATING PARAMETERS OF GUMBEL AND GEV DISTRIBUTIONS IN MAXIMUM PRECIPITATION EVENTS IN THE CITY OF CUIABÁ – MT

Alan Vitor Pinheiro Alves<sup>1</sup>, Giovanni Batista da Silva Santos<sup>2</sup>,  
Frederico Carlos Martins de Menezes Filho<sup>3</sup>, Luciana Sanches<sup>4</sup>

Recebido em 17 de dezembro de 2012; recebido para revisão em 10 de janeiro de 2013; aceito em 10 de janeiro de 2013; disponível on-line em 04 de fevereiro de 2013.



### PALAVRAS CHAVES:

*Distribuição de Gumbel e GEV;*

*Metodologia para estimativa de eventos de chuva ;*

*Teste de aderência;*

### KEYWORDS:

*Gumbel and GEV distribution function;*

*Estimation method for extreme stormwater events ;*

*Goodness-of-fit test.*

**RESUMO:** As equações de intensidade-duração-frequência são usadas na engenharia para prever eventos extremos de precipitação para determinado período de retorno e são extremamente importantes para o dimensionamento de obras civis de forma a se evitar riscos humanos e materiais. A formulação desta equação depende da adequação de uma função teórica de distribuição de probabilidade à série histórica de precipitação. Esse trabalho avalia a adequação de duas funções de distribuição de probabilidade, funções Gumbel e GEV, com seus parâmetros estimados por três métodos diferentes: métodos dos momentos, da máxima verossimilhança e dos momentos-L aos dados de precipitações máximas anuais da estação climatológica da Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá-MT. A avaliação da melhor distribuição foi baseada nos testes de aderência Anderson-Darling e Kolmogorov-Smirnov. Como resultados, obteve-se que a função GEV estimada pelo método da máxima verossimilhança foi a que melhor se adequou a série histórica presente.

**ABSTRACT:** The equations of intensity-duration-frequencies are used in engineering to assess extreme rainfall events for certain return periods; they are extremely important for the design of civil works in order to avoid human and materials risks. The formulation of this equation depends on the suitability of a probability distribution function to a historical series of rainfall. This paper assesses the suitability of two probability distribution functions, GEV and Gumbel function with its parameters estimated by three different methods, methods of moments, maximum likelihood and L-moments, to the annual maximum rainfall data from the meteorological station of Federal University of Mato Grosso at Cuiabá-MT. The evaluation of the best distribution was based on the goodness-of-fit test, Anderson-Darling and Kolmogorov-Smirnov test. As a result it was found that the function GEV estimated by maximum likelihood method was the one best adapted to this series.

### \* Contato com os autores:

<sup>1</sup>e-mail : [alanvitor@hotmail.com](mailto:alanvitor@hotmail.com) (A. V. P. Alves)

Graduando do Curso de Engenharia Sanitária e Ambiental Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

<sup>2</sup>e-mail : [giovanni\\_bssantos@hotmail.com](mailto:giovanni_bssantos@hotmail.com) (G. B. da S. Santos)

Graduando do Curso de Engenharia Sanitária e Ambiental Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

<sup>3</sup>e-mail : [menezesfilho.frederico@gmail.com](mailto:menezesfilho.frederico@gmail.com) (F. C. M. de Menezes Filho)

Professor MSc. Dep. Engenharia Sanitária e Ambiental da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

<sup>4</sup>e-mail : [lsanches@ufmt.br](mailto:lsanches@ufmt.br) (L. Sanches)

Professora Dra. Dep. Engenharia Sanitária e Ambiental da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

## 1. INTRODUÇÃO

Chuva intensa ou precipitação intensa é aquela chuva que apresenta grande lâmina d'água precipitada, durante um pequeno intervalo de tempo, sendo que, frequentemente, estas chuvas causam consideráveis prejuízos materiais e humanos como, por exemplo, enchentes e deslizamentos de encostas (SILVA et al, 2003 in: CECÍLIO et. al, 2009).

O conhecimento destas chuvas também é importante para o dimensionamento de obras hidráulicas, tanto urbanas, como rurais, de modo que a estrutura planejada destas construções possa resistir adequadamente a estas precipitações. Obras estas como drenagem em estradas, barragens para atenuação de cheias, construção de galerias pluviais, e não menos importante, o manejo da agricultura (MELLO et. al, 2001).

As variáveis que caracterizam as chuvas intensas são a duração, a intensidade e a frequência de ocorrência, conhecida também como período de retorno. Através das equações intensidade-duração-frequência (IDF) (Equação 1), pode-se representar estas três variáveis juntas. Estas equações permitem estimar uma intensidade de precipitação, fixando-se o período de retorno e o tempo de duração (MELLO et. al, 2001). A equação IDF tem a seguinte forma:

$$I_n = \frac{K \cdot TR^n}{(t + b)^c} \quad [\text{Eq.01}]$$

### Onde:

$I_n$  = intensidade máxima média da chuva em  $\text{mm.h}^{-1}$ ;

$TR$  = tempo de retorno em anos;

$t$  = duração da chuva em minutos;

$k, n, b, c$  = coeficientes de ajustamento.

Todas as avaliações dos riscos de eventos climáticos extremos exigem métodos para estimar estatisticamente seus períodos de retorno a partir dos dados medidos (GUIMARÃES, 2011). Sendo a chuva uma variável aleatória contínua, pode-se representá-la através de alguma distribuição teórica de probabilidade.

Assim os coeficientes da equação acima são obtidos com base nas alturas pluviométricas, estimadas pela função teórica de distribuição de probabilidade, para diferentes períodos de retorno. Porém nem sempre as séries históricas existem, ou quando existem são de difícil acesso, pois grande parte é de responsabilidade do governo federal ou de bases militares. Além disso, a metodologia para a análise dos pluviogramas exige um exaustivo trabalho dos pesquisadores, uma vez que em grande parte eles são armazenados em gráficos não digitalizados (GONÇALVES, 2011).

Na maioria dos casos a simples visualização dos dados observados de uma variável em um histograma de frequência é insuficiente para inferir, entre as diversas funções de distribuição de probabilidade conhecidas, a que melhor se ajusta aos dados em estudo (Assis et al., 1996 in: Reis et. al, 2010). As mais comuns no estudo de precipitações intensas são as de: Gumbel, Log-Pearson III, Log-Normal, Pearson III e a de GEV (Generalizada de Eventos Extremos, que engloba as de Gumbel, Fréchet e Weibull).

Estas distribuições estatísticas possuem parâmetros, que dentre outras formas podem ser encontrados a partir do método dos momentos, do método da máxima verossimilhança e do método dos momentos-L.

Mediante a possibilidade de se encontrar diferentes valores para estes parâmetros, faz-se necessário o uso de testes de aderências para verificar se a distribuição usada pode ser aplicada ao conjunto de dados da variável em análise. Estes testes procuram medir e avaliar os desvios entre a distribuição amostral e a teórica (Reis et al., 2010). Os testes existentes na literatura para este tipo de trabalho são os de Kolmogorov-Smirnov, Qui-Quadrado e de Anderson-Darling.

Oliveira et. al (2011), ajustou a distribuição de precipitações diárias de 136 estações pluviométricas do estado de Mato Grosso, por meio da distribuição de Gumbel, com o método dos momentos para estimação dos parâmetros da função. A aderência foi feita usando o teste Kolmogorov-Smirnov ao nível de significância de 1%. Para todas as estações a distribuição de Gumbel pelo método dos momentos se mostrou adequada à distribuição empírica.

Martins et al. (2011), para estimar a precipitação máxima usaram modelos probabilísticos de Gumbel, Log-Normal com três parâmetros, Pearson III, Log Pearson Tipo III e GEV. Utilizaram para estimativa dos parâmetros o método dos momentos-L e o teste de Kolmogorov-Smirnov como teste de aderência. Os resultados obtidos demonstraram a aplicabilidade de todos os modelos teóricos para a estimativa da precipitação máxima em diferentes períodos de retorno.

Shukla, et. al. (2010) a partir de 51 anos de observações de precipitação máxima em Jharkhand, Índia, estimaram a adesão da distribuição de GEV pelo método da máxima verossimilhança através do teste de Anderson-Darling e também calcularam o tempo de retorno destas precipitações máximas em até 200 anos. Concluíram que este modelo é confiável.

OPERE et al. (2005) dispoñdo de dados de vazão entre 9 e 47 anos de rios na bacia do Nilo

equatorial (região do Tanzânia e do Quênia), analisaram as distribuições de Gumbel, GEV, Log-normal, Gama com dois parâmetros, Pearson tipo III, Log Pearson tipo III, Wakeby e Log-logistic, com o objetivo de conhecer a que melhor se adequava a série histórica. Utilizaram para estimativa dos parâmetros o método dos momentos, da máxima verossimilhança e dos momentos-L e aplicaram os testes de Kolmogorov-Smirnov e de Qui-Quadrado para comprovar a aderência. Concluíram que em geral os parâmetros dos três métodos se assimilaram e que Gumbel e GEV foram as melhores distribuições, respectivamente.

Freire e Beijo (2010) avaliaram os métodos de estimação quanto ao ajuste da distribuição Gumbel e na estimação da precipitação pluvial diária máxima provável, para diferentes tempos de retorno, para o município de Piracicaba no estado de São Paulo. Usaram o teste de Kolmogorov-Smirnov como teste de aderência e concluíram que o método da máxima verossimilhança forneceu estimativas de parâmetros mais precisos e menos tendenciosos, seguido respectivamente pelos métodos de Lieblein, dos momentos e de regressão.

Mello e Silva (2005) tendo como objetivo estudar os efeitos que os métodos dos momentos e da máxima verossimilhança na distribuição Gumbel ocasionam na estimativa das equações IDF, e empregando como teste de aderência o teste de Qui-Quadrado, concluíram que a metodologia da máxima verossimilhança produz o melhor ajuste para a distribuição Gumbel, quando comparada ao método dos momentos.

## 2. OBJETIVO

Este trabalho teve como objetivo determinar qual distribuição de probabilidade, entre Gumbel e GEV, que melhor se adequa para dados de precipitação diária da estação pluviométrica Mestre Bombled de Cuiabá (MT), comparando os métodos: dos momentos, da máxima verossimilhança e dos momentos-L de estimação de parâmetros.

## 3. METODOLOGIA

### 3.1 COLETA DE DADOS E PREENCHIMENTO DE FALHAS

Os dados de precipitação pluviométrica foram obtidos da Estação Mestre Blombled (Figura 1) localizada no campus de Cuiabá da Universidade Federal de Mato Grosso nas coordenadas de latitude  $15^{\circ}36'25,23''$  S;  $56^{\circ}03'38,94''$  O. O período de observação foi de 22 anos

(janeiro de 1989 a dezembro de 2011) excetuando-se o ano de 2005 que não foi encontrado no arquivo.



**Figura 1:** Estação climatológica Mestre Bombled.

Fonte: Acervo próprio.

A leitura dos pluviogramas foi feita manualmente seguindo a metodologia apresentada por WILKEN (1978). Para cada chuva, extraiu-se a maior altura pluviométrica para janelas móveis de durações de 5, 10, 20, 30, 45, 60, 120, 180, 240, 360, 720 e 1440 minutos. Os dados obtidos foram processados em planilha eletrônica e em cada ano se extraiu a maior altura pluviométrica anual para cada duração de chuva, resultando em 12 alturas máximas para cada ano. Devido a presença de falhas seja pela dificuldade de leitura do pluviograma ou pela ausência do registro a correção destas baseou-se na análise dos dados de pluviômetro localizado na mesma estação. Os anos observados são os mesmos para os dois aparelhos, sendo que o número de falhas do pluviômetro durante esse período não é maior que cinco.

Em síntese, de posse dos registros diários de chuva e dos dias com falhas a serem preenchidas, procedeu-se a seguinte metodologia:

- a) para dia sem registro de precipitação pelo pluviômetro, procedeu-se ao preenchimento automático com o valor nulo;
- b) para dia com registro pelo pluviômetro, comparou-se tal valor com as máximas anuais observadas; sendo este valor inferior a menor máxima anual observada pelo pluviógrafo entre todas as durações, considerou-se o dado sem significância preenchendo a falha com o valor observado para a série;
- c) caso o dado registrado pelo pluviômetro fosse superior a menor máxima observada, a falha não foi preenchida.

A Figura 2 mostra um fluxograma da metodologia utilizada para o preenchimento de falhas.

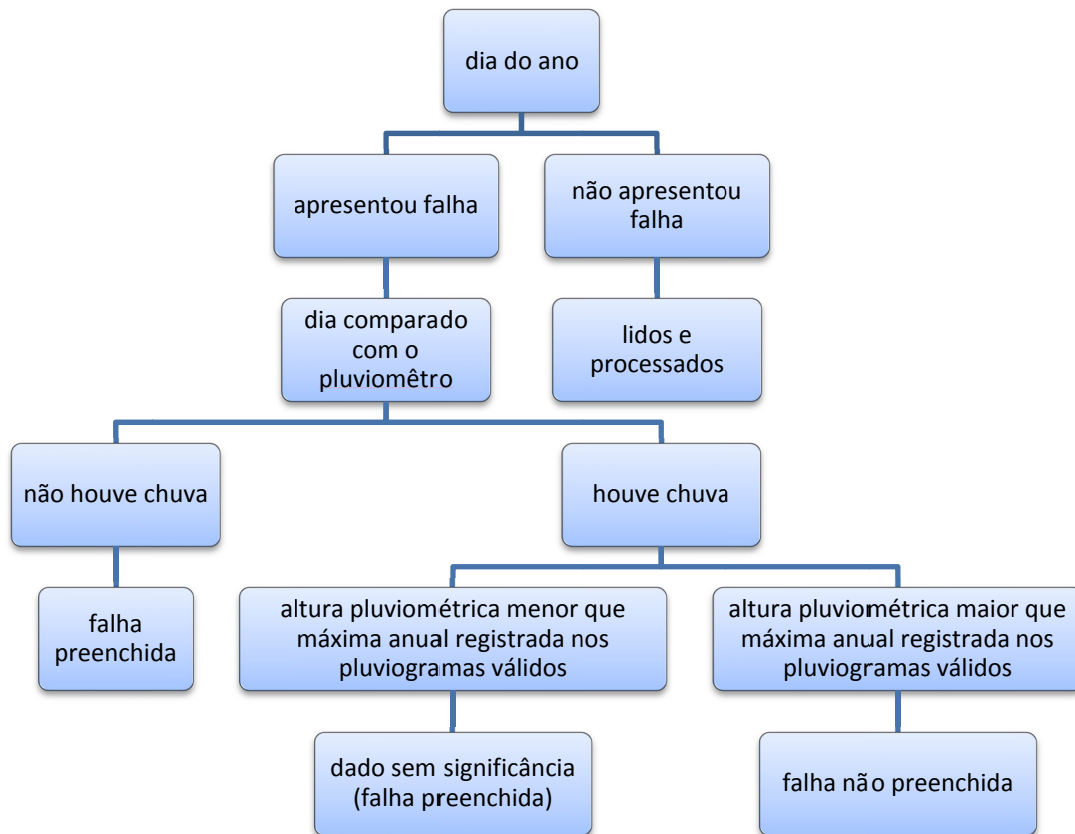


Figura 2: Fluxograma de método para preenchimento de falhas.

Toda a análise estática foi feita utilizando o software estatístico R<sup>®</sup> (R project, 2012). Com exceção da estimação dos parâmetros para função Gumbel pelo método dos momentos-L e da função GEV pelo método dos momentos, além do preenchimento de falhas, que foram realizados em planilha eletrônica. As distribuições selecionadas para este trabalho são a distribuição GEV e a de Gumbel, por serem de fácil manipulação e as mais comumente usadas na previsão de precipitações máximas, conforme citado acima.

### 3.2 FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

Uma distribuição teórica de probabilidade é aquela que faz a ponte entre a distribuição empírica (distribuição conhecida) e a distribuição populacional (que é a que se deseja obter) (Tucci, 1993). Assim a distribuição de probabilidade teórica permite a extrapolação para um número maior em anos relativo ao número de anos de observação.

As funções teóricas de distribuição mais comumente usadas para modelos hidrológicos aplicados para análises de eventos extremos (como precipitações ou vazões máximas ou mínimas) usados em diversas regiões do mundo são: Distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV), Gumbel, distribuição Pearson tipo III (Elsebaie, 2011). Em muitos casos, para séries de

máximas anuais, a previsão convencional é baseado nas funções de Gumbel, log-normal ou GEV (Ben-Zvi, 2009). Outras distribuições são: distribuição Gama, distribuição Exponencial, distribuição Generalizada de Pareto, distribuição Log-Pearson tipo III (Koutsoyiannis et al., 1998; Naghettini e Pinto, 2007).

Desde 1967, para estudos de precipitações máximas, o Conselho de Recursos Hídricos dos Estados Unidos obriga o uso da distribuição Log-Pearson tipo III, enquanto no Canadá o uso obrigatório é a função de Gumbel, com seus parâmetros estimados pelo método dos momentos (Millington et al, 2011). Este trabalho limita-se ao uso das funções GEV e Gumbel.

De todas as distribuições, a de Gumbel é a mais usada, não somente pela sua adequação à séries de precipitações máximas, mas também pela simplicidade dos cálculos para estimação de seus parâmetros tanto pelo método dos momentos (MOM), da máxima verossimilhança (MVS), quanto pelo dos momentos-L (MML) (Haktanir et al, 2010). Entretanto, vale ressaltar que muitos estudos recentes mostram que os quantis de precipitações extremas podem ser subestimados pela distribuição de Gumbel (Huard, 2010).

Publicações pertinentes indicam que especialmente durante as últimas duas décadas, a distribuição GEV é comumente usada para análises de

frequências, tanto para séries de picos anuais de enchentes quanto para precipitações máximas anuais (Haktanir et al., 2010). Quando da necessidade de extrapolação dos dados amostrais para grandes períodos de retorno, a distribuição GEV ajusta valores mais próximos à realidade (Quadros et al., 2011).

As funções acumulada de probabilidade (FAP) das distribuições são utilizadas para cálculo do tempo de retorno, enquanto que a função inversa da FAP ou função de quantis é utilizada quando se tem a probabilidade de um evento acontecer, e se quer conhecer qual é o valor desse evento, no caso de precipitações máximas, será a intensidade de chuva.

### 3.2.1 Função GEV

A distribuição GEV é uma família de distribuição de probabilidade, que incorpora a distribuição de Gumbel, de Fréchet e de Weibull, todas elas sendo distribuições de máximas. A função GEV possui três parâmetros: forma, escala e posição. Uma distribuição com maior número de parâmetros flexíveis terá maior precisão para modelagem de dados que uma distribuição com menor número de parâmetros (Millington et al, 2011). O parâmetro de forma representa onde a maioria dos dados está concentrada. O parâmetro de escala descreve quão espalhado a distribuição é; na medida em que o valor do parâmetro cresce, a função se torna mais espalhada. O parâmetro de posição descreve a posição da distribuição em uma dada direção do eixo horizontal (Millington et al, 2011). As Equações 2 e 3 denotam respectivamente, a FAP e a função de quantis da distribuição GEV.

$$F_Y(y) = \exp \left\{ - \left[ 1 - \kappa \left( \frac{y-\beta}{\alpha} \right) \right]^{1/\kappa} \right\} \quad [\text{Eq.02}]$$

$$x(\text{TR}) = \beta + \frac{\alpha}{\kappa} \left\{ 1 - \left[ -\ln \left( 1 - \frac{1}{\text{TR}} \right) \right]^\kappa \right\} \quad [\text{Eq.03}]$$

#### Onde:

$F_Y(y)$  = probabilidade acumulada de ocorrência de um evento  $y$ ;

$x(\text{TR})$  = quantil para determinado tempo de retorno  $\text{TR}$ ;

$\kappa, \alpha, \beta$  = parâmetros de forma, escala e posição respectivamente;

$\text{TR}$  = tempo de retorno.

### 3.2.2 Função de Gumbel

A distribuição de Gumbel, conhecida também como função de valores extremos do tipo I, possui apenas dois parâmetros, de posição e de escala. Estes parâmetros têm o mesmo papel do que na distribuição anterior. As Equações 4 e 5 denotam respectivamente, a FAP e a função de quantis da distribuição de Gumbel.

$$F_Y(y) = \exp \left[ -\exp \left( -\frac{y-\beta}{\alpha} \right) \right] \quad [\text{Eq.04}]$$

$$y(\text{TR}) = \beta - \alpha \ln \left[ -\ln \left( 1 - \frac{1}{\text{TR}} \right) \right] \quad [\text{Eq.05}]$$

#### Onde:

$F_Y(y)$  = probabilidade acumulada de ocorrência de um evento  $y$ ;

$x(\text{TR})$  = quantil para determinado tempo de retorno  $\text{TR}$ ;

$\alpha, \beta$  = parâmetros de forma, escala e posição respectivamente;

$\text{TR}$  = tempo de retorno.

## 3.3 MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO

Segundo Naghettini e Pinto (2007), o método dos momentos é o método de estimação mais simples. Para amostras pequenas pode apresentar a mesma eficácia dos demais. Quando comparado ao método de Máxima Verossimilhança, sua qualidade é inferior e menos eficiente.

O método da Máxima Verossimilhança (MVS) produz parâmetros com menor variância, no entanto, para alguns casos, a maior eficiência do método MVS é apenas assintótica (relacionado a extremos), o que faz com que sua aplicação a amostras reduzidas produzam valores de qualidade análoga ou abaixo a outros métodos. Já o método dos momentos-L (MM-L) produz parâmetros comparáveis, em qualidade, àqueles produzidas pelo método da MVS, e para amostras pequenas, o MM-L é, com alguma frequência, mais apurado do que o da MVS.

## 3.4 TESTES DE ADERÊNCIA

A fim de verificar se uma distribuição teórica de probabilidade se ajusta de forma correta ou não aos dados amostrais, compara-se as frequências amostrais com as frequências teóricas esperadas pelo modelo probabilístico que se está julgando válido para descrever os dados observados (Naghettini e Pinto, 2007).

Em geral para a aprovação ou não da distribuição, a diferença da frequência calculada com a frequência empírica deve ser menor que o valor crítico encontrado em tabelas próprias de cada teste de acordo com o nível de significância usado, sendo que quanto mais próximo de zero este valor, o modelo representa de forma mais precisa os dados amostrais. Desta forma, todos os testes de aderência testam a hipótese de determinada distribuição empírica, pertencer ou não à determinada distribuição teórica.

### 3.4.1 Kolmogorov-Smirnov

O teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov

(KS) é um teste não paramétrico (ou seja, independe dos parâmetros da distribuição, ou uma estimativa destes, para o cálculo de sua estatística), e tem como base a diferença máxima entre as funções de probabilidades acumuladas, empírica e teórica, de variáveis aleatórias contínuas. Este teste não é aplicável a variáveis aleatórias discretas (Martins et al., 2011). Este teste é comum no uso de análises de precipitação de chuvas intensas (Haktanir et al., 2010; Beijo et. al, 2005; Oliveira et. al, 2011; Martins et. al, 2011).

### 3.4.2 Anderson- Darling

O teste de Anderson-Darling tem como princípio o mesmo procedimento do teste de KS, mas sua vantagem é de ser mais sensível que os demais, já que dá mais peso aos pontos das caudas da distribuição (Espinosa, et al., 2004). De acordo com Stephens (1986) citado por Ben-Zvi (2009), o teste de Anderson-Darling é mais eficiente do que outros testes comumente usados.

### 3.4.3 Qui-Quadrado

Além dos testes citados acima é comum encontrar na literatura o teste Qui-quadrado. Este teste é mais rigoroso, pois agrupa os dados da série histórica em classes de frequência e acumula as diferenças entre as frequências observada e teórica, com participação de todas as classes e não apenas a máxima diferença. O somatório das razões entre o quadrado das diferenças das frequências observadas e esperadas pelas frequências esperadas gera o valor de  $\chi^2$  calculado (Elsebaie, 2011). Uma de suas desvantagens é que este teste é inviável para amostras pequenas. (Back, 2001).

## 3.5 GRÁFICOS DE ADERÊNCIA

Para a elaboração dos gráficos que retratam a aderência dos modelos de distribuição à série histórica, foi utilizada a fórmula de frequência de Weibull (Equação 6).

$$P(X \geq x) = \frac{i}{n+1} \quad [\text{Eq.06}]$$

### Onde:

$P(X \geq x)$  = probabilidade de um evento qualquer ser igualado ou superado;

$i$  = posição de cada valor ordenado em ordem crescente;

$n$  = tamanho da série.

Embora a fórmula de Weibull (também conhecida como fórmula de Kimball) seja uma fórmula mais geral e que serve para todas as distribuições, ainda não há consenso sobre qual fórmula é a melhor para a elaboração deste tipo de gráficos. Outras fórmulas como

as de Cunnane, Gringorten, e Hazen também podem ser utilizadas (Gutiérrez, 2004).

## 3.6 ESTIMATIVAS DE PRECIPITAÇÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO DE RETORNO

Segundo Naghettini e Pinto (2007) tempo de retorno é o tempo médio necessário (em anos) para que um evento reocorra, em um ano qualquer; e é igual ao inverso da probabilidade de que tal evento de referência ocorra (Equação 7). Neste trabalho foi estimada a precipitação provável para tempos de retorno de 2,5, 10, 25, 50 e 100 anos;

$$TR = \frac{1}{1 - F_y(y)} \quad [\text{Eq.07}]$$

### Onde:

$TR$  = tempo de retorno ou de tempo de recorrência;

$F_y(y)$  = probabilidade acumulada de ocorrência de um evento  $y$ .

## 4. RESULTADOS

### 4.1 PREENCHIMENTOS DAS FALHAS

Ao total de 8035 dias existentes no período analisado, verificou-se 45,4% de falhas. Todas as falhas foram analisadas individualmente, podendo-se com segurança preencher 93,85% delas.

A Tabela 1 apresenta o período de registros analisados com as correções executadas. Nenhum ano, com exceção de 2005 que não foi encontrado no arquivo, precisou ser descartado devido à quantidade de falhas, pelo contrário, os resultados obtidos foram satisfatórios para a finalidade a que se objetiva este trabalho (verificar, por exemplo, Huard et al., 2010).

### 4.2 ADERÊNCIA DOS MODELOS

Utilizando os três métodos de estimação (Máxima Verossimilhança, Momentos-L e dos Momentos) com as funções GEV e Gumbel, obtiveram-se para cada período de duração de chuva seis distribuições estatísticas.

Muitos autores utilizam apenas o método dos momentos para estimação dos parâmetros das distribuições. Esta escolha pode ser devido à simplicidade dos cálculos, quando comparado com outros métodos de estimação (como por exemplo, Momentos-L e Máxima Verossimilhança). Entretanto Melo e Silva (2005) observaram que séries históricas com grande amplitude ficam mais bem ajustados pelo método da verossimilhança em detrimento do método dos momentos para a distribuição de Gumbel.

**Tabela 1: Anos de análise e seus respectivos números de falhas e correções**

Ano	Número de falhas	Correções	Falhas restantes	Ano	Número de falhas	Correções	Falhas restantes
1989	275	235	40	2000	5	4	1
1990	229	225	4	2001	30	26	4
1991	270	258	12	2002	183	157	26
1992	177	173	4	2003	128	120	8
1993	260	252	8	2004	275	256	19
1994	235	229	6	2006	146	132	14
1995	216	208	8	2007	224	208	16
1996	225	222	3	2008	284	261	23
1997	254	242	12	2009	25	20	5
1998	153	153	0	2010	11	10	1
1999	2	2	0	2011	40	30	10

Todas as distribuições foram testadas pelos testes de aderência Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling à uma significância de 5%.

O teste de Qui-quadrado exige que a frequência de uma classe não possa ser inferior a cinco (Reis et al, 2011). Desta forma os valores presentes em classes com frequência inferior a cinco devem ser agrupadas com as classes vizinhas, o que diminui o número de classes limitando a precisão do teste. O grau de liberdade do teste está relacionado com o número de parâmetro das funções de distribuição (sendo grau de liberdade igual ao número de classes da série menos o número de parâmetros da função subtraído de uma unidade), portanto quanto maior o número de parâmetros tanto menor será o grau de liberdade. A função de GEV possui três parâmetros e como a série não pode ser dividida em mais de 4 classes, resultou-se em grau de liberdade igual a 0. Conclui-se que o teste é inviável para este conjunto de dados.

O teste de Anderson-Darling apresentou-se mais rigoroso, visto que este teste rejeitou 21 distribuições enquanto que o teste de Kolmogorov-Smirnov rejeitou apenas 7 distribuições. Para a duração de 24 horas, nenhuma distribuição foi aprovada, pelos dois testes. A rejeição das distribuições testadas resulta da dificuldade dos métodos estimadores de estimar os parâmetros para as funções de distribuições com base em poucos dados válidos. Para o regime de chuva de Cuiabá-MT verificou-se baixa frequência de chuvas com vinte e quatro horas de duração, sendo registrados

apenas três eventos nos vinte e dois anos analisados, portanto, formando o bloco de dados desta duração com apenas três valores maior que zero. Fenômeno semelhante ocorreu para duração de doze horas, entretanto com maior número de eventos registrados (13 eventos para os 22 anos analisados). Contudo os treze eventos observados foram suficientes para estimar os parâmetros das distribuições quando testado sua aderência pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. Este teste rejeitou para esta duração apenas a função GEV estimada pelo método da máxima verossimilhança. Contudo o mesmo não é observado quando se usa o teste de Anderson-Darling. Este teste rejeitou a aderência de todas as distribuições estudadas, estimadas pelos três métodos de estimação.

Na janela de duração de 5 minutos, todos os modelos obtidos foram rejeitados pelo teste de Anderson-Darling. Isso pode ser explicado pela presença de um valor discrepante em relação aos demais da série histórica, que reflete diretamente na estimação dos parâmetros fazendo com que a função de distribuição de probabilidade se torne menos representativa. Entretanto, verifica-se que este valor não se trata de um "outlier" visto que além da mensuração do pluviógrafo, também existem outros registros acerca deste mesmo evento.

Não menos importante, o método dos momentos foi recusado no teste de Anderson-Darling na distribuição GEV para a duração de 2 horas, e na janela de 4 horas, este mesmo método foi recusado por ambas



distribuições teóricas.

As melhores distribuições podem ser visualizadas na tabela 2, sendo que um valor elevado da estatística de teste, representado por D, revela grandes diferenças entre as frequências observadas e esperadas, sendo um indicador da pouca aderência da distribuição em estudo. Assim, quanto mais próximo de zero estiver o valor da estatística de teste, tanto mais representativa será a distribuição teórica. Os valores críticos D para os testes de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling a um nível de confiança de 95% e, tamanho da série igual a 22 são respectivamente: 0,281 e 0,757 (já com o fator de correção, próprio do teste de Anderson-Darling, ver Naghettini e Pinto, 2007).

Além da análise através de critérios numéricos, gráficos relacionando as funções teóricas e a função empírica, foram utilizados para que o exame visual

auxiliasse na interpretação e comparação com os resultados obtidos. Verifica-se que as funções cuja curva mais se aproxima da função empírica são as mesmas que apresentam os melhores resultados em ambos os testes de aderência (Tabela 3).

De acordo com a Tabela 3, observa-se que todas as funções são representativas da série histórica nos dois testes de aderência, a exceção é a função GEV com parâmetros estimados pelo método dos momentos no teste de Anderson-Darling, que a partir de uma certa frequência, passa a superestimar os quantis de precipitação.

A diferença entre o quantil estimado e o observado cresce a medida que se aumenta o tempo de retorno (Tabela 4), estimando alturas pluviométricas significativamente maiores que as outras, sendo assim superestimando os valores de precipitação.

**Tabela 2:** Melhores Distribuições e seus respectivos valores para os testes de Kolmogorov-Sminorv e Anderson-Darling.

Tempo de precipitação	Melhor Distribuição no teste de KS	Valor D no teste de KS	Melhor distribuição no teste de AD	Valor de D no teste de AD
5 minutos	GEV MVS	0,19	-	-
10 minutos	Gumbel MOM	0,137	GEV-MVS	0,542
20 minutos	GEV MML	0,082	GEV-MML	0,23
30 minutos	GEV MVS	0,118	GEV-MVS	0,307
45 minutos	GEV MOM	0,112	Gumbel-MVS	0,382
1 hora	GEV MVS	0,115	GEV-MVS	0,319
2 horas	GEV MVS	0,145	GEV-MVS	0,476
3 horas	GEV MVS	0,098	GEV-MVS	0,327
4 horas	Gumbel MML	0,14	GEV-MML	0,504
6 horas	GEV MVS	0,087	GEV-MML	0,225
12 horas	GEV MOM/Gumbel MML	0,236	-	-
24 horas	-	-	-	-



Tabela 3: Resultados para testes de aderência para a duração de 20 min

Teste KS	D	Teste AD	D
Gumbel MOM	0,150	Gumbel MOM	0,661
Gumbel MVS	0,118	Gumbel MVS	0,415
Gumbel MML	0,130	Gumbel MML	0,494
GEV MOM	0,174	GEV MOM	0,897
GEV MVS	0,094	GEV MVS	0,262
GEV MML	0,082	GEV MML	0,230

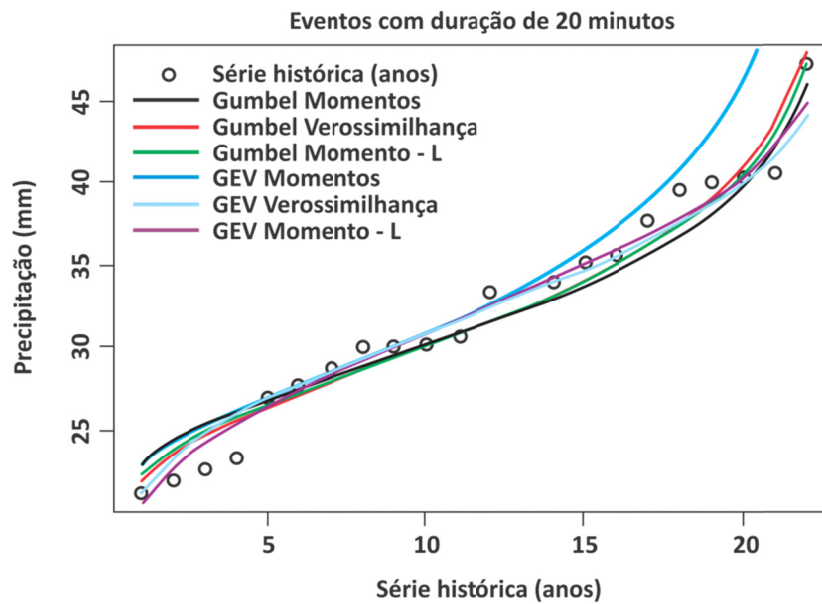


Figura 3: Curvas teóricas em relação a série histórica para a duração de 20 minutos.

Tabela 4: Estimativa de precipitação em mm para diferentes TR com duração de 20 min

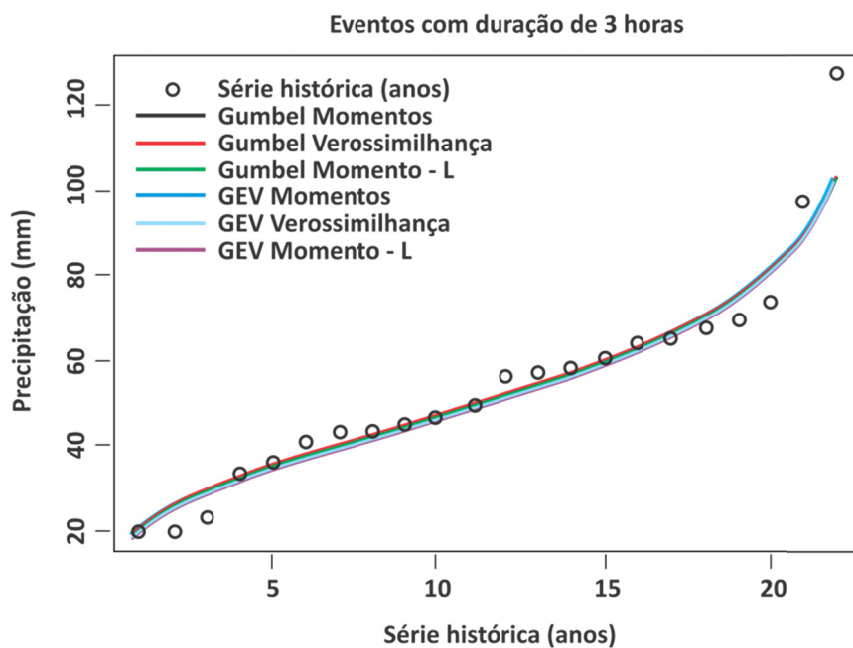
Período de retorno (anos)	2	5	10	25	50	100
Gumbel MOM	31,1	37,3	41,3	46,4	50,2	54,0
Gumbel MVS	31,1	38,1	42,7	48,5	52,8	57,0
Gumbel MML	31,0	37,6	42,0	47,4	51,6	55,6
GEV MOM	32,2	41,6	49,2	61,0	71,4	83,6
GEV MVS	32,0	38,0	41,1	44,3	46,3	48,0
GEV MML	32,0	38,3	41,7	45,1	47,2	49,0

Na janela de duração de 3 horas, através do exame visual não é possível distinguir as curvas das seis funções. Isto é comprovado com os resultados obtidos nos testes de aderências, que apresentaram estatísticas de teste muito próximos (Tabela 5 e Figura 4).

Como as seis funções quase não apresentam variação no que se refere à aderência à série histórica, a estimativa de precipitação não apresenta resultados discrepantes entre si para os tempos de retorno estimados (Tabela 6).

**Tabela 5:** Resultados para testes de aderência para a duração de 3 horas

Teste KS	D	Teste AD	D
Gumbel MOM	0,103	Gumbel MOM	0,341
Gumbel MVS	0,099	Gumbel MVS	0,339
Gumbel MML	0,104	Gumbel MML	0,341
GEV MOM	0,104	GEV MOM	0,341
GEV MVS	0,098	GEV MVS	0,327
GEV MML	0,101	GEV MML	0,328



**Figura 4:** Curvas teóricas em relação a série histórica para a duração de 3 Horas.

**Tabela 6:** Estimativa de precipitação em mm para diferentes TR com duração de 3h

Período de retorno (anos)	2	5	10	25	50	100
Gumbel MOM	50,8	72,6	87,0	105,3	118,8	123,3
Gumbel MVS	51,0	72,7	87,0	105,2	118,6	132,0
Gumbel MML	50,8	72,6	87,1	105,4	119,0	132,4
GEV MOM	50,7	72,3	86,6	104,5	117,7	130,8
GEV MVS	51,2	72,6	86,5	103,7	116,2	128,5
GEV MML	51,1	72,9	87,1	104,7	117,4	129,9

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os melhores resultados foram obtidos para função GEV com seus parâmetros estimados pelo método da máxima verossimilhança – 6 durações dentre as 12 estudadas (tabela 2). E nenhuma distribuição foi prontamente recusada.

Entretanto, apesar dos resultados alcançados, cabe salientar que a Organização Mundial de Meteorologia recomenda que as series históricas para estudo de precipitações máximas deve ser de pelo menos 30 anos (SILVA, 2002); ainda, quanto maior a série histórica, tanto mais preciso será a previsão dos eventos extremos. Portanto, recomenda-se que estudos de mesma ordem sejam posteriormente realizados para se adequar aos padrões internacionais e obter resultados ainda mais satisfatórios.

## 6. AGRADECIMENTOS

Os autores deste artigo agradecem ao Téc. MSc. José Pedro Garcia da Rocha responsável técnico pelo Laboratório de hidrologia pelo apoio no processo de coleta, interpretação de dados e preenchimento de falhas; às acadêmicas do curso de Engenharia Sanitária e Ambiental: Fabíola Solé Teixeira, Karytany Ulian Dalla Costa e Heloísa Massad Agnes pelo apoio na leitura manual dos pluviogramas, assim como Eng<sup>a</sup>. Suzy Darley de Lima.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Back, A. J. **Seleção de distribuição de probabilidade para chuvas diárias extremas do Estado de Santa Catarina**. R. Bras. Meteorol., 16:211-222, 2001
- CECÍLIO, Roberto A. et al. **Avaliação de interpoladores para os parâmetros das equações de chuvas intensas no espírito santo**. Revista Ambiente & Água - An Interdisciplinary Journal of Applied Science: v. 4, n. 3, 2009
- ELSEBAIE, I.H. **Developing rainfall intensity–duration–frequency relationship for two regions in Saudi Arabia**. Journal of King Saud University – Engineering Sciences (2011), doi:10.1016/j.jksues.2011.06.001
- ENCICLOPÉDIA BIOSFERA, Centro Científico Conhecer - Goiânia, vol.7, N.13; 2011.
- FREIRE, F. R; BEIJO. L. A; **Análise dos métodos de estimação para os parâmetros da distribuição Gumbel na precipitação de chuvas máximas para a cidade de Piracicaba-SP**. XIX Congresso de pós-graduação da UFLA, 2010.
- GONÇALVES, L. S. **Relações intensidade-duração-frequência com base em estimativas de precipitação por satélite**. Universidade Federal Do Rio Grande Do Sul, Porto Alegre, junho de 2011. Dissertação de Mestrado
- GUIMARÃES, R. C. **Probabilidade e estatística aplicada à hidrologia**. Universidade de Évora, Portugal 2011.
- GUTIÉRREZ, F. M. R; **Análisis de eventos extremos de precipitación y su efecto en el diseño de drenaje superficial de tierras agrícolas del sur de Chile**. 2004. Tese apresentada como parte dos requisitos para o grau de Licenciatura em Agronomia - Facultad De Ciencias Agrarias, Universidad Austral De Chile, Valdivia, 2004.

- HAKTANIR, T.; COBANER, M.; KISI, O. **Frequency analyses of annual extreme rainfall series from 5 min to 24 h.** Hydrol. Process. V.24, 2010, 3574-3588p.
- HUARD, D.; MAILHOT, A.; DUCHESNE, S. **Bayesian estimation of intensity-duration-frequency curves and of the return period associated to a given rainfall event.** Stoch Environ Res Risk Assess v. 24, 2010, 337-347p.
- KOUTSOYIANNIS, D.; KOZONIS, D.; MANETAS, A. **A mathematical framework for studying rainfall intensity-duration-frequency relationships.** Journal of Hydrology v.206, 1998, 118-135p.
- MARTÍNEZ-ESPINOSA, M.; CALIL JÚNIOR, C.; LAHR, F. A. R. **Métodos paramétricos e não-paramétricos para determinar o valor característico em resultados de ensaio de madeira.** Scientia Forestalis, Piracicaba, n. 66, p. 76-83, dez. 2004
- MARTINS, C. A; ULIANA, E. M; REIS, E. F. **Estimativa da vazão e da precipitação máxima utilizando modelos probabilísticos na bacia hidrográfica do rio Benevente.** Enciclopédia biosfera, v. 7, p. 1130-1142, 2011.
- MELLO, C. R et al. **Análise de modelos matemáticos aplicados ao estudo de chuvas intensas.** Revista Brasileira de Ciência do Solo, vol. 25, núm. 3, 2001, pp. 693-698. Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, Viçosa, Brasil
- MELLO, C. R; SILVA, A. M; **Métodos estimadores dos parâmetros da distribuição de Gumbel e sua influência em estudos hidrológicos de projeto.** Irriga, Botucatu, v. 10, n. 4, p. 318-334, novembro-dezembro, 2005.
- MESQUITA, W. O.; GRIEBELER, N. P.; OLIVEIRA, L. F. C. **Precipitações máximas diárias esperadas para as regiões central e sudeste de Goiás.** Pesquisa Agropecuária Tropical, Goiânia, v. 39, n. 2, p. 73-81, 2009.
- MILLINGTON, Nick; DAS, Samiran; SIMONOVIC, Slobodan P. **The Comparison of GEV, Log-Pearson Type 3 and Gumbel Distributions in the Upper Thames River Watershed under Global Climate Models.** Department of Civil and Environmental Engineering, The University of Western Ontario – Canada, report n 77, set 2011.
- NAGHETTINI, M.; PINTO, E.J.A. **Hidrologia estatística.** Belo Horizonte: CPRM, 2007. 552p
- OLIVEIRA, L. F. C.; VIOLA, M. R.; PEREIRA, S., MORAIS, N. R. **Modelos de predição de chuvas intensas para o estado do Mato Grosso, Brasil.** *Ambi-Agua*, Taubaté, v. 6, n. 3, p. 274-290, 2011.
- OPERE, A.O., MKHANDI S., WILLEMS, P. **At site flood frequency analysis for the Nile equatorial basins.** Proceedings of the International conference of FRIEND/Nile FUST project, Sheraton Sharm Hotel, Sharm El Sheik, Egypt – 2005
- QUADROS, Luciana Espíndula de; QUEIROZ, Manuel Moisés Ferreira de; BOAS, Marcio Antônio Vilas. **Distribuição de frequência e temporal de chuvas intensas.** Acta Sientiarum. Agronomy, Maringá, v.33 n.3, p401-410, 2011.
- R Project. **Projeto R para cálculos estatísticos.** Disponível em: <<http://r-project.org/>>. Acesso em: 25 de setembro de 2012.
- REIS, C. J, BEIJO, L. A, LISKA, G. R. **Comparação dos métodos de verificação do ajuste da distribuição Gumbel a dados extremos.** In: XIX Congresso de pós-graduação da UFLA, 2010.
- Shukla, R. K., M.. Trivedi and M. Kumar, **On the proficient use of GEV distribution: a case study off subtropical monsoon region in India,** Annals Computer Science Series, 8 (1), 81-92, 2010.
- SILVA, Demetrius D. da et al . **Chuvas intensas no Estado da Bahia.** Rev. Bras. Eng. Agríc. Ambient., Campina Grande, vol. 6, n. 2, 2002 .
- WILKEN, P. S. Engenharia de Drenagem Superficial. CETESB. São Paulo. 1978.